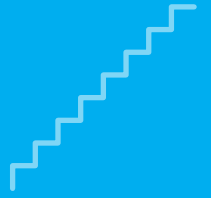




KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

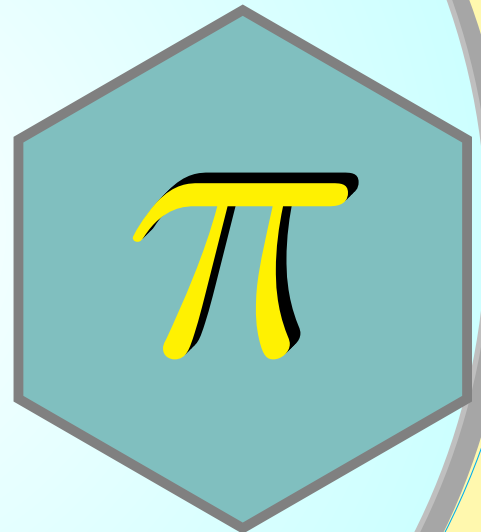
GV PHẠM ĐÌNH QUANG



TOÁN 8

TẬP HAI

- 1 Tóm tắt lý thuyết
- 2 Ví dụ minh họa
- 3 Bài tập tự luận
- 4 Bài tập trắc nghiệm



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Mục lục

PHẦN I ĐẠI SỐ

Chương 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	1
Bài 1. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	1
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	1
(B) BÀI TẬP	3
Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỢC ĐƯA VỀ DẠNG $Ax + B = 0$	3
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	3
(B) BÀI TẬP	4
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH	5
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	5
(B) VÍ DỤ	6
(C) BÀI TẬP	6
Bài 4. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU. BÀI TẬP TỔNG HỢP	8
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	8
(B) VÍ DỤ	8
(C) BÀI TẬP	9
Bài 5. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH	11
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	11
(B) VÍ DỤ	11
(C) BÀI TẬP	12
Bài 6. SỬ DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI ĐỂ XÁC ĐỊNH NGHIỆM CỦA MỘT PHƯƠNG TRÌNH	14
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	14
(B) TÌM MỘT HOẶC NHIỀU NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH	15
Bài 7. ÔN TẬP CHƯƠNG	16

Chương 2. **BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN** 19

Bài 1. LIÊN HỆ GIỮ THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG, THỨ TỰ VÀ PHÉP NHÂN	19
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	19
(B) BÀI TẬP	20
Bài 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	21
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	21
(B) BÀI TẬP	22
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI	23
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	23
(B) BÀI TẬP	24
Bài 4. ÔN TẬP CHƯƠNG 4	24

PHẦN II **HÌNH HỌC**

Chương 3. **ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG** 27

Bài 1. ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC. ĐỊNH LÍ ĐẢO, HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÍ THALES	27
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	27
(B) BÀI TẬP	29
Bài 2. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA 2 TAM GIÁC	32
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	32
(B) BÀI TẬP	33
Bài 3. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông	35
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	35
(B) BÀI TẬP	36
Bài 4. Ôn tập chương	39

Chương 4. **HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG, HÌNH CHÓP ĐỀU** 40

Bài 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT	40
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT	40
(B) BÀI TẬP	42
Bài 2. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG	44

Ⓐ	TÓM TẮT LÝ THUYẾT	44
Ⓑ	BÀI TẬP	44
Bài 3.	HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU	47
Ⓐ	TÓM TẮT LÝ THUYẾT	47
Ⓑ	BÀI TẬP	48
Bài 4.	ÔN TẬP CHƯƠNG 4	50
Ⓐ	BÀI TẬP	50
Bài 5.	MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ	53
Chương 5.	CÁC ĐỀ THI	60



PHẦN



ĐẠI SỐ

Chương 1

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Bài

1

MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

- ☑ Phương trình ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$ (1), trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

🔗 Ví dụ 1. Ví dụ về phương trình một ẩn

- $3(x - 1) + 5 = 2x$ là phương trình ẩn x .
- $-\frac{2}{3}t - 3 = 3(3 - t)$ là phương trình ẩn t .

- ☑ Nếu với $x = x_0$ ta có $A(x_0) = B(x_0)$ thì $x = x_0$ là một nghiệm của phương trình (1).
- ☑ Một phương trình có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ba nghiệm,...
- ☑ Phương trình không có nghiệm được gọi là phương trình vô nghiệm.

🔗 Ví dụ 2. Ví dụ về nghiệm của phương trình

- Phương trình $x^2 = 4$ có hai nghiệm là $x = 2, x = -2$.
- Phương trình $x^2 = -3$ vô nghiệm.

🔗 Ví dụ 3. Xét xem $x = 2, x = -1$ có là nghiệm của phương trình $x^2 - 2x = 0$ không? Vì sao?

🔍 Lời giải.

Với $x = 2$ thay vào vế trái của phương trình ta được $VT = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$ từ đó $VT = VP$.
Với $x = -1$ thay vào vế trái của phương trình ta được $VT = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 3$ từ đó $VT \neq VP$.
Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình, $x = -1$ không là nghiệm của phương trình. □

2. Giải phương trình

- Giải phương trình là tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.
- Tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình, kí hiệu là S .

❖ Ví dụ 4. Tập nghiệm của phương trình $x^2 = 4$ là $S = \{-2; 2\}$.
Tập nghiệm của phương trình $x^2 = -3$ là $S = \emptyset$.

3. Phương trình tương đương

- Hai phương trình tương đương là hai phương trình có cùng một tập nghiệm.
- Để chỉ hai phương trình tương đương ta dùng kí hiệu “ \Leftrightarrow ”.

❖ Ví dụ 5. Phương trình $2x - 2 = 0$ và phương trình $x = 1$ là hai phương trình tương đương. Kí hiệu $2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
Hai phương trình $x^2 = x$ và $x = 1$ có tương đương không? Vì sao?

🔍 Lời giải.

Hai phương trình trên không tương đương do phương trình $x^2 = x$ có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 1$. □

4. Định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình có dạng $ax + b = 0$, trong đó a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$.

❖ Ví dụ 6. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $2x + 3 = 0$. b) $0x + 2 = 0$. c) $-3x = 0$. d) $3 - 5x = 0$.

🔍 Lời giải.

Các phương trình $2x + 3 = 0$, $-3x = 0$, $3 - 5x = 0$ là phương trình bậc nhất do có hệ số $a \neq 0$.
Phương trình $0x + 2 = 0$ không là phương trình bậc nhất do có hệ số $a = 0$. □

5. Hai quy tắc biến đổi phương trình

- Quy tắc chuyển vế: Trong một phương trình, ta có thể chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.

❖ Ví dụ 7. $3x + 2 = 4 \Leftrightarrow 3x = 4 - 2$.

- Quy tắc nhân một số: Trong một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) cả hai vế với cùng một số khác 0.

❖ Ví dụ 8. $-5x = 32 \Leftrightarrow x = \frac{32}{-5}$.

6. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn

$$ax + b = 0 (a \neq 0) \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$.

B BÀI TẬP

✧ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $12 - 6x = 0.$

b) $2x + x + 120 = 0.$

c) $x - 5 = 3 - x.$

d) $7 - 3x = 9 - x.$

e) $\frac{-5}{9}x + 1 = \frac{2}{3}x - 10.$

f) $2(x + 1) = 3 + 2x.$

✧ **Bài 2.** Tìm m sao cho phương trình

a) $2x - 3m = x + 9$ nhận $x = -5$ là nghiệm.

b) $4x + m^2 = 22$ nhận $x = 5$ là nghiệm.

c) $(2x + 1)(9x + 2m) - 5(x + 2) = 40$ nhận $x = 2$ làm nghiệm.

d) $2(2x + 1) + 18 = 3(x + 2)(2x + m)$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Bài 2 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỢC ĐƯA VỀ DẠNG $AX + B = 0$

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Khi giải một phương trình, người ta thường tìm cách biến đổi để đưa phương trình đó về dạng đã biết cách giải (đơn giản nhất là dạng $ax + b = 0$ hay $ax = -b$). Việc bỏ dấu ngoặc hay quy đồng mẫu chỉ là những cách thường dùng nhằm mục đích đó. Trong một vài trường hợp, ta còn có những cách biến đổi khác đơn giản hơn.

✧ **Ví dụ 1.** Giải phương trình $\frac{x-2}{2} + \frac{x+1}{3} - \frac{3-2x}{6} = 3.$

🔍 Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{x-2}{2} + \frac{x+1}{3} - \frac{3-2x}{6} = 3 \\ \Leftrightarrow & \frac{3(x-2) + 2(x+1) - (3-2x)}{6} = \frac{18}{6} \\ \Leftrightarrow & 3x - 6 + 2x + 2 - 3 + 2x = 18 \\ \Leftrightarrow & 7x - 7 = 18 \\ \Leftrightarrow & 7x = 25 \\ \Leftrightarrow & x = \frac{25}{7}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{25}{7} \right\}$. □

- ☑ Quá trình giải có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó, phương trình có thể vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi x .

🔗 **Ví dụ 2.** Giải phương trình

a) $2x + 3 = 2x - 1$.

b) $2x + 3 = 2x + 3$.

🔗 **Lời giải.**

- a) Ta có $2x + 3 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - 2x = -1 - 3 \Leftrightarrow 0x = -4$ (vô lý).
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$.
- b) Ta có $2x + 3 = 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 2x = 3 - 3 \Leftrightarrow 0x = 0$ (luôn đúng).
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \mathbb{R}$. □

⚠ Có thể dùng máy tính bỏ túi để kiểm tra đáp án số của một bài toán giải phương trình.

B BÀI TẬP

🔗 **Bài 1.** Giải các phương trình sau

- a) $1,2 - (x - 0,8) = -2(0,9 + x)$.
 b) $3,6 - 0,5(2x + 1) = x - 0,25(2 - 4x)$.
 c) $2,3x - 2(0,7 + 2x) = 3,6 - 1,7x$.
 d) $3(2,2 - 0,3x) = 2,6 + (0,1x - 4)$.

🔗 **Bài 2.** Giải các phương trình sau

- a) $3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300$.
 b) $\frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5$.
 c) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$.
 d) $\frac{x-3}{5} = 6 - \frac{1-2x}{3}$.

e) $\frac{x+4}{4} - \frac{x-3}{6} = \frac{x}{3}$.

f) $\frac{2(1-3x)}{5} - \frac{2+3x}{10} = 7 - \frac{3(2x+1)}{4}$.

g) $\frac{x-1}{2} - \frac{1-x}{4} = 1 - \frac{2(x-1)}{3}$.

h) $\frac{4x+1}{3} - \frac{2}{3} - \frac{x-3}{6} = x$.

i) $\frac{3x-2}{6} - 5 = \frac{3-2(x+7)}{4}$.

j) $2\left(x + \frac{3}{5}\right) = 5 - \left(\frac{13}{5} + x\right)$.

k) $\frac{x+1}{3} + \frac{2x-9}{-8} = \frac{x}{6} + 1$.

l) $\frac{7x}{8} - 5(x-9) = \frac{20x+1,5}{6}$.

m) $\frac{3x-2}{5} + \frac{x-1}{9} = \frac{14x-3}{15} - \frac{2x+1}{9}$.

n) $\frac{3(x-3)}{4} + \frac{4x-10,5}{10} = \frac{3(x+1)}{5} + 6$.

❖ **Bài 3.** Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5(x-1)+2}{6} - \frac{7x-1}{4} = \frac{2(2x+1)}{7} - 5$.

b) $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10}$.

c) $\frac{x+1}{\frac{3}{7+12x}} + \frac{3(2x+1)}{4} = \frac{2x+3(x+1)}{6} +$

d) $\frac{x}{2000} + \frac{x+1}{2001} + \frac{x+2}{2002} + \frac{x+3}{2003} = 4$.

e) $\frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$.

f) $\frac{x+1}{9} + \frac{x+2}{8} = \frac{x+3}{7} + \frac{x+4}{6}$.

g) $\frac{x+14}{86} + \frac{x+15}{85} + \frac{x+16}{84} + \frac{x+17}{83} + \frac{x+116}{4} = 0$.

h) $\frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-15}{17} = 15$.

Bài

3

PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

□ Cách giải: $A(x)B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$



Có thể tổng quát lên tích nhiều số $A_1(x)A_2(x)\dots A_n(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A_1(x) = 0 \\ A_2(x) = 0 \\ \dots \\ A_n(x) = 0. \end{cases}$

□ Để đưa một phương trình về dạng phương trình tích, ta cần chuyển tất cả các hạng tử sang về trái (lúc này, về phải bằng 0), rút gọn và phân tích biểu thức thu được ở về trái thành nhân tử. Sau đó, giải phương trình và kết luận.



B VÍ DỤ

⇨ Ví dụ 1. Giải phương trình sau

a) $(x - 1)(2x + 3) - (x - 1)(5 - 7x) = 0$

b) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

🔍 Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} & (x - 1)(2x + 3) - (x - 1)(5 - 7x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 1)(9x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 9x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{1; \frac{2}{9}\right\}$.

b) Ta có

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2(x + 1) + (x + 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x + 1)(x^2 + 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1\}$.

□

C BÀI TẬP

⇨ Bài 1. Giải các phương trình sau.

a) $(2x + 1)(3x - 2) = (5x - 8)(2x + 1)$

b) $4x^2 - 1 = (2x + 1)(3x - 5)$

c) $(x + 1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1)$

d) $2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

e) $(x - 1)(5x + 3) = (3x - 8)(x - 1)$

f) $3x(25x + 15) - 35(5x + 3) = 0$

g) $(2 - 3x)(x + 11) = (3x - 2)(2 - 5x)$

h) $(x^2 + 1)(4x - 3) = (x^2 + 1)(x - 2)$

i) $(2x - 1)^2 + (2 - x)(2x - 1) = 0$

j) $(x + 2)(3 - 4x) = x^2 + 4x + 4$

k) $(x - 1)^2 = 2(x^2 - 1)$

l) $2(x + 2)^2 - x^3 - 8 = 0$

m) $(x - 1)(x^2 + 5x - 2) - x^3 + 1 = 0$

n) $(x - 3)^2 = (2x + 7)^2$

o) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7)$

p) $(x^2 - 2)(4x - 3) = (x^2 - 2)(x - 12)$

q) $x^2 + 7x + 12 = 0$

r) $x^2 - 3x - 10 = 0$

s) $x^2 + 2x - 15 = 0$

t) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

u) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

v) $(x - \sqrt{2}) + 3(x^2 - 2) = 0$

w) $x^2 - 5 = (2x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$

x) $x^3 + 1 = x(x + 1)$

✎ **Bài 2.** Giải các phương trình sau.

a) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

b) $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$

c) $x^3 - 8x^2 + 21x - 18 = 0$

d) $x^4 + x^2 + 6x - 8 = 0$

✎ **Bài 3.** Cho phương trình $4x^2 + 4kx + k^2 - 25 = 0$ (ẩn x).

a) Giải phương trình với $k = 0$ b) Giải phương trình với $k = -3$ c) Tìm tất cả các giá trị của k sao cho phương trình trên nhận $x = -2$ làm nghiệm.

PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU. BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài

4

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu:

- Tìm điều kiện xác định của phương trình.
- Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.
- Giải phương trình vừa nhận được.
- Kiểm tra điều kiện và kết luận tập nghiệm.

B

VÍ DỤ

⇨ Ví dụ 1. Giải phương trình sau

$$a) \frac{x}{x-1} = \frac{x+4}{x+1}$$

$$b) \frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}$$

🔍 Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} &= \frac{x+4}{x+1}, \text{ ĐKXD: } x \neq 1 \text{ và } x \neq -1 \\ \Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ \Leftrightarrow x(x+1) &= (x+4)(x-1) \\ \Leftrightarrow x^2 + x - x^2 - 3x &= -4 \\ \Leftrightarrow -2x &= -4 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \text{ (nhận)}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{2\}$.

b) Ta có

$$\begin{aligned} \frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} &= \frac{2x}{(x+1)(x-3)}, \text{ ĐKXD: } x \neq -1 \text{ và } x \neq 3 \\ \Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{2(x-3)(x+1)} + \frac{x(x-3)}{2(x+1)(x-3)} &= \frac{4x}{2(x+1)(x-3)} \\ \Leftrightarrow x^2 + x + x^2 - 3x - 4x &= 0 \\ \Leftrightarrow -7x &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \text{ (nhận)}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{0\}$.

□



BÀI TẬP

❖ **Bài 1.** Giải các phương trình sau.

$$a) \frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2} = -3$$

$$b) 3x - \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{2-x}$$

$$c) \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$$

$$d) \frac{4x}{x^2+4x+3} - 1 = 6 \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{2x+2} \right)$$

$$e) \frac{1}{x-1} + \frac{2x^2-5}{x^3-1} = \frac{4}{x^2+x+1}$$

$$f) x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$g) \frac{1}{x} + 2 = \left(\frac{1}{x} + 2 \right) (x^2 + 2)$$

$$h) \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right)^2 = \left(x - 1 - \frac{1}{x} \right)^2$$

$$i) \frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$$

$$j) 1 + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{8+x^3}$$

$$k) \frac{1}{2x-3} - \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5}{x}$$

$$l) \frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{2(x^2+2)}{x^2-4}$$

$$m) \frac{1-x}{x+1} + 3 = \frac{2x+3}{x+1}$$

$$n) \frac{(x+2)^2}{2x-3} - 1 = \frac{x^2+10}{2x-3}$$

$$o) \frac{1-6x}{x-2} + \frac{9x+4}{x+2} = \frac{x(3x-2)+1}{x^2-4}$$

$$p) 1 + \frac{x}{3-x} = \frac{5x}{(x+2)(3-x)} + \frac{2}{x+2}$$

$$q) \frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x^3-1}$$

$$r) \frac{x^3 - (x-1)^3}{(4x+3)(x-5)} = \frac{7x-1}{4x+3} - \frac{x}{x-5}$$

$$s) \frac{13}{(x-3)(2x+7)} + \frac{1}{2x+7} = \frac{6}{x^2-9}$$

$$t) \frac{8x^2}{3(1-4x^2)} = \frac{2x}{6x-3} - \frac{1+8x}{4+8x}$$

$$u) (2x+3) \left(\frac{3x+8}{2-7x} + 1 \right) = (x-5) \left(\frac{3x+8}{2-7x} + 1 \right)$$

$$v) \frac{5-2x}{3} + \frac{(x-1)(x+1)}{3x-1} = \frac{(x+2)(1-3x)}{9x-3}$$

$$w) \frac{12x+1}{6x-2} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x-36x^2-9}{4(9x^2-1)}$$

$$x) \frac{3}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$$

$$y) \frac{x+4}{x^2-3x+2} + \frac{x+1}{x^2-4x+3} = \frac{2x+5}{x^2-4x+3}$$

❖ **Bài 2.** Tìm các giá trị của a , sao cho mỗi biểu thức sau có giá trị bằng 2.

$$a) \frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3}$$

$$b) \frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18}$$

❖ **Bài 3.** Giải các phương trình sau.

$$a) (x^2+x+1)(x^2+x+2) = 12.$$

$$e) x(x+1)(x-1)(x+2) = 24.$$

$$b) (x^2+x+6)(x^2+x+3) = 4.$$

$$f) (x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680.$$

$$c) (x^2+5x)^2 - 2(x^2+5x) - 24 = 0.$$

$$g) (x+1)(x+2)(x+5)(x-2) = -20.$$

$$d) (2-x^2)^2 + 3(2-x^2) + 2 = 0.$$

❖ **Bài 4.** Giải các phương trình sau.

$$a) \frac{x^2+1}{x+1} + \frac{x^2+2}{x-2} = -2.$$

$$b) \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{25}{6}.$$

$$c) x^2 + \frac{2x}{x-1} = 8.$$

$$d) \frac{2}{x-14} - \frac{5}{x-13} = \frac{2}{x-9} - \frac{5}{x-11}.$$

$$e) \frac{x^2}{x^2+2x+2} + \frac{x^2}{x^2-2x+2} - \frac{4x^2-20}{x^4+4} = \frac{322}{65}.$$

$$f) \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} + \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} = \frac{1}{8}.$$

$$g) \frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} = \frac{9}{52}.$$

$$h) \frac{x+4}{x-1} + \frac{x-4}{x+1} = \frac{x+8}{x-2} + \frac{x-8}{x+2} + 6.$$

Bài 5 GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

- ☑ Lập phương trình
 - Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
 - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
 - Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- ☑ Giải phương trình.
- ☑ Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

B VÍ DỤ

🔗 **Ví dụ 1.** Một xe máy khởi hành từ Tp.HCM đi Vũng Tàu với vận tốc 35 km/h. Sau đó 50 phút, trên cùng tuyến đường đó, một ô tô cũng xuất phát từ Tp.HCM đi Vũng Tàu với vận tốc 45 km/h. Biết quãng đường từ Tp.HCM - Vũng Tàu dài 120 km. Hỏi bao lâu kể từ khi xe máy khởi hành, hai xe gặp nhau?

🔍 Lời giải.

Đổi 50 phút = $\frac{5}{6}$ giờ.

Gọi thời gian xe máy đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp ô tô là x (h, $x > 0$).

Khi đó thời gian ô tô đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp xe máy là $x - \frac{5}{6}$.

Quãng đường xe máy đi là $35x$.

Quãng đường ô tô đi là $45 \cdot \left(x - \frac{5}{6}\right)$.

Vì hai xe đi cùng chiều mà gặp nhau nên quãng đường hai xe đi được sẽ bằng nhau, ta có phương trình

$$35x = 45 \cdot \left(x - \frac{5}{6}\right)$$

$\Leftrightarrow 10x = 37,5 \Leftrightarrow x = 3,75$ (Thỏa mãn).

Vậy thời gian xe máy đi từ lúc khởi hành đến khi gặp xe ô tô là 3,75 h = 3 giờ 45 phút. □

❖ **Ví dụ 2.** Một xí nghiệp kí hợp đồng dệt một số tấm thảm len trong 20 ngày. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất dệt của xí nghiệp tăng 20%. Bởi vậy, chỉ trong 18 ngày, không những xí nghiệp đã hoàn thành số thảm cần dệt mà còn dệt thêm được 24 tấm nữa. Tính số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng.

🔍 Lời giải.

Gọi số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng là x (tấm, $x \in \mathbb{N}, x > 0$).

Năng suất dệt thông thường là $\frac{x}{20}$.

Năng suất dệt sau cải tiến là $(1 + 0,2) \cdot \frac{x}{20} = \frac{6}{5} \cdot \frac{x}{20}$.

Số tấm dệt được trong 18 ngày thực tế là: $\frac{6}{5} \cdot \frac{x}{20} \cdot 18$.

Vì trong 18 ngày này, xí nghiệp đã hoàn thành hợp đồng và thêm được 24 tấm nên ta có phương trình

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{x}{20} \cdot 18 = x + 24$$

$$\Leftrightarrow 108x = 100x + 2400 \Leftrightarrow 8x = 2400 \Leftrightarrow x = 300 \text{ (Thỏa mãn).}$$

Vậy số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng là 300 tấm. □

C BÀI TẬP

❖ **Bài 13.** Thùng thứ nhất chứa 60 gói kẹo, thùng thứ hai chứa 80 gói kẹo. Người ta lấy ra từ thùng thứ hai số gói kẹo nhiều gấp 3 lần số gói kẹo lấy ra từ thùng thứ nhất. Hỏi có bao nhiêu gói kẹo được lấy ra ở thùng thứ nhất, biết rằng số gói kẹo còn lại trong thùng thứ nhất nhiều gấp 2 lần số gói kẹo còn lại trong thùng thứ hai?

❖ **Bài 14.** Ông của Bình hơn Bình 58 tuổi. Nếu cộng tuổi của bố Bình và hai lần tuổi của Bình thì bằng tuổi của ông và tổng số tuổi của ba người là 130. Hãy tính tuổi của Bình.

❖ **Bài 15.** Một ô tô đi từ Hà Nội đến Thanh Hóa với vận tốc 40 km/h. Sau 2 h nghỉ lại ở Thanh Hóa, ô tô lại đi từ Thanh Hóa về Hà Nội với vận tốc 30 km/h. Tổng thời gian cả đi và về là 10 h 45 phút kể cả nghỉ. Tính quãng đường Hà Nội - Thanh Hóa.

❖ **Bài 16.** Một ô tô đi từ Hà Nội lúc 8 giờ sáng và dự kiến đến Hải Phòng lúc 10 giờ 30 phút. Nhưng mỗi giờ ô tô đi chậm hơn so với dự kiến là 10 km nên đến 11 giờ 20 phút xe mới tới Hải Phòng. Tính quãng đường Hà Nội - Hải Phòng.

❖ **Bài 17.** Hai ô tô cùng khởi hành từ Lạng Sơn về Hà Nội, quãng đường dài 163 km. Trong 43 km đầu, hai xe có cùng vận tốc. Nhưng sau đó xe thứ nhất tăng vận tốc lên gấp 1,2 lần vận tốc ban đầu, trong khi đó xe thứ hai vẫn duy trì vận tốc cũ. Do đó, xe thứ nhất đến Hà Nội sớm hơn xe thứ hai 40 phút. Tính vận tốc ban đầu của hai xe.

❖ **Bài 18.** Một tàu hỏa từ Hà Nội đi Tp.HCM. 1 giờ 48 phút sau, một tàu hỏa khác khởi hành từ Nam Định cũng đi Tp.HCM với vận tốc nhỏ hơn vận tốc của tàu thứ nhất 5 km/h. Hai tàu gặp nhau tại một nhà ga sau 4 giờ 48 phút kể từ khi tàu thứ nhất khởi hành. Tính vận tốc của mỗi tàu, biết rằng ga Nam Định nằm trên đường đi từ Hà Nội đến Tp.HCM và cách ga Hà Nội 87 km.

❖ **Bài 19.** Lúc 7 giờ sáng, một cano xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 36 km, rồi ngay lập tức trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc cano khi xuôi dòng, biết vận tốc dòng nước là 6 km/h.

❖ **Bài 20.** Một cano xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 4 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A mất 5 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết vận tốc dòng nước là 2 km/h.

❖ **Bài 21.** Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho trong bảng dưới đây

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	2	*	10	12	7	6	4	1	$N = *$

trong đó có hai ô còn trống (thay bằng dấu *). Hãy điền số thích hợp vào ô trống nếu trung bình của lớp đó là 6,06.

❖ **Bài 22.** Bà An gửi vào quỹ tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất là $a\%$ (a là một số cho trước) và lãi tháng này được tính gộp vào tháng sau.

- Hãy viết biểu thức biểu thị số tiền lãi sau tháng thứ nhất và tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.
- Nếu lãi suất mỗi tháng là 1,2% và sau 2 tháng, tổng số tiền lãi là 48,288 nghìn đồng, thì lúc đầu bà An đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm?

❖ **Bài 23.** Biết rằng 200g một dung dịch chứa 50g muối. Phải pha thêm bao nhiêu gam nước để dung dịch trở thành một dung dịch chứa 20% muối?

❖ **Bài 24.** Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng dùng càng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1 kWh) càng tăng lên theo các mức sau:

Mức thứ nhất: Tính cho 100 số điện đầu tiên;

Mức thứ hai: Tính cho số điện thứ 101 đến 150, mỗi số đắt hơn 150 đồng so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Tính cho số điện thứ 151 đến 200, mỗi số đắt hơn 200 đồng so với mức thứ hai;

v.v. . .

Ngoài ra, người dùng còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng (VAT).

Tháng vừa rồi, nhà Cường dùng hết 165 số điện, trả 95700 đồng. Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá bao nhiêu?

SỬ DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI ĐỂ XÁC ĐỊNH NGHIỆM CỦA MỘT PHƯƠNG TRÌNH

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong tính toán, tính chính xác của kết quả là một trong những vấn đề được đặt lên hàng đầu. Chúng ta có thể sử dụng máy tính bỏ túi như là một công cụ hữu hiệu để hỗ trợ tính toán cũng như kiểm tra kết quả một cách nhanh chóng.

Trong phần này, chúng ta sẽ xét một vài ví dụ minh họa trong việc kiểm tra nghiệm của một phương trình bất kì. Để đơn giản, chúng ta chỉ nêu ví dụ phương trình bậc nhất và sử dụng máy tính CASIO fx-580VN X để minh họa (các phương trình dạng khác và các máy tính loại khác cũng được thao tác tương tự).

1. Kiểm tra $x = x_0$ có là nghiệm của phương trình hay không

Ví dụ 1. Kiểm tra $x = 1$ có là nghiệm của phương trình $2x + 1 = x$ không?

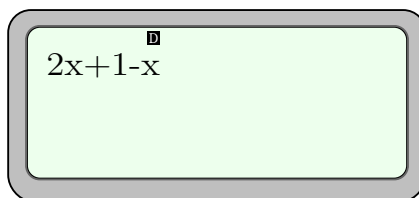
Lời giải.

☑ Bước 1: Chuyển phương trình về dạng $A(x) = 0$ (nghĩa là $2x + 1 - x = 0$).

☑ Bước 2: Nhập $A(x)$ vào máy: Bấm tổ hợp phím sau:

2 **ALPHA** **(** **+** **1** **-** **ALPHA** **(**

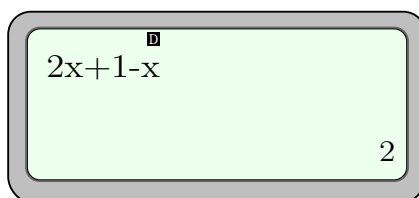
Máy tính sẽ hiện lên:



☑ Bước 3: Kiểm tra nghiệm: Bấm tổ hợp phím sau:

CALC **1** **=** **=**

Dòng thứ 2 trên máy tính sẽ hiện lên:



Như vậy về trái có giá trị là 2 khi thay $x = 1$ suy ra $x = 1$ không là nghiệm của phương trình.

Tiếp tục bấm phím **CALC** và nhập giá trị x_0 (nếu có) để tiếp tục kiểm tra các nghiệm khác. Ví dụ: **CALC** **-** **1** **=** **=** máy tính sẽ hiện lên số 0 ở dòng thứ 2. Kết luận $x = -1$ là một nghiệm của phương trình.

⚠ Các thao tác trên chính là cách tính giá trị của biểu thức $A(x)$ tại $x = x_0$.



B TÌM MỘT HOẶC NHIỀU NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH

Trong trường hợp chưa biết giải phương trình, chúng ta có thể tìm một hoặc nhiều nghiệm của phương trình bằng máy tính bỏ túi, từ đó có thể định hướng tư duy để tìm ra phương pháp giải phương trình.

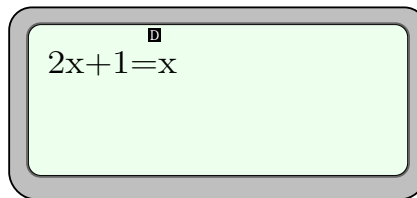
🔗 Ví dụ 2. Giải phương trình $2x + 1 = x$.

🔗 Lời giải.

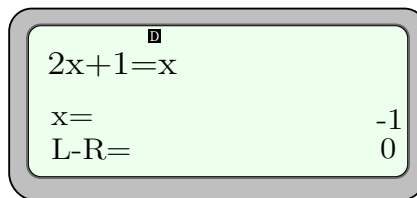
👉 Bước 1: Nhập phương trình vào máy: Bấm tổ hợp phím sau:

2 ALPHA (+ 1 ALPHA CALC ALPHA (

Trên máy tính sẽ hiện lên:



👉 Bước 2: Tìm một nghiệm của phương trình: Bấm tổ hợp phím **SHIFT** **CALC** **=**, máy tính sẽ hiện ra một nghiệm của phương trình là $x = -1$.



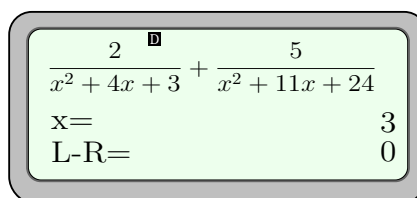
Đây là phương trình bậc nhất nên $x = -1$ là nghiệm duy nhất



🔗 Ví dụ 3. Giải phương trình $\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} = \frac{9}{52}$.

🔗 Lời giải.

👉 Bước 1. Sau khi nhập phương trình và máy tính dò được một nghiệm bằng cách cho giá trị đầu vào của x thích hợp, chẳng hạn là gán cho $x = 0$ ta tìm được nghiệm $x = 3$, chúng ta cần xác định thêm nghiệm khác bằng cách thực hiện bước 2.





☑ Bước 2: Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} - \frac{9}{52} = 0.$$

Để loại trường hợp máy tính tiếp tục dò nghiệm $x = 3$, dùng các phím qua trái, qua phải trên máy tính để thêm dấu ngoặc:

$$\left(\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} - \frac{9}{52} \right) = 0.$$

Sử dụng phím phân số và nhập thêm biểu thức để có thể đưa phương trình về dạng:

$$\frac{\left(\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} - \frac{9}{52} \right)}{x - 3} = 0.$$

☑ Bước 3. Tiếp tục dò nghiệm của phương trình bằng chức năng (SOLVE) **SHIFT** **CALC** (tương tự như bước 1, chẳng hạn gán giá trị đầu vào cho $x = -13$ ta tìm được nghiệm $x = -14$).

The calculator screen displays the equation: $\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} - \frac{9}{52} = 0$. Below the equation, it shows the solution: $x = -14$ and $L-R = 0$.

Lặp lại các bước như trên nếu tiếp tục dò nghiệm của phương trình:

$$\frac{\left(\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} - \frac{9}{52} \right)}{(x - 3)(x + 14)} = 0.$$

máy tính sẽ hiện lên

The calculator screen displays the message: "Cannot Solve". Below the message, it shows the instructions: $[AC]$: Cancel and $[<|>]$: Goto.

tức phương trình không có nghiệm nào khác nữa.

□

⚠ Máy tính chỉ hỗ trợ tìm nghiệm của phương trình, và một số kết quả sẽ bị sai số nếu số liệu vượt quá bộ nhớ của máy tính. Do vậy, cần tìm hiểu thêm nhiều phương pháp khác nhau khi giải phương trình, đồng thời tăng khả năng tư duy logic. Não bộ chính là máy tính tốt nhất của con người!

❖ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

$$a) \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1.$$

$$b) \frac{24}{x^2 + 2x - 8} - \frac{15}{x^2 + 2x - 3} = 2.$$

$$c) \frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1.$$

$$d) 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9.$$

$$e) \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}.$$

$$f) \frac{4x}{x^2 - 8x + 7} + \frac{5x}{x^2 - 10x + 7} = -1.$$

$$g) 20\left(\frac{x-2}{x-1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 + 48\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0.$$

❖ **Bài 2.** Giải các phương trình sau

$$a) (x^2 + 4x - 21)^2 = (x + 3)^4.$$

$$b) (x - 1)^3 + (2x + 3)^3 = 27x^3 + 8.$$

$$c) 27x^3 = (x - 3)^3 + (2x + 3)^3.$$

$$d) (x + 2)^2 + (x + 3)^3 + (x + 4)^4 = 2.$$

❖ **Bài 3.** Một học sinh lớp 8 đọc hết một cuốn sách yêu thích của mình trong 3 ngày. Ngày thứ nhất, bạn học sinh này đọc được $\frac{1}{3}$ quyển sách và 1 trang. Ngày thứ hai, đọc được $\frac{1}{3}$ quyển sách và 3 trang. Hỏi quyển sách có bao nhiêu trang biết rằng ngày thứ ba bạn đó đọc chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang sách của ngày thứ nhất (Lưu ý: Không tính những trang sách không tính số thứ tự trang).

❖ **Bài 4.** Tìm số trang của một quyển sách biết rằng số chữ số dùng để đánh số thứ tự trang đúng bằng 2 lần số trang của quyển sách đó (Lưu ý: Không tính những trang sách không tính số thứ tự trang).

❖ **Bài 5.** Một phân số có tử nhỏ hơn mẫu số là 11 đơn vị. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số đi 4 đơn vị thì được phân số mới bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số ban đầu.

❖ **Bài 6.** Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo đó mỗi ngày phải khai thác được 50 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 57 tấn than. Do đó, đội đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 13 tấn than. Hỏi theo kế hoạch, đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

❖ **Bài 7.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, sau $4\frac{4}{9}$ giờ thì bể đầy. Mỗi giờ lượng nước vòi 1 chảy được bằng $1\frac{1}{4}$ lượng nước vòi 2 chảy. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu thì bể đầy?



✦ **Bài 8.** Giải các phương trình sau

a) $x^2(x-1)^2 + x(x^2-1) = 2(x+1)^2.$

b) $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0.$

c) $6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0.$

d) $x^4 + x^3 + x + 1 = 4x^2.$

e) $(x-6)^4 + (x-8)^4 = 16.$



Chương 2

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Bài

1

LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG, THỨ TỰ VÀ PHÉP NHÂN

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất đẳng thức

Là hệ thức có dạng $a < b$ (hoặc $a \leq b$, hoặc $a > b$, hoặc $a \geq b$) (a là vế trái và b là vế phải của bất đẳng thức).

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Với ba số a, b, c , ta có

- ☑ $a < b \Rightarrow a + c < b + c.$
- ☑ $a > b \Rightarrow a + c > b + c.$
- ☑ $a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c.$
- ☑ $a \geq b \Rightarrow a + c \geq b + c.$

3. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

☑ **Định lí 1.1.** Với ba số a, b, c mà $c > 0$, ta có

- ☑ $a < b \Rightarrow ac < bc.$
- ☑ $a > b \Rightarrow ac > bc.$
- ☑ $a \leq b \Rightarrow ac \leq bc.$
- ☑ $a \geq b \Rightarrow ac \geq bc.$

☑ **Định lí 1.2.** Với ba số a, b, c mà $c < 0$, ta có

- ☑ $a < b \Rightarrow ac > bc.$
- ☑ $a > b \Rightarrow ac < bc.$
- ☑ $a \leq b \Rightarrow ac \geq bc.$
- ☑ $a \geq b \Rightarrow ac \leq bc.$

4. Tính chất bắc cầu của thứ tự

Với ba số a, b, c ta có nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

B BÀI TẬP

⇨ **Bài 1.** Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$.

b) $x^2 + 2y^2 + z^2 \geq 2xy - 2yz$.

c) $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq a + b + c$.

d) $x^2 + y^2 + z^2 + 14 \geq 2x - 4y + 6z$.

e) $a^2 - 4a + 5 > 0$.

f) $a^2 + ab + b^2 \geq 0$.

g) $a^2 - ab + b^2 \geq 0$.

h) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$.

i) $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

j) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

k) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.

l) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ (với $a; b > 0$).

m) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$ (với $a; b > 0$).

n) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$.

o) $a^2(1+b^2) + b^2(1+c^2) + c^2(1+a^2) \geq 6abc$.

p) $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$.

q) $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$.

r) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$.

s) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

⇨ **Bài 2.** Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $a^4 - a + \frac{1}{2} \geq 0$.

b) $a^4 - 2a^3 + 2a^2 - 2a + 1 \geq 0$.

c) $a^4 - 4a^3 + 5a^2 - 2a + 1 \geq 0.$

d) $a^4 + 2a^3 + 5a^2 - 2a + 3 > 0.$

e) $a^4 - 2a^3 + 5a^2 + 2a + 3 > 0.$

f) $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc.$

❖ **Bài 3.** Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

a) $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca).$

b) $(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a) \leq abc.$

❖ **Bài 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a) $A = 4x^2 - 4x - 3.$

b) $B = x^2 - 5x + 1.$

c) $C = 4x^2 + 5x + 3.$

d) $D = (x + 3)^2 + (x + 5)^2.$

e) $E = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 5.$

f) $F = x^2 - 6x + y^2 - 2y + 17.$

g) $G = (x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 6).$

h) $H = (3x - 1)^2 - 4|3x - 1| + 5.$

i) $I = (x^2 - 3x)(x^2 - 11x + 28).$

j) $J = (x - 2)(x + 1)(x + 2)(x + 5).$

k) $K = x^2 + y^2 - xy - 3y + 6.$

l) $L = x^2 + 5y^2 + 4xy - 6x + 5y - 9.$

m) $M = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2003.$

n) $N = 2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 2.$

o) $O = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 28.$

p) $P = x^2 - 10xy + 26y^2 + 14x - 76y + 59.$

q) $Q = 4x^2 - 4xy + 2y^2 - 20x - 4y + 174.$

❖ **Bài 5.** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $A = 6 - x^2 - 6x.$

b) $B = 1 - x^2 + 3x.$

c) $C = -x^2 + x + 1.$

d) $D = -x^2 - 4y^2 - 3x + 5y - 7.$

e) $E = (x^2 + x + 8)(-x^2 - x + 20).$

f) $F = -x^2 - 10y^2 + 6xy + 4x - 3y + 2.$

Bài

2

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Bất phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b < 0$ ($ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \geq 0$), trong đó a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$.

2. Hai quy tắc biến đổi bất phương trình

a) **Quy tắc chuyển vế:**

Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử

đó.

b) **Quy tắc nhân với một số:**

Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải:

- ☑ Giữ nguyên chiều bất phương trình nếu số đó dương.
- ☑ Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm.

c) **Giải bất phương trình**

- ☑ Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình được gọi là tập nghiệm của bất phương trình đó.
- ☑ Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

B BÀI TẬP

🔗 **Bài 1.** Giải các bất phương trình sau:

a) $3 - 2x > 4.$

b) $3x + 4 < 2.$

c) $(x - 3)^2 < x^2 - 3.$

d) $(x - 3)(x + 3) < (x + 2)^2 + 3.$

e) $(x - 1)^2 < x(x + 3).$

f) $(x - 2)(x + 2) > x(x - 4).$

g) $2x + 3 < 6 - (3 - 4x).$

h) $-2 - 7x > (3 + 2x) - (5 - 6x).$

i) $\frac{2 - x}{4} < 5.$

j) $3 \leq \frac{2x + 3}{5}.$

k) $\frac{4x - 5}{3} > \frac{7 - x}{5}.$

l) $\frac{2x + 3}{-4} \geq \frac{4 - x}{-3}.$

m) $\frac{3x - 1}{4} > 2.$

n) $\frac{2x + 4}{3} < 3.$

o) $\frac{1 - 2x}{3} > 4.$

p) $\frac{6 - 4x}{5} < 1.$

q) $\frac{1 - 2x}{4} - 2 < \frac{1 - 5x}{8}.$

r) $\frac{x - 1}{4} - 1 > \frac{x + 1}{3} + 8.$

s) $\frac{2 - x}{3} < \frac{3 - 2x}{5}.$

t) $\frac{2x + 15}{9} \geq \frac{x - 1}{5} + \frac{x}{3}.$

u) $\frac{x + 1}{99} + \frac{x + 4}{96} + \frac{x + 5}{95} \geq -3.$

v) $\frac{5x^2 - 3x}{5} + \frac{3x + 1}{4} < \frac{x(2x + 1)}{2} - \frac{3}{2}.$

w) $\frac{5x - 20}{3} - \frac{2x^2 + x}{2} > \frac{x(1 - 3x)}{3} - \frac{5x}{4}.$

🔗 **Bài 2.** Tìm x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $5 - 2x$ là số dương.

b) Giá trị của biểu thức $x + 3$ nhỏ hơn giá trị của biểu thức $4x - 5$.

c) Giá trị của biểu thức $2x + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $x + 3$.

d) Giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $(x - 2)^2$.

✎ **Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

a) $(x + 2)^2 < 2x(x + 2) + 4.$

b) $(x + 2)(x + 4) > (x - 2)(x + 8) + 26.$

✎ **Bài 4.** Với giá trị nào của m thì phương trình ẩn x :

a) $x - 3 = 2m + 4$ có nghiệm dương.

b) $2x - 5 = m + 8$ có nghiệm âm.

✎ **Bài 5.** Tìm giá trị của x thỏa mãn cả hai bất phương trình sau:

$$\frac{2x}{5} + \frac{3 - 2x}{3} \geq \frac{3x + 2}{2} \text{ và } \frac{x}{2} + \frac{3 - 2x}{5} \geq \frac{3x - 5}{6}.$$

✎ **Bài 6.** Tìm tất cả các số nguyên thỏa mãn cả hai bất phương trình:

a) $\frac{3x - 2}{5} \geq \frac{x}{2} + 0,3$ và $1 - \frac{2x - 5}{6} > \frac{3 - x}{4}.$

b) $2(3x - 4) < 3(4x - 3) + 16$ và $4(1 + x) < 3(x + 5).$

✎ **Bài 7.** Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{1 - x} + \frac{2}{x + 1} - \frac{5 - x}{1 - x^2} \right) : \frac{1 - 2x}{x^2 - 1}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn $A.$

b) Tìm x để $A > 0.$

✎ **Bài 8.** Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x} \right) : \left(\frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x + 3} \right)$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn $B.$

b) Tìm x để $B < -1.$

Bài 3 PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình dạng $|A| = B$ (1)

☑ **Cách 1.** $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} A = B \\ A = -B. \end{array} \right.$

☑ **Cách 2.**

- Xét $A \geq 0$, phương trình (1) trở thành $A = B$.
- Xét $A < 0$, phương trình (1) trở thành $-A = B$.

2. Phương trình dạng $|A| = |B|$

Cách giải. $|A| = |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B. \end{cases}$

3. Phương trình chứa nhiều dấu giá trị tuyệt đối

Phương pháp chung. Xét các trường hợp thích hợp để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

B BÀI TẬP

✦ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

- a) $|x - 9| = 2x + 13$.
- b) $|x + 8| = 4x - 10$.
- c) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$.
- d) $x^2 - 2x + 3 - 3|x - 1| = 0$.
- e) $|2x - 5| = |x + 3|$.
- f) $|2x^2 - 5x + 5| = |x^2 + 6x - 5|$.
- g) $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 5x + 4} \right| = 1$.
- h) $|3 - x| = 3 - x$.
- i) $|2x - 3| = 3 - 2x$.

✦ **Bài 2.** Giải các phương trình sau

- a) $|x - 1| - 2|x| = -2$.
- b) $|x - 2| + |x + 1| + x^2 - 5 = 0$.
- c) $\frac{7}{|x - 1| - 3} = |x + 2|$.

✦ **Bài 1.** Chứng tỏ diện tích hình vuông có cạnh 10 m không nhỏ hơn diện tích hình chữ nhật có cùng chu vi.

❖ **Bài 2.** Trong một cuộc thi đố vui, Ban tổ chức quy định mỗi người dự thi phải trả lời 10 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn 4 đáp án, nhưng trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người dự thi chọn đáp án đúng sẽ được 5 điểm, chọn đáp án sai sẽ bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, Ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 10 điểm và quy định người nào có tổng số điểm từ 40 trở lên mới được dự thi ở vòng tiếp theo. Hỏi người dự thi phải trả lời chính xác bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được dự thi tiếp ở vòng sau?

❖ **Bài 3.** Một ngân hàng đang thực hiện tỉ lệ lãi gửi tiết kiệm hàng tháng là 0,8%. Hỏi rằng, muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thì số tiền phải gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu tiền?

❖ **Bài 4.** Một người đi bộ một quãng đường dài 18 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5 km/h, về sau đi với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h.

❖ **Bài 5.** Sau đây là bảng giá mướn nhà trọ của hai người chủ nhà

Chủ nhà	Tiền nhà trọ (đã tính tiền nước mỗi tháng)	Tiền điện mỗi kWh
Bác An	500 000 đồng	2 000 đồng
Bác Ba	450 000 đồng	2 500 đồng

Một gia đình muốn mướn nhà trọ để ở, nếu bình quân mỗi tháng họ sử dụng 80 kWh điện thì nên mướn của bác An hay bác Ba? Biết rằng, tổng số tiền phải trả cho chủ nhà hàng tháng là tổng số tiền thuê nhà trọ (bao gồm tiền nước mỗi tháng) và tiền điện sử dụng.

❖ **Bài 6.** Có hai hãng điện thoại cố định tính phí gọi cho các thuê bao như sau

Hãng	Thuê bao (ngàn đồng)	Gọi nội hạt (ngàn đồng/30 phút)
Hãng A	10	6
Hãng B	15	5

Gọi y là giá tiền mà khách hàng phải trả sau x lần 30 phút (x là số tự nhiên). Biết cước phí hàng tháng bằng tổng tiền thuê bao và cước phí gọi nội hạt, ví dụ: cước phí hàng tháng của hãng A là $y = 10 + 6x$ (đồng). Em hãy cho biết với cách tính cước phí như trên thì

- Cước phí hàng tháng của hãng B được tính theo công thức là gì?
- Một khách hàng mỗi tháng có số giờ gọi bình quân không bé hơn 4 giờ thì nên sử dụng mạng của hãng nào sẽ rẻ hơn?

PHẦN



HÌNH HỌC

Chương 3

ĐỊNH LÝ THALES TRONG TAM GIÁC. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Bài

1

ĐỊNH LÝ THALES TRONG TAM GIÁC. ĐỊNH LÝ ĐẢO, HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ THALES

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng tỉ lệ

- a) **Tỉ số của hai đoạn thẳng** Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD , kí hiệu $\frac{AB}{CD}$, là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo. **Lưu ý:** Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào đơn vị đo.
- b) **Đoạn thẳng tỉ lệ** Hai đoạn thẳng AB, CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$.
- c) **Một số tính chất của tỉ lệ thức**

$$\textcircled{v} \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow AB \cdot C'D' = A'B' \cdot CD.$$

$$\textcircled{v} \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB \pm A'B'}{CD \pm C'D'}$$

$$\textcircled{v} \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \frac{AB \pm CD}{CD} = \frac{A'B' \pm C'D'}{C'D'}$$

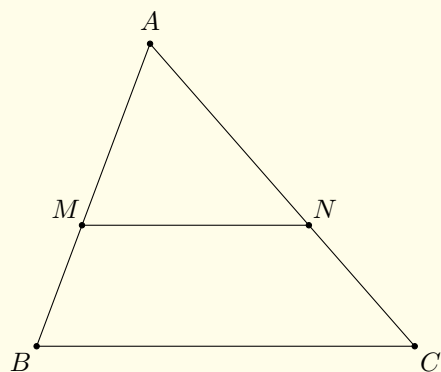
2. Định lý Thales trong tam giác

- a) **Định lý Thales thuận** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương xứng tỉ lệ.

🔗 **Ví dụ 1.** Điền vào chỗ trống đoạn thẳng thích hợp để được tỉ số đúng.

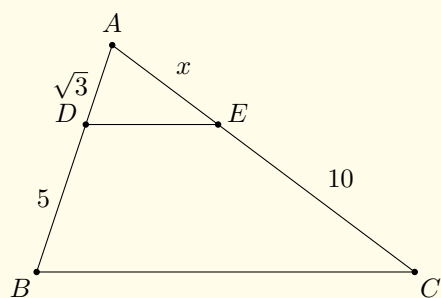
$AM - AN; AB - AC; MB - NC$ là các cặp đoạn thẳng tương ứng được xác định bởi đường thẳng MN với hai cạnh AB, AC của tam giác ABC . Ta có

$$\left\{ \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ M \in AB, N \in AC \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \\ \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad (\dots\dots\dots) \\ \dots = \frac{\dots}{AC} \end{array} \right.$$



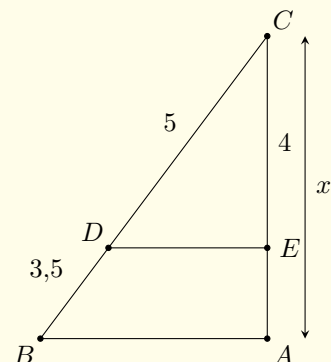
❖ Ví dụ 2. Tìm x trong các trường hợp sau

.....



Hình 1

.....



Hình 2

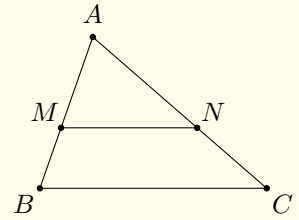
b) **Định lí Thales đảo** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

$$\left\{ \begin{array}{l} M \in AB, N \in AC \\ \frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NC} \quad \left(\text{hay } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ hay v.v...} \right) \end{array} \right. \Rightarrow MN \parallel BC \quad (\dots\dots\dots)$$

c) **Hệ quả của định lí Thales** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

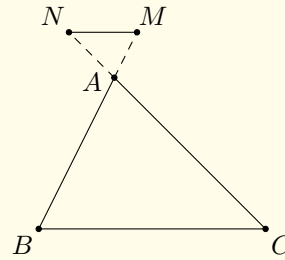
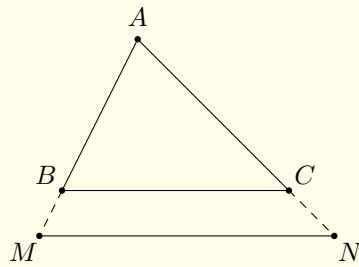
❖ Ví dụ 4.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (\dots\dots\dots)$$



Lưu ý: Hệ quả trên vẫn đúng trong trường hợp đường thẳng không cắt hai cạnh mà cắt đường thẳng chứa hai cạnh của tam giác.

❖ Ví dụ 5.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (\dots\dots\dots).$$

B BÀI TẬP

❖ **Bài 1.** Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại M và N . Chứng minh rằng

a) $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$.

b) $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$.

c) $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$.

❖ **Bài 2.** Cho tam giác ABC . Từ điểm D trên cạnh BC , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB và AC , chúng cắt các cạnh AC và AB theo thứ tự tại F và E . Chứng minh rằng $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$.

❖ **Bài 3.** Cho tam giác ABC có cạnh BC bằng a . Trên cạnh AB lấy các điểm D và E sao cho $AD = DE = EB$. Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC , cắt cạnh AC theo thứ tự tại M, N . Tính theo a độ dài của các đoạn thẳng DM và EN .

❖ **Bài 4.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên và các đường chéo AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng $MN = PQ$.

✧ **Bài 5.** Cho tam giác ABC , lần lượt lấy hai điểm D, E trên cạnh AB và AC sao cho DE song song với BC . M là điểm bất kì trên BC , AM cắt DE tại N . Chứng minh rằng $\frac{ND}{NE} = \frac{MB}{MC}$.

✧ **Bài 6.** Cho tam giác ABC , M là một điểm bất kì trên BC . Các đường song song với AM vẽ từ B và C cắt AC và AB tại N và P . Chứng minh $\frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$.

✧ **Bài 7.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với CD cắt BC ở M . Chứng minh rằng: $\frac{1}{OM} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$.

✧ **Bài 8.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của CD . Gọi I là giao điểm của AM và BD , K là giao điểm của BM và AC .

- Chứng minh rằng $IK \parallel AB$.
- Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự tại E và F . Chứng minh rằng $EI = IK = KF$.

✧ **Bài 9.** Cho tam giác ABC . Kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB ở D và cắt AC tại E . Qua C kẻ Cx song song với AB , cắt DE ở G . Gọi H là giao điểm của AC và BG . Kẻ HI song song với AB ($I \in BC$). Chứng minh rằng:

- $DA \cdot EG = DB \cdot DE$.
- $HC^2 = HE \cdot HA$.
- $\frac{1}{IH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CG}$.

✧ **Bài 10.** Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy BC và AD (BC khác AD). Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên cạnh AB, CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CD}$. Đường thẳng MN cắt AC và BD tương ứng tại E và F . Vẽ $MP \parallel BD$ ($P \in AD$).

- Chứng minh rằng: $PN \parallel AC$.
- Gọi H là giao điểm của PN và BD ; K là giao điểm của MP và AC . Chứng minh rằng: $KH \parallel MN$.
- Chứng minh rằng: $ME = NF$.

✧ **Bài 11.** Cho hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng bất kỳ qua A cắt đoạn BD , đường thẳng CD và BC lần lượt tại E, F và G . Chứng minh rằng:

- $AE^2 = EF \cdot EG$.
- $\frac{1}{AF} + \frac{1}{AG} = \frac{1}{AE}$.

✦ **Bài 12.** Trên đường trung tuyến AM của tam giác ABC , ta lấy 1 điểm K sao cho $AK = 3KM$. Đường thẳng BK cắt cạnh AC tại P . Tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.

✦ **Bài 13.** Cho hình bình hành $ABCD$. Ta lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 2MD$ và điểm N trên cạnh CD sao cho $DN = 3NC$. Hai đường thẳng BM và AN cắt nhau tại S . Tính tỉ số $AS : SN$.

✦ **Bài 14.** Cho hình thang $ABCD$ đáy lớn CD . Qua A vẽ đường thẳng $AK \parallel BC$ cắt BD tại E ($K \in CD$). Qua B vẽ đường thẳng $BI \parallel AD$ cắt AC tại F ($I \in CD$). Chứng minh rằng:

- $EF \parallel AB$.
- $AB^2 = CD \cdot EF$.

✦ **Bài 15.** Cho tam giác ABC và trung tuyến AD . Một đường thẳng bất kỳ song song với AD cắt cạnh BC , đường thẳng CA, AB lần lượt tại E, N, M .

- Chứng minh: $\frac{EM}{AD} + \frac{EN}{AD} = 2$.
- Chứng minh trung điểm I của đoạn thẳng MN thuộc một đường cố định khi E di chuyển trên cạnh BC .

✦ **Bài 16.** Cho $\triangle ABC$. Trên AB, AC lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $AE = AF$, EF cắt trung tuyến vẽ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ tại I . Chứng minh: $\frac{IE}{IF} = \frac{AC}{AB}$.

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA 2 TAM GIÁC

Bài

2

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu

$$\begin{cases} \widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C} \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} \end{cases}$$

☑ Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC được kí hiệu là $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng).

☑ Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$ gọi là **tỉ số đồng dạng**.

2. Tính chất

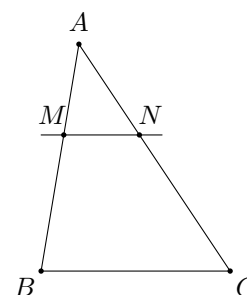
a) **Phản xạ:** $\triangle ABC \sim \triangle ABC$.

b) **Đổi xứng:** $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (tỉ số k) thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ (tỉ số $\frac{1}{k}$).

c) **Bắc cầu:** $\begin{cases} \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2 \\ \triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_3B_3C_3 \end{cases} \Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_3B_3C_3$.

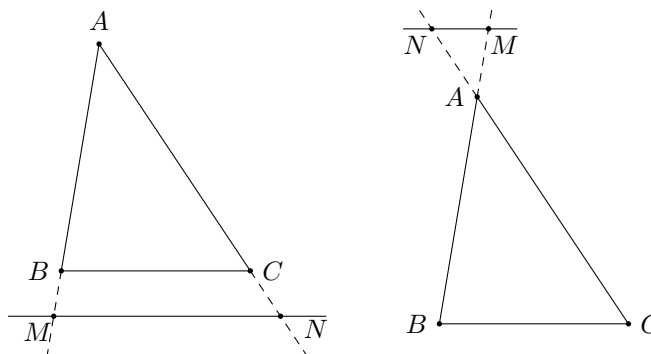
3. Định lí

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác, song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác đồng dạng với tam giác đã cho
 $\triangle ABC$ có $MN \parallel BC$ ($M \in AB, N \in AC$)
 $\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$.



Lưu ý: Định lí vẫn đúng trong trường hợp đường thẳng cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại

$\triangle ABC$ có $MN \parallel BC$
 $\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$.

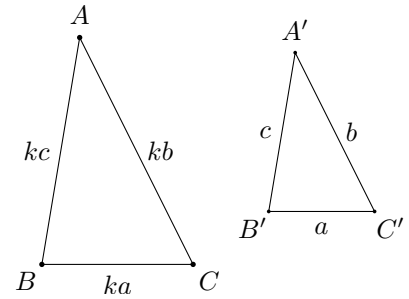


4. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác

a) Trường hợp 1: Cạnh - Cạnh - Cạnh

Nếu 3 cạnh của tam giác này tỉ lệ với 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng.

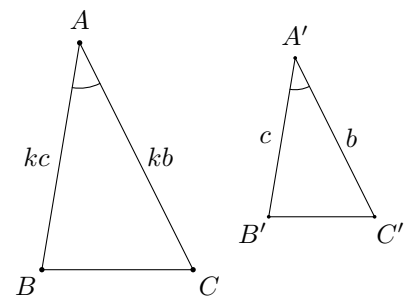
$$\begin{aligned} &\text{Xét } \triangle ABC \text{ và } \triangle A'B'C': \\ &\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k \\ &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \text{ (c-c-c)}. \end{aligned}$$



b) Trường hợp 2: Cạnh - Góc - Cạnh

Nếu 2 cạnh của tam giác này tỉ lệ với 2 cạnh của tam giác kia và góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì 2 tam giác đồng dạng.

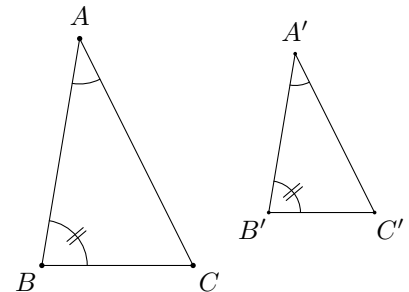
$$\begin{aligned} &\text{Xét } \triangle ABC \text{ và } \triangle A'B'C': \\ &\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \end{cases} \\ &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \text{ (c-g-c)}. \end{aligned}$$



c) Trường hợp 3: Góc - Góc

Nếu 2 góc của tam giác này lần lượt bằng 2 góc của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng.

$$\begin{aligned} &\text{Xét } \triangle ABC \text{ và } \triangle A'B'C': \\ &\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \end{cases} \\ &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \text{ (g-g)}. \end{aligned}$$



B BÀI TẬP

✦ **Bài 1.** Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O , $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC . Chứng minh rằng

- $\triangle AOB$ và $\triangle DOC$ đồng dạng.
- $\triangle AOD$ và $\triangle BOC$ đồng dạng.
- $EA \cdot ED = EB \cdot EC$.

✦ **Bài 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AD và đường phân giác BE cắt nhau tại F . Chứng minh rằng: $FD \cdot EC = FA \cdot EA$.



✦✦ **Bài 3.** Tam giác ABC có ba đường trung tuyến cắt nhau tại O . Gọi P, Q, R thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC . Chứng minh rằng: tam giác PQR đồng dạng với tam giác ABC .

✦✦ **Bài 4.** Cho tam giác ABC có $AB = 12$ cm, $AC = 15$ cm, $BC = 18$ cm. Trên cạnh AB , đặt đoạn thẳng $AM = 10$ cm, trên cạnh AC đặt đoạn thẳng $AN = 8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

✦✦ **Bài 5.** Cho tam giác ABC có $AB = 10$ cm, $AC = 20$ cm. Trên cạnh AC , đặt đoạn thẳng $AD = 5$ cm. Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

✦✦ **Bài 6.** Hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O và $AC = 2AB$.

- Vẽ trung tuyến BE của tam giác ABO . Chứng minh rằng: $\widehat{ABE} = \widehat{ACB}$.
- Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh rằng: EM vuông góc với đường chéo BD .

✦✦ **Bài 7.** Cho tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^\circ$). Dựng AD vuông góc với BC (D thuộc BC). Đường phân giác BE cắt AD tại F . Chứng minh rằng: $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$.

CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các trường hợp đồng dạng đặc biệt của 2 tam giác vuông

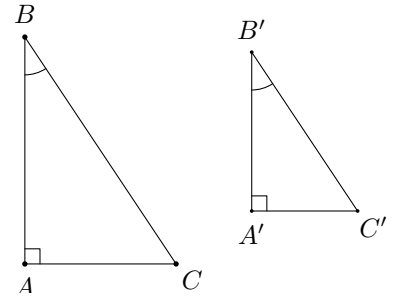
a) Trường hợp 1

Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng với góc nhọn của tam giác vuông kia.

Xét $\triangle ABC$ vuông ở A và $\triangle A'B'C'$ vuông ở A' , ta có

$$\widehat{B} = \widehat{B'}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' (g - g).$$



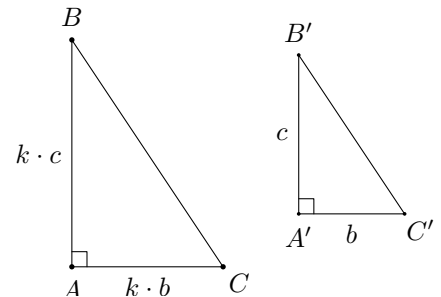
b) Trường hợp 2

Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.

Xét $\triangle ABC$ vuông ở A và $\triangle A'B'C'$ vuông ở A' , ta có

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' (c - g - c).$$



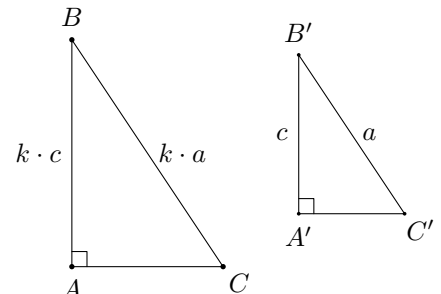
c) Trường hợp 3

Nếu **cạnh huyền** và **một cạnh góc vuông** của tam giác vuông này **tỉ lệ** với **cạnh huyền** và **một cạnh góc vuông** của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Xét $\triangle ABC$ vuông ở A và $\triangle A'B'C'$ vuông ở A' , ta có

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' (c - g - c).$$



2. Áp dụng

Định lý 3.1. Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = k \text{ (k là tỉ số đồng dạng)}.$$

Định lý 3.2. Tỷ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỷ số đồng dạng.

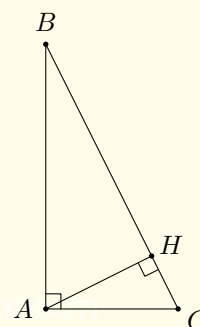
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2 \quad (S \text{ là diện tích, } k \text{ là tỷ số đồng dạng}).$$

B BÀI TẬP

✧ Bài 1.

Cho hình vẽ sau

- Chứng minh rằng $\triangle BHA \sim \triangle BAC$. Từ đó suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.
- Chứng minh rằng $\triangle AHC \sim \triangle BAC$. Từ đó suy ra $AC^2 = CH \cdot CB$.
- Chứng minh rằng $AH^2 = HB \cdot HC$.
- Chứng minh rằng $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.



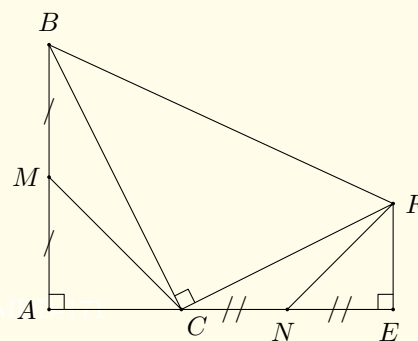
✧ Bài 2. Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH (H nằm giữa B và C). Từ H vẽ $HM \perp AB$ ($M \in AB$); $HN \perp AC$ ($N \in AC$)

- Chứng minh $AH^2 = AN \cdot AC$ và $\triangle ABC \sim \triangle ANM$.
- Chứng minh $AB \cdot CM = AC \cdot BN$.
- CM cắt BN ở K . Chứng minh $\triangle MKN \sim \triangle BKC$.

✧ Bài 3. Chứng minh rằng tỷ số độ dài hai đường phân giác và tỷ số độ dài hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng với tỷ số đồng dạng của hai tam giác đó.

✧ Bài 4. Cho hình vẽ sau

- Chứng minh $\triangle ACB \sim \triangle EFC$.
- Chứng minh $\triangle MBC \sim \triangle NCF$.
- Chứng minh hai đường thẳng MC và FN vuông góc với nhau.



✧ Bài 5. Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH . Điểm H chia cạnh huyền BC thành hai đoạn có độ dài 4 cm và 9 cm. Gọi D và E là hình chiếu của H trên AB và AC .

- Tính độ dài DE .
- Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E cắt BC theo thứ tự tại M và N . Chứng

minh M là trung điểm của BH , N là trung điểm của CH .

c) Tính diện tích tứ giác $DENM$.

✧ **Bài 6.** Cho tam giác ABC vuông ở A . Qua điểm D trên cạnh BC kẻ đường vuông góc với BC cắt các đường thẳng AB và AC theo thứ tự ở E và G . Chứng minh rằng $DB \cdot DC = DE \cdot DG$.

✧ **Bài 7.** Cho tam giác ABC , đường phân giác AI . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của B và C lên AI . Chứng minh $\frac{AD}{AE} = \frac{ID}{IE}$.

✧ **Bài 8.** Trong tam giác ABC hai góc B và C thỏa mãn điều kiện $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$, kẻ đường cao AH . Chứng minh $AH^2 = BH \cdot CH$.

✧ **Bài 9.** Giả sử AC là đường chéo lớn của hình bình hành $ABCD$. Từ C kẻ các đường thẳng CE , CF lần lượt vuông góc với AB , AD . Chứng minh rằng $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

✧ **Bài 10.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Từ một điểm D bất kỳ trên cạnh BC kẻ các đường DE , DF lần lượt vuông góc với AB và AC . Chứng minh rằng $DB \cdot DC = EA \cdot EB + FA \cdot FC$.

✧ **Bài 11.** Cho tam giác ABC , các đường cao BD và CE cắt nhau tại H .

- Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.
- Chứng minh rằng $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$.
- Chứng minh rằng $CH \cdot CE + BH \cdot BD = BC^2$.
- Giả sử góc A có số đo bằng 60° , $S_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$. Tính S_{ADE} .

✧ **Bài 12.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi M là trung điểm cạnh BC , N là trung điểm cạnh AC . Các đường trung trực của cạnh BC và AC cắt nhau tại điểm O , H là trực tâm và G là trọng tâm của tam giác. Chứng minh

- Hai tam giác ABH và MNO đồng dạng.
- Hai tam giác AHG và MOG đồng dạng.
- Ba điểm H , G , O thẳng hàng.

✧ **Bài 13.** Cho tam giác đều ABC . Gọi O là trung điểm của BC . Trên cạnh AB , AC lần lượt lấy các điểm di động M , N sao cho $\widehat{MON} = 60^\circ$. Chứng minh:

- Tích $BM \cdot CN$ không đổi.

- b) Các tia MO , NO theo thứ tự là tia phân giác của \widehat{BMN} và \widehat{CNM} .
- c) Khoảng cách từ O đến MN không đổi.
- d) Chu vi tam giác AMN không đổi.

✦ **Bài 14.** Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm E . Tia AE cắt đường thẳng DC tại M , tia DE cắt AB tại N . Chứng minh rằng

- a) $\triangle NBC \sim \triangle BCM$.
- b) BM vuông góc với CN .

✦ **Bài 15.** Cho hình vuông $ABCD$ và M thuộc BC . AM cắt DC tại E , DM cắt BE tại F . Chứng minh rằng $CF \perp AE$.

✦ **Bài 16.** Cho tam giác ABC vuông cân có $\widehat{C} = 90^\circ$. Từ C kẻ tia vuông góc với trung tuyến AM cắt AB ở D . Hãy tính tỉ số $\frac{BD}{DA}$.

✦ **Bài 17.** Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến BK và phân giác trong CD cắt nhau tại I . Chứng minh rằng $\frac{IC}{ID} - \frac{AC}{BC} = 1$.

✦ **Bài 1.** Cho ba tia Ox, Oy, Oz tạo thành $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = 60^\circ$. Chứng minh nếu A, B, C là 3 điểm thẳng hàng trên Ox, Oy, Oz thì ta có $\frac{1}{OB} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OC}$.

✦ **Bài 2.** Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), O là giao điểm ba đường trung trực, D là trung điểm cạnh AB và E là trọng tâm của tam giác ACD . Chứng minh rằng OE vuông góc với CD .

✦ **Bài 3.** Cho tam giác ABC , đường thẳng đi qua trọng tâm G và song song với BC cắt AC tại D . Gọi E là điểm đối xứng của G qua B , ED và CG cắt nhau tại I . Tính $\frac{CI}{CG}$.

✦ **Bài 4.** Cho hình thang $ABCD$ ($BC \parallel AD$ và $BC < AD$). Trên tia đối của tia CA lấy một điểm P tùy ý. Gọi K và L lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . PK cắt AB tại M còn PL cắt CD tại N . Chứng minh $MN \parallel AD$.

✦ **Bài 5.** Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = 20$ cm, $BC = 5$ cm. Tính độ dài đường phân giác trong BD của tam giác ABC .

✦ **Bài 6.** Cho $\triangle ABC$ có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H . Chứng minh rằng $AH \cdot DH = BH \cdot EH = CH \cdot FH$.

✦ **Bài 7.** Hai điểm M và K thứ tự nằm trên cạnh AB và BC của $\triangle ABC$; hai đoạn thẳng AK và CM cắt nhau tại điểm P . Biết rằng $AP = 2PK$ và $CP = 2PM$. Chứng minh rằng AK và CM là các trung tuyến của $\triangle ABC$.

✦ **Bài 8.** Cho hình bình hành $ABCD$. Từ A kẻ AM vuông góc với BC , AN vuông góc với CD (M thuộc BC và N thuộc CD). Chứng minh rằng $\triangle MAN \sim \triangle ABC$.

✦ **Bài 9.** Cho tam giác ABC , điểm D thuộc cạnh BC . Vẽ DM song song với AC (M thuộc AB) và DN song song với AB (N thuộc AC). Biết $S_{BMD} = a^2$, $S_{DNC} = b^2$. Chứng minh rằng: $S_{ABC} = (a + b)^2$.

✦ **Bài 10.** Tứ giác $ABCD$ có hai góc vuông tại đỉnh A và C , hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O , $\widehat{BAO} = \widehat{BDC}$. Chứng minh

a) $\triangle ABO \sim \triangle DCO$

b) $\triangle BCO \sim \triangle ADO$.

Chương 4

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG, HÌNH CHÓP ĐỀU

Bài

1

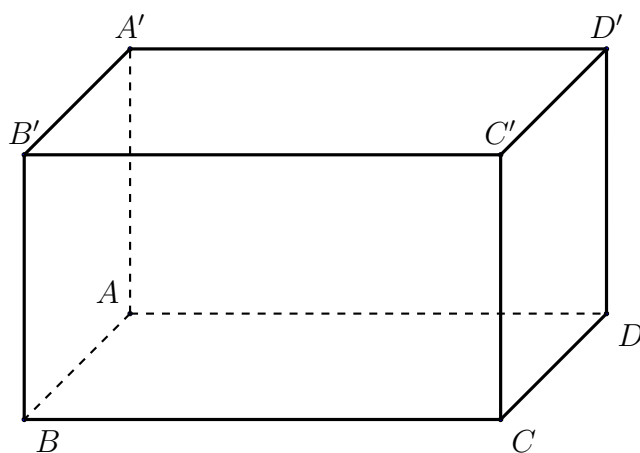
HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình hộp chữ nhật

- ☑ Hình hộp chữ nhật có: 6 mặt, 8 đỉnh và 12 cạnh.
- ☑ Hai mặt của hình hộp chữ nhật không có cạnh chung gọi là hai mặt đối diện và có thể xem chúng là hai mặt đáy của hình hộp chữ nhật, khi đó các mặt còn lại được xem là các mặt bên.



- ☑ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình vuông.

2. Mặt phẳng và đường thẳng

- ☑ Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có thể xem:
 - Các đỉnh: A, B, C, \dots như là các điểm.
 - Các cạnh: AD, DC, CC', \dots như là các đoạn thẳng.
 - Mỗi mặt, chẳng hạn mặt $ABCD$, là một phần của mặt phẳng (ta hình dung mặt phẳng trải rộng về mọi phía).
- ☑ Đường thẳng qua hai điểm A, B của mặt phẳng ($ABCD$) thì nằm trọn trong mặt phẳng đó (tức là mọi điểm của nó đều thuộc mặt phẳng).

3. Hai đường thẳng song song trong không gian

- ☑ Trong không gian hai đường thẳng a và b gọi là song song với nhau nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.
- ☑ Với hai đường thẳng phân biệt trong không gian, chúng có thể:
 - Cắt nhau.
 - Song song.
 - Không cùng nằm trong một mặt phẳng nào.
- ☑ Hai đường thẳng phân biệt, cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

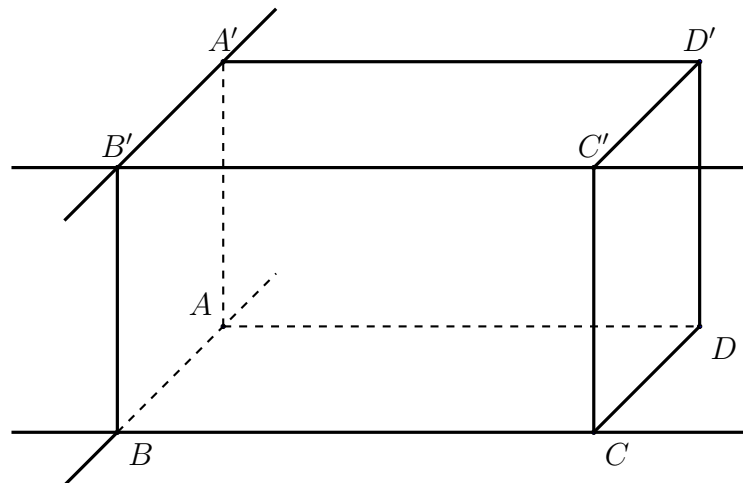
4. Đường thẳng song song với mặt phẳng. Hai mặt phẳng song song

- ☑ Khi AB không nằm trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ mà AB song song với một đường thẳng của mặt phẳng này, chẳng hạn $AB \parallel A'B'$, thì ta nói AB song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và kí hiệu là:

$$AB \parallel \text{mp}(A'B'C'D')$$

- ☑ Xét hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$. Mặt phẳng $(ABCD)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau BA, BC và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ chứa hai đường thẳng cắt nhau $B'A', B'C'$, hơn nữa BA song song với $B'A'$ và BC song song với $B'C'$, khi đó ta nói mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và kí hiệu là:

$$\text{mp}(ABCD) \parallel \text{mp}(A'B'C'D')$$



5. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Hai mặt phẳng vuông góc

- ☑ Khi đường thẳng $A'A$ vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau AD và AB của mặt phẳng $(ABCD)$ ta nói $A'A$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A và kí hiệu là:

$$AA \perp \text{mp}(ABCD)$$

- ☑ **Nhận xét:** Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng tại điểm A thì nó vuông góc với mọi đường thẳng đi qua A và nằm trong mặt phẳng đó.
- ☑ Khi một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại thì ta nói hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.

6. Thể tích của hình hộp chữ nhật

- ☑ Nếu các kích thước của hình hộp chữ nhật là a, b, c (cùng đơn vị độ dài) thì thể tích của hình hộp chữ nhật đó là: $V = a \cdot b \cdot c$.
- ☑ Thể tích hình lập phương cạnh a là: $V = a^3$.

B BÀI TẬP

☞ **Bài 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) Những cạnh nào song song với DD' ?
- b) Những cạnh nào song song với BC ?
- c) Những cạnh nào song song với CD ?
- d) Những mặt nào song song với $\text{mp}(BCC'B')$?

☞ **Bài 2.** Một căn phòng dài $5m$, rộng $3,2m$ và cao $3m$. Người ta muốn quét vôi trần nhà và bốn bức tường. Biết rằng tổng diện tích các cửa là $6,3m^2$. Hãy tính diện tích cần quét vôi.

☞ **Bài 3.** Hãy kể tên những cạnh bằng cạnh BD của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

☞ **Bài 4.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$, $AA' = 5\text{ cm}$. Tính AC' .

☞ **Bài 5.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) Hai đường thẳng AC' và BD' có cắt nhau không?
- b) Đường thẳng BD có cắt các đường thẳng AA' , $A'C'$, CC' hay không?
- c) Tìm một điểm cách đều các đỉnh của hình hộp chữ nhật.

☞ **Bài 6.** Tìm độ dài cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $BD = \sqrt{3}$.

☞ **Bài 7.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng: nếu $BA'C'$ là tam giác đều thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

☞ **Bài 8.** Tính các kích thước của hình hộp chữ nhật biết rằng chúng tỉ lệ với 2, 3, 4 và thể tích của hình hộp bằng 1536cm^3 .

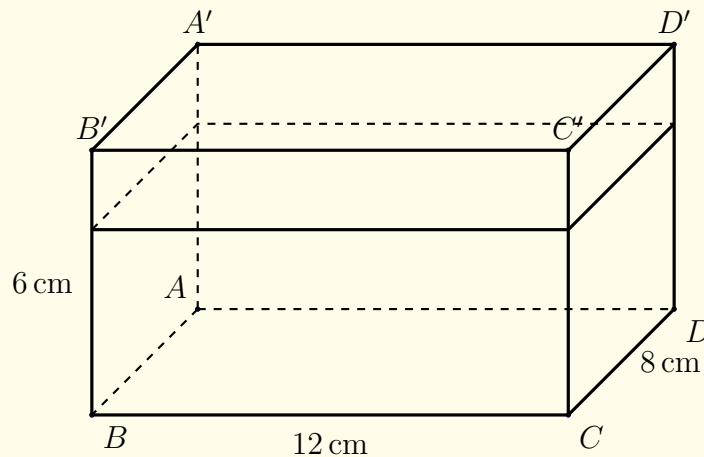
✧ **Bài 9.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

- BC vuông góc với mp($DD'C'C$).
- $A'C'$ vuông góc với mp($BDD'B'$).
- BD vuông góc với mp($AA'C'C$).
- BC vuông góc với $C'D$.

✧ **Bài 10.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Chứng minh rằng: $BD' = B'D = AC' = A'C = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

✧ **Bài 11.** Một hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 60 cm^3 và diện tích toàn phần bằng 94 cm^2 . Tính chiều rộng, chiều dài của hình hộp chữ nhật biết chiều cao bằng 4 cm .

✧ **Bài 12.** Một bình đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật (xem hình vẽ). Mực nước hiện tại bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình. Nếu ta đặt bình lại rồi dựng đứng lên (lấy mặt $(ADD'A')$ làm đáy) thì chiều cao của mực nước là bao nhiêu?

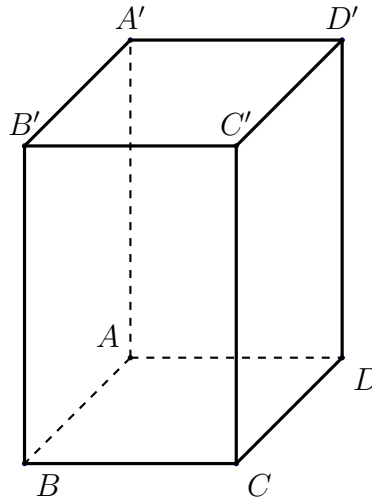


✧ **Bài 13.** Một bình đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều rộng bằng 4 cm , chiều dài bằng 8 cm , chiều cao bằng 5 cm . Mực nước hiện tại bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bình. Nếu ta đổ nước trong bình vào một bình khác hình lập phương cạnh bằng 5 cm thì chiều cao của mực nước là bao nhiêu?

A

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình lăng trụ đứng



- ☑ Hình trên là một hình lăng trụ đứng. Trong hình này:
 - $A, B, C, D, A', B', C', D'$ là các đỉnh.
 - Các mặt $ABB'A', BCC'B', \dots$ là các hình chữ nhật. Chúng được gọi là các mặt bên.
 - Hai mặt $ABCD, A'B'C'D'$ là hai đáy.
- ☑ Hình lăng trụ đứng trên có hai đáy là tứ giác nên gọi là lăng trụ đứng tứ giác, kí hiệu $ABCD.A'B'C'D'$.
- ☑ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là những hình lăng trụ đứng.
- ☑ Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp đứng.

2. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng

- ☑ Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng tổng diện tích các mặt bên.

Công thức: $S_{xq} = 2 \cdot p \cdot h$ (p là nửa chu vi đáy, h là chiều cao).

- ☑ Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

3. Thể tích của hình lăng trụ đứng

- ☑ Thể tích hình lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Công thức: $V = S \cdot h$ (S là diện tích đáy, h là chiều cao).

B

BÀI TẬP

❖ **Bài 1.** Cho một hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$.

- Những cặp mặt phẳng nào song song với nhau?
- Những cặp mặt phẳng nào vuông góc với nhau?

❖ **Bài 2.** Cho hình lăng trụ đứng đáy là tam giác $ABC.A'B'C'$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- Các cạnh bên AB và AA' vuông góc với nhau.
- Các cạnh bên BB' và $B'C'$ vuông góc với nhau.
- Các cạnh bên AC và $A'C'$ vuông góc với nhau.
- Các cạnh bên AC và $A'C'$ song song với nhau.
- Hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ song song với nhau.
- Hai mặt phẳng $(ACFD)$ và $(BCC'B')$ song song với nhau.
- Hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ vuông góc với nhau.

❖ **Bài 3.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là tâm của các mặt bên $(AA'C'C)$, $(CC'B'B)$ và $(BB'A'A)$.

- Chứng minh $IJ \parallel mp(ABC)$.
- Chứng minh $mp(IJK) \parallel mp(ABC)$.

❖ **Bài 4.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $AB \perp BC$. Gọi M là trung điểm của AC .

- Chứng minh $BM \perp mp(AA'C'C)$.
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(BB'M)$.

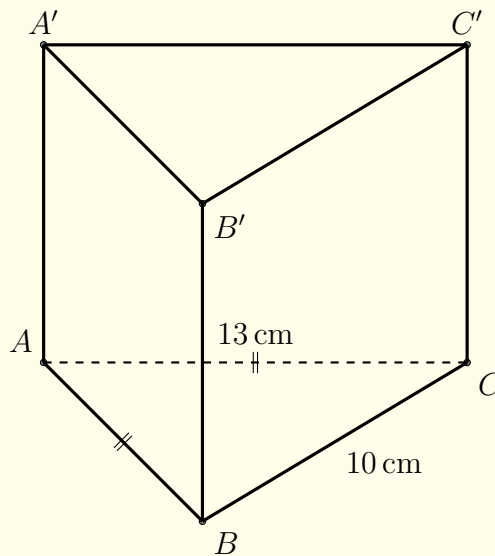
❖ **Bài 5.** Một khối gỗ hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Người ta cắt khối gỗ theo mặt $(ACC'A')$ được hai hình lăng trụ đứng bằng nhau. Tính diện tích xung quanh của mỗi hình lăng trụ đó.

❖ **Bài 6.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác cân tại C , D là trung điểm của cạnh AB (hình vẽ). Tính diện tích toàn phần của lăng trụ.

❖ **Bài 7.** Cho hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a . Tính chiều cao (theo a) của lăng trụ, biết diện tích xung quanh bằng $\frac{1}{2}$ diện tích toàn phần.



✧ **Bài 8.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác cân tại A có các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của hình lăng trụ.



✧ **Bài 9.** Tính thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác và các mặt bên là các hình vuông cạnh bằng a .

✧ **Bài 10.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác ABC cân tại A . Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$.

- Chứng minh $AMM'A'$ là hình chữ nhật.
- Tính diện tích của hình chữ nhật $AMM'A'$ biết thể tích của hình lăng trụ bằng V và $BC = a$.

✧ **Bài 11.** Một bình thủy tinh hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm, $AC = 8$ cm, chiều cao $CC' = 12$ cm. Mực nước trong bình hiện tại bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của lăng trụ. Bây giờ ta đập bình lại và lật đứng lên sao cho mặt $(ACC'A')$ là mặt đáy. Tính chiều cao của mực nước khi đó.

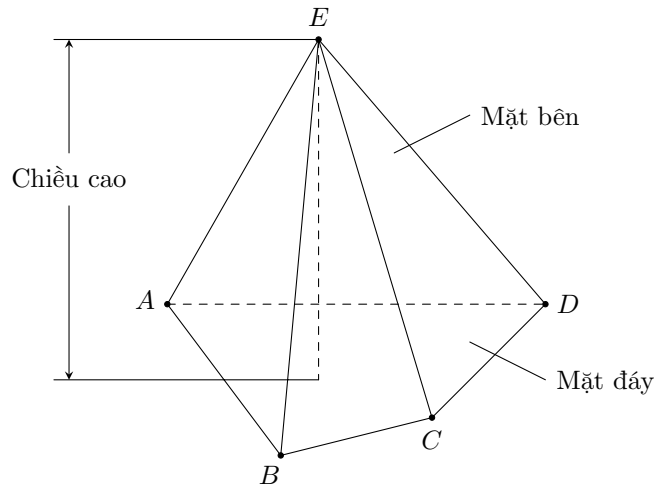
✧ **Bài 12.** Câu hỏi tương tự như bài 24 nhưng thay mặt $(ACC'A')$ bởi mặt $(BCC'B')$.



A

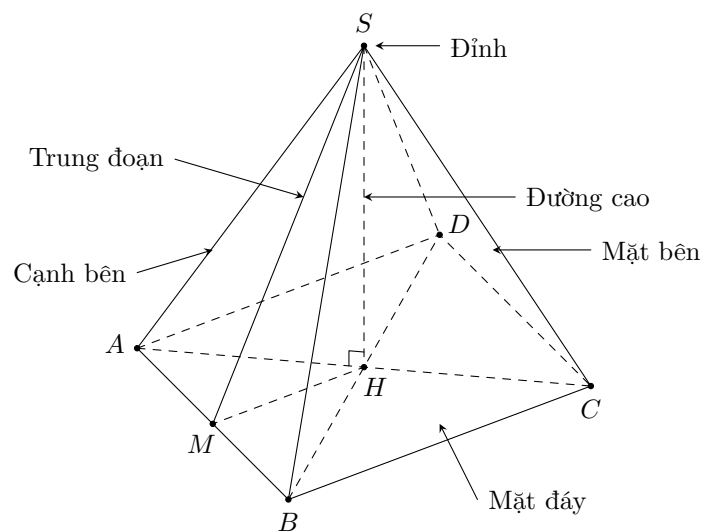
TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình chóp



- ☑ Hình trên là một hình chóp có **mặt đáy** là một đa giác và **các mặt bên** là những tam giác có chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là **đỉnh của hình chóp**.
- ☑ Đường thẳng đi qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là **đường cao của hình chóp**.
- ☑ Trong hình trên: hình chóp $S.ABCD$ có đỉnh là S , đáy là tứ giác $ABCD$, ta gọi đó là hình chóp tứ giác.

2. Hình chóp đều



- ☑ Hình chóp $S.ABCD$ trên có đáy là hình vuông, các mặt bên SAB , SBC , SCD và SDA là những tam giác cân bằng nhau. Ta gọi $S.ABCD$ là **hình chóp tứ giác đều**.
- ☑ **Hình chóp đều** là hình chóp các mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh (là đỉnh của hình chóp).

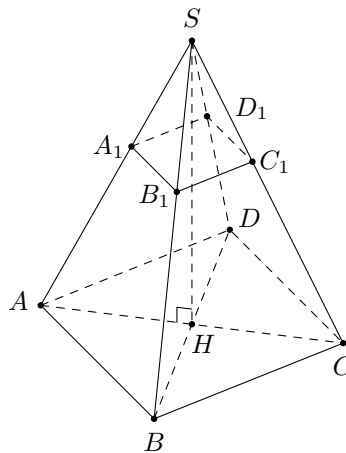


☑ Trong hình chóp đều $S.ABCD$:

- Chân đường cao H là tâm của đường tròn đi qua các đỉnh của mặt đáy.
- Đường cao vẽ từ đỉnh S của mỗi mặt bên của hình chóp đều được gọi là trung đoạn của hình chóp đó.

3. Hình chóp cắt đều

- ☑ Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là hình chóp cắt đều.
- ☑ Mỗi mặt bên của hình chóp cắt đều là một hình thang cân.



4. Diện tích xung quanh của hình chóp đều

- ☑ Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn.

$$\text{Công thức: } S_{xq} = p \cdot d$$

(p là nửa chu vi đáy; d là trung đoạn của hình chóp đều).

- ☑ Diện tích toàn phần của hình chóp bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy.

5. Thể tích của hình chóp đều

- ☑ Công thức tính thể tích của hình chóp đều: $V = \frac{1}{3}Sh$ (S là diện tích đáy; h là chiều cao)

B BÀI TẬP

✎ **Bài 1.** Cho hình chóp tam giác đều $A.BCD$. Gọi H là trung điểm của CD . Chứng minh

- a) CD vuông góc với mp(AHB).
- b) $AC \perp BD, AD \perp BC$.

❖ **Bài 2.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh

- SO vuông góc với $\text{mp}(ABCD)$.
- $\text{mp}(SAC)$ vuông góc với $\text{mp}(SBD)$.

❖ **Bài 3.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2\text{cm}$, $SA = 4\text{cm}$. Tính độ dài trung đoạn và chiều cao của hình chóp đều này.

❖ **Bài 4.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = 3\text{cm}$, cạnh bên $SA = 4\text{cm}$. Tính chiều cao của hình chóp.

❖ **Bài 5.** Một hình chóp đều có 10 cạnh. Hỏi đáy của hình chóp đó là đa giác đều nào?

❖ **Bài 6.** Một hình chóp cụt tứ giác đều có đáy lớn cạnh bằng 12cm , đáy bé cạnh bằng 8cm và cạnh bên bằng $\sqrt{13}\text{cm}$. Tính độ dài trung đoạn và chiều cao của hình chóp cụt đó.

❖ **Bài 7.** Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh bằng $\frac{1}{2}$ diện tích toàn phần. Chứng minh rằng các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông cân.

❖ **Bài 8.** Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $BD = 12\sqrt{2}\text{cm}$, $SC = 10\text{cm}$.

❖ **Bài 9.** Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều biết cạnh đáy bằng 10cm và cạnh bên bằng 13cm .

❖ **Bài 10.** Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều biết chiều cao bằng $\sqrt{13}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 5cm .

❖ **Bài 11.** Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần. Tính diện tích xung quanh của hình chóp biết cạnh bên $\sqrt{5}\text{cm}$.

❖ **Bài 12.** Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều biết chiều cao bằng $\sqrt{28}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 10cm .

❖ **Bài 13.** Tính thể tích của hình chóp tam giác đều biết chiều cao bằng $\sqrt{12}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 4cm .

A

BÀI TẬP

⇒ **Bài 1.** Cho một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- Những cặp mặt phẳng nào song song với nhau?
- Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với những mặt phẳng nào?

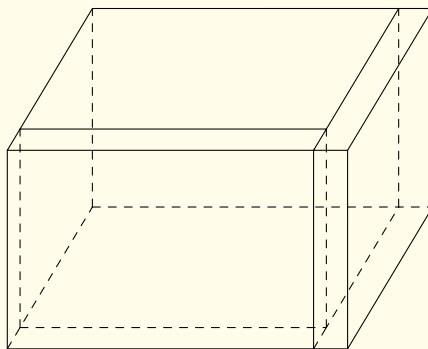
⇒ **Bài 2.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- Tìm đường thẳng chung (giao tuyến) của hai mặt phẳng $mp(ABCD)$ và $mp(ADD'A')$.
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Chứng minh MN song song với các mặt phẳng $(BB'D'D)$ và $(A'B'C'D')$.
- Gọi O, O' lần lượt là tâm của các mặt đáy. Chứng minh rằng: các mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ cắt nhau theo giao tuyến OO' . Suy ra OO' song song với các mặt bên.

⇒ **Bài 3.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

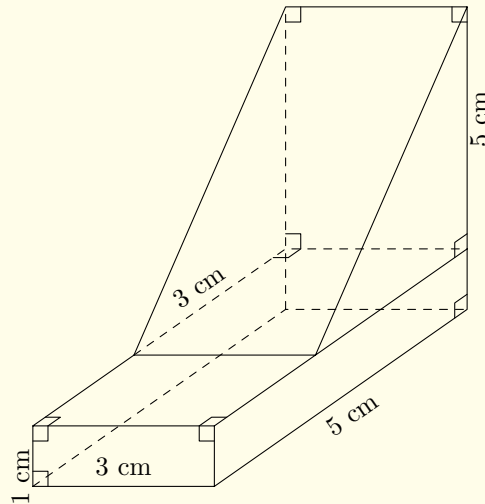
- Đường thẳng $A'B'$ song song với những mặt phẳng nào?
- Đường thẳng AC có song song với mặt phẳng $(A'B'C')$ không?

⇒ **Bài 4.** Người ta xây một bồn chứa dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là 5 m, 1 m, 2 m. Biết rằng bồn chỉ xây hai vách và mỗi vách có độ dày 1 dm như hình vẽ. Tính xem bồn chứa đầy nước thì được bao nhiêu lít nước.



⇒ **Bài 5.** Cho hình lăng đứng tam giác $ABCA'B'C'$ có $AC = \sqrt{48}$, $BC = 3$, $A'B' = \sqrt{39}$. Chứng minh các tam giác $A'BC$, $A'B'C$, ABC' là những tam giác vuông.

❖ **Bài 6.** Tính diện tích toàn phần (tổng diện tích các mặt) và thể tích của hình sau



❖ **Bài 7.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông và ABC' là một tam giác đều cạnh 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ.

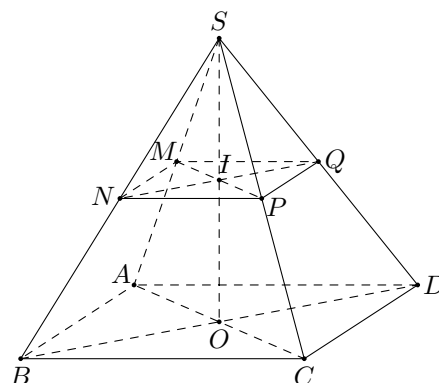
❖ **Bài 8.** Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 4 cm và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{24}$ cm.

❖ **Bài 9.** Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có trung đoạn bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng 80 cm^2 .

❖ **Bài 10.** Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh bằng 80 cm^2 và diện tích toàn phần bằng 144 cm^2 .

❖ **Bài 11.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng a . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích của hình chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$ theo a .

Lời giải.



Cách 1. Ta có $AC = a\sqrt{2}$. Suy ra $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SOC vuông tại O có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Dễ thấy $MNPQ$ là hình vuông. Gọi I là tâm của hình vuông $MNPQ$.

Ta có NP là đường trung bình của $\triangle SBC$ nên $NP = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

Mặt khác, vì $MP \parallel AC$ và P là trung điểm của SC nên I trung điểm của SO .

Suy ra $SI = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó $V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Vậy thể tích hình chóp cụt đều $ABCD.MNPQ$ là

$$V_{ABCD.MNPQ} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNPQ} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} - \frac{a^3\sqrt{2}}{48} = \frac{7a^3\sqrt{2}}{48}.$$

Cách 2. Ta cũng tính được $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SI = OI = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp cụt đều, ta có

$$V_{ABCD.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot OI \cdot (BC^2 + BC \cdot NP + NP^2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{a}{2} + \frac{a^2}{4}\right) = \frac{7a^3\sqrt{2}}{48}.$$

□

Bài 5

MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ

↻ **Bài 1.** Một cửa hàng điện máy có một cái tivi tồn kho đã lâu mà chưa bán được. Cửa hàng đã giảm giá hai lần, mỗi lần giảm 20% so với giá đang bán. Sau hai lần giảm giá đó thì giá còn lại là 4200000 đồng. Hỏi giá ban đầu của cái tivi là bao nhiêu?

↻ **Bài 2.** Một cô gái thực hiện một chương trình giảm cân nghiêm ngặt theo kế hoạch là mỗi tuần giảm 10% khối lượng so với tuần trước đó. Hỏi sau 4 tuần, giả sử kế hoạch của cô gái thành công, thì cô giảm được bao nhiêu phần trăm khối lượng cơ thể so với khối lượng thời điểm ngay trước khi bắt đầu chương trình giảm cân?

↻ **Bài 3.** Một sản phẩm được niêm yết với giá cao hơn 20% so với giá nhập vào, nhưng bán ra chỉ với giá bằng 80% giá niêm yết. Khoản lỗ (tức chênh lệch giữa giá nhập vào và giá bán của sản phẩm) là 300000 đồng. Hỏi giá nhập vào của sản phẩm đó là bao nhiêu?

↻ **Bài 4.** Mức quy định sử dụng nước cho mỗi nhân khẩu trong một hộ gia đình là $4 \text{ m}^3/\text{tháng}$. Giá 1 m^3 nước là 6000 đồng. Nếu vượt định mức thì mỗi m^3 vượt định mức phải trả gấp đôi giá tiền trong định mức. Tính số tiền nước phải trả của một hộ gia đình có 6 nhân khẩu và sử dụng 32 m^3 nước trong tháng.

↻ **Bài 5.** Kỷ niệm 15 năm ngày thành lập trường THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa, tổ Thể dục của trường tổ chức Giải Bóng đá học sinh PTTH và có 16 lớp đăng ký tham gia đá theo 3 vòng. Cách thức thi đấu như sau:

- ☑ **Vòng bảng:** 16 đội được chia đều vào 4 bảng A, B, C, D. Mỗi đội trong cùng một bảng gặp nhau một lần và gặp tất cả các đội có trong bảng (ví dụ: trong bảng A đội thứ nhất phải thi đấu với 3 đội còn lại). Khi xếp hạng trong bảng, nếu có hai đội bằng điểm thì tính đến các chỉ số phụ để xác định đội Nhất bảng.
- ☑ **Vòng bán kết (đấu loại trực tiếp):** đội nhất bảng A gặp đội nhất bảng C; đội nhất bảng B gặp đội nhất bảng D.
- ☑ **Vòng chung kết:** hai đội thua trong vòng bán kết tranh Giải 3; hai đội thắng trong vòng bán kết tranh giải Nhất.

Giải bóng được tổ chức vào các ngày liên tiếp, mỗi ngày 4 trận. Hỏi ban tổ chức cần mượn sân vận động trong bao nhiêu ngày?

↻ **Bài 6.** Một hãng taxi định giá tiền cho thuê xe là 6000 đồng/km cho 10 km đầu tiên và 2500 đồng/km cho các km tiếp theo; hoặc 3500 đồng cho mỗi km trên cả quãng đường. Vậy một khách hàng muốn đi x km thì phải chọn phương án nào để số tiền phải trả là ít nhất?

❖ **Bài 7.** Một vé xem phim có giá 60000 đồng. Biết rằng khi có đợt giảm giá vé, số lượt người xem tăng lên 50% dẫn đến doanh thu của rạp phim mỗi ngày tăng thêm 25%. Hỏi giá vé khi được giảm là bao nhiêu?

❖ **Bài 8.** Khi ký hợp đồng dài hạn 10 năm với các kỹ sư được tuyển dụng, công ty liên doanh A đề xuất hai phương án trả lương để người lao động chọn, cụ thể là

- ☑ **Phương án 1:** người lao động sẽ nhận 36 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 3 triệu đồng mỗi năm.
- ☑ **Phương án 2:** người lao động sẽ nhận được nhận 4 triệu đồng/tháng cho năm đầu tiên và kể từ năm làm việc thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 500000 đồng mỗi năm.

Trong hai phương án, phương án nào thì người kỹ sư nhận được tổng số tiền lương cao hơn?

❖ **Bài 9.** Ba học sinh A, B, C đi dã ngoại và viếng thăm thành phố nọ. Tại đây có một hiệu bánh pizza rất nổi tiếng và ba bạn rủ nhau vào quán để thưởng thức loại bánh đặc sản này. Khi bánh được đưa ra, A vốn háu ăn nên đã ăn hết nửa cái bánh. Sau đó B ăn hết nửa của phần bánh còn lại, C lại ăn hết nửa của phần bánh còn lại tiếp theo. Trong quá trình ăn thì A luôn ngó chừng để chừa lại một nửa cho B và C và cứ thế ba bạn ăn cho đến lượt thứ 3 thì số bánh còn lại bạn A ăn hết. Biết bánh pizza nặng 700 g và giá 70000 đồng. Hỏi ba bạn phải góp tiền như thế nào để cho công bằng? (Tính cụ thể mỗi bạn góp bao nhiêu tiền)

❖ **Bài 10.** Ba học sinh A, B, C đi dã ngoại và viếng thăm thành phố nọ. Tại đây có một hiệu bánh pizza rất nổi tiếng và ba bạn rủ nhau vào quán để thưởng thức loại bánh đặc sản này. Khi bánh được đưa ra, A vốn háu ăn nên đã ăn hết nửa cái bánh. Sau đó B ăn hết nửa của phần bánh còn lại, C lại ăn hết nửa của phần bánh còn lại tiếp theo. Trong quá trình ăn thì A luôn ngó chừng để chừa lại một nửa cho B và C và cứ thế ba bạn ăn cho đến lượt thứ 3 thì số bánh còn lại bạn A ăn hết. Biết bánh pizza nặng 700g và giá 70.000đ. Hỏi ba bạn phải góp tiền như thế nào để cho công bằng? (Tính cụ thể mỗi bạn góp bao nhiêu tiền).

❖ **Bài 11.** Một người đang phân vân xem có nên tạm dừng niềm đam mê của mình với công việc hiện tại để chuyển hẳn sang kinh doanh đồ uống là trà sữa hay không. Ước tính nếu giá 1 ly trà sữa là 20 ngàn đồng thì trung bình hàng tháng có khoảng 1000 lượt khách tới uống nước tại quán, trung bình mỗi khách lại trả thêm 10 ngàn đồng tiền bánh tráng trộn để ăn kèm. Nay, người này muốn tăng giá mỗi ly trà sữa thêm 1 ngàn đồng thì mỗi tháng sẽ mất khoảng 20 khách từ tổng số khách trung bình. Hỏi giá 1 ly trà sữa nên là bao nhiêu để tổng thu nhập (tổng thu chưa trừ vốn) lớn nhất?

❖ **Bài 12.** Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước 180 mét hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu thẳng có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất có thể bằng bao nhiêu? Giả sử rằng khu đất rất rộng và bờ giậu rất dài.

❖ **Bài 13.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n(g)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

❖ **Bài 14.** Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán với giá 32 triệu đồng mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm đi 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp cần định giá bán mới là bao nhiêu để lợi nhuận thu được trong một năm sẽ là cao nhất?

❖ **Bài 15.** Trong một mùa giải bóng rổ, trong trận đấu thứ 6, 7, 8 và 9, một cầu thủ ghi được 23, 14, 11 và 20 điểm theo thứ tự. Điểm trung bình của anh trong mỗi trận sau khi đấu 9 trận thì cao hơn sau khi đấu 5 trận. Nếu điểm trung bình của anh sau 10 trận lớn hơn 18 thì số điểm nhỏ nhất anh ta có thể đạt được trong trận thứ 10 là bao nhiêu?

❖ **Bài 16.** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để mua kính làm một bể cá như vậy. (Thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều dài a cm, chiều rộng b cm, chiều cao c cm là abc cm^3)

❖ **Bài 17.** Một bài kiểm tra gồm có hai phần, phần một chiếm 60% tổng số điểm và phần hai chiếm 40% tổng số điểm. Nếu một học sinh đạt 95% số điểm của phần một thì học sinh đó cần làm được ít nhất bao nhiêu phần trăm số điểm của phần hai để tổng số điểm của cả bài kiểm tra đạt từ 90% trở lên?

❖ **Bài 18.** Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu đồng một tháng?

❖ **Bài 19.** Ban chỉ huy liên đội trường THPT chuyên Trần Đại Nghĩa dự định tổ chức một buổi biểu diễn ca nhạc gây quỹ từ thiện để ủng hộ các bạn thiếu nhi có hoàn cảnh kinh tế gia đình khó khăn. Biết chi phí cho trang trí sân khấu và âm thanh là 8 triệu đồng, tiền in mỗi 10 vé là 1 ngàn đồng, các chi phí khác là 1 triệu đồng. Dự tính giá vé là 20 ngàn đồng. Hỏi để đạt được mục tiêu tiền lãi (tức phần tiền còn lại sau khi đã trừ đi tất cả các khoản chi phí) là 10 triệu đồng, ban tổ chức cần bán được ít nhất bao nhiêu vé?

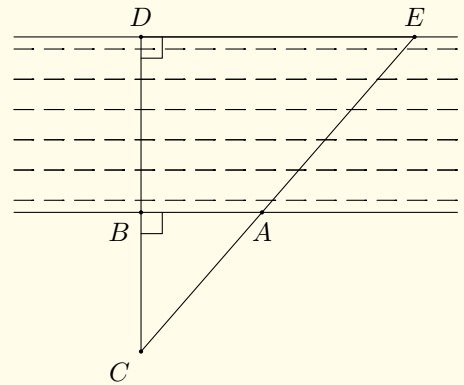
❖ **Bài 20.** Cho mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $BC = 18\text{m}$ và chiều rộng $AB = 5\text{m}$. Do quy hoạch, người ta cần giảm chiều dài và tăng chiều rộng lên cùng một số x mét. Tìm x để diện tích mảnh đất lúc sau $FBHG$ có diện tích lớn nhất.

❖ **Bài 21.** Một chiếc ti vi 75 inch có tỉ lệ màn hình là 3 : 4. Hỏi chiếc ti vi ấy có chiều rộng là bao nhiêu cm biết $1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$. (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

❖ **Bài 28.**

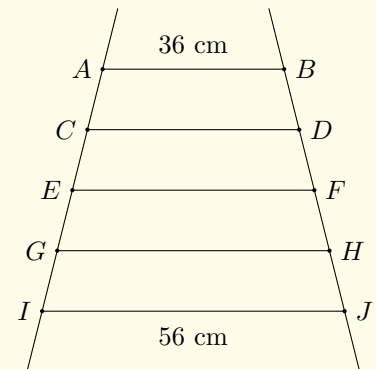
Để đo chiều rộng của dòng sông (xem hai bờ sông là hai đường thẳng song song) là khoảng cách giữa cây D và cọc B , người ta bố trí các cọc A, B, C như hình vẽ sao cho cây D , cọc B và cọc C thẳng hàng; cây E , cọc A và cọc C thẳng hàng.

- Việc kiểm tra tính thẳng hàng như trên dựa vào kiến thức Vật lí nào đã học?
- Biết khoảng cách giữa 2 cây là 50 m; giữa 2 cọc A và B là 13 m; giữa 2 cọc B và C là 9 m. Tính chiều rộng dòng sông? (Làm tròn đến hàng phần trăm)

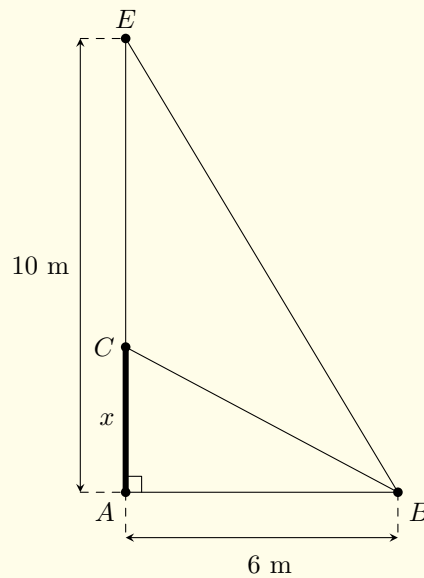


❖ **Bài 29.**

Một người thợ mộc thiết kế riêng một cái thang ngắn cho một gia đình để tiện sử dụng (vì thang bán sẵn quá lớn và nặng, không thuận tiện trong việc di chuyển trong nhà). Biết thang tổng cộng có 5 thanh đặt song song với nhau gồm: AB, CD, EF, GH, IJ ; khoảng cách giữa các thanh thang bằng nhau và chiều dài của thanh đầu tiên là 36 cm và chiều dài của thanh cuối cùng là 56 cm. Hỏi 3 thanh thang còn lại dài bao nhiêu cm?



❖ **Bài 30.** Một cây tre cao 10 m bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc 6 m. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu?



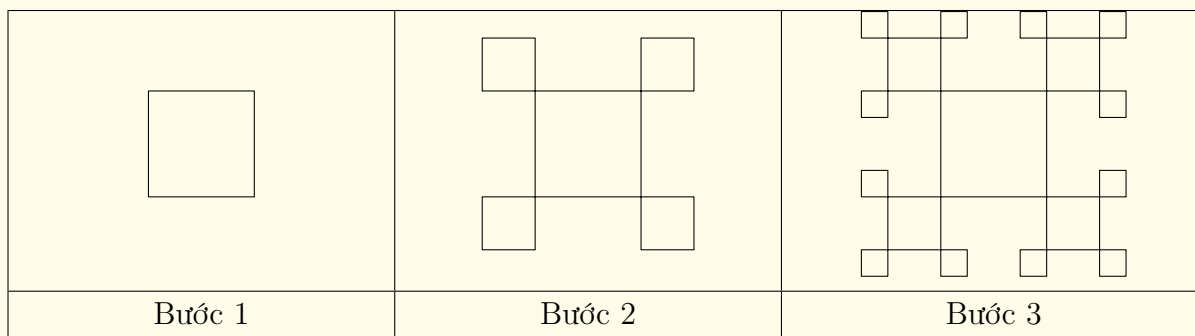
⇒ **Bài 31.** Một câu lạc bộ toán có 15 bạn, thuộc các khối lớp 7, 8 và 9. Tất cả các thành viên của câu lạc bộ đã góp 70 quyển sách cho thư viện nhà trường. Biết rằng mỗi bạn lớp 7 góp 1 quyển, mỗi bạn lớp 8 góp 4 quyển và mỗi bạn lớp 9 góp 6 quyển. Tìm số học sinh của từng khối lớp trong câu lạc bộ.

⇒ **Bài 32.** Người ta trộn 8 g chất lỏng A với 6 g chất lỏng B để được hỗn hợp có khối lượng riêng $0,7 \text{ g/cm}^3$. Tìm khối lượng riêng của mỗi chất lỏng, biết khối lượng riêng của chất lỏng A lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng B là $0,2 \text{ g/cm}^3$.

⇒ **Bài 33.** Có hai quả cầu đồng chất, đặc, nhưng kích thước khác nhau. Quả cầu thứ nhất có diện tích bề mặt ngoài là 150 cm^2 ; quả cầu thứ hai có diện tích bề mặt ngoài là $337,5 \text{ cm}^2$. Biết rằng quả cầu thứ hai nặng 486 gam. Tính khối lượng của quả cầu thứ nhất.

⇒ **Bài 34.** Bạn Bông cắt dán một hình theo nhiều bước sau

- ☑ Bước thứ nhất, bạn cắt một hình vuông.
- ☑ Bước thứ hai, bạn cắt 4 hình vuông có cạnh bằng một nửa cạnh hình vuông ở bước thứ nhất và dán vào 4 đỉnh của hình vuông cũ.
- ☑ Bước thứ ba, bạn lại cắt các hình vuông có cạnh bằng một nửa cạnh hình vuông ở bước thứ hai, và dán vào các đỉnh còn trống của những hình vuông được dán ở bước hai.
- ☑ Và cứ thế tiếp tục.



Giả sử đến bước thứ 3, diện tích của tất cả các hình vuông là 176 cm^2 .

- Hỏi hình vuông ở bước thứ nhất có cạnh là bao nhiêu?
- Diện tích của tất cả các hình vuông ở bước thứ 4 là bao nhiêu?

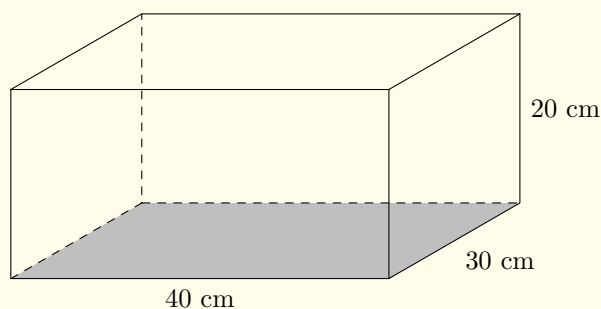
⇒ **Bài 35.** Cha mẹ bạn An dự định lắp một máy điều hòa cho phòng của bạn An nhưng không biết nên lắp máy công suất bao nhiêu. Cha mẹ bạn tìm được thông tin trên internet về công suất của các loại máy lạnh theo bảng sau

Công suất	Gia đình	Cafe/Nhà hàng	Khách sạn	Văn phòng
1 HP	45 m^3	30 m^3	35 m^3	45 m^3
1,5 HP	60 m^3	45 m^3	55 m^3	60 m^3
2 HP	80 m^3	60 m^3	70 m^3	80 m^3
2,5 HP	120 m^3	80 m^3	100 m^3	45 m^3

Trong đó thể tích là thể tích tối đa của phòng. Bạn An đo phòng bạn An thì thấy chiều dài là 5 m, chiều rộng 4 m và chiều cao là 2,5 m. Xem phòng bạn An là một hình hộp chữ nhật, hỏi cha mẹ bạn An nên lắp máy điều hòa bao nhiêu HP?

⇒ **Bài 36.**

Một hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình vẽ bên. Để xếp kín hình hộp chữ nhật có các kích thước chiều dài 8 cm, chiều rộng 6 cm, chiều cao 4 cm thì số hình hộp cần phải có là bao nhiêu?



⇒ **Bài 37.** Người ta xây một cái bể chứa dầu hình hộp chữ nhật, biết lòng bể có kích thước là chiều dài 2 m, chiều rộng 0,8 m và chiều cao 1,5 m.

- Hỏi bể có thể chứa bao nhiêu lít dầu?
- Hiện bể đang chứa 1600 lít dầu. Tính chiều cao mực dầu trong bể?

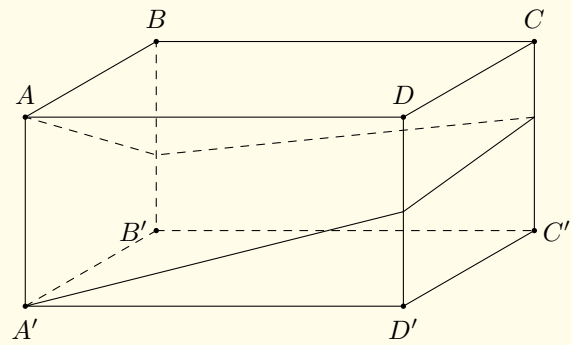
❖ **Bài 38.** Nhà bạn An có một bể chứa nước hình hộp chữ nhật có chiều dài 2 m, chiều rộng 1,5 m và chiều cao 1,5 m. Ba bạn An bơm nước vào bể được $\frac{1}{3}$ chiều cao bể thì có chuyện nên nhờ bạn An khi nào nước đầy bể thì tắt máy bơm. Biết máy bơm mỗi phút thì được 20 lít nước. Bạn An đang học bài nên bạn đã tính thời gian từ lúc ba bạn đi đến lúc nước đầy bể để ra tắt máy bơm. Hỏi bạn đã tính được thời gian là bao nhiêu?

❖ **Bài 39.** Một cái hộp hình hộp chữ nhật không nắp được làm từ một mảnh bìa cứng. Hộp có đáy là hình vuông cạnh x cm, chiều cao là h cm và có thể tích là 500 cm^3 . Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra ít tốn nhiên liệu nhất.

❖ **Bài 40.** Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D . Biết rằng $AD = 8 \text{ cm}$; $AB = 4 \text{ cm}$; $CD = 10 \text{ cm}$. Xác định vị trí của điểm M trên đường thẳng AD sao cho giá trị $|MB - MC|$ là lớn nhất; tính giá trị này.

❖ **Bài 41.**

Cho một hộp giày $ABCD.A'B'C'D'$ có dạng hình hộp chữ nhật (hình có 6 mặt là hình chữ nhật) như hình bên; với các độ dài $AB = 2 \text{ cm}$; $BC = 4 \text{ cm}$; $AA' = 5 \text{ cm}$. Một con kiến bò từ điểm A' , bò theo 4 mặt bên trên hình hộp để lên A (nghĩa là con kiến xuất phát từ A' , bò đến một điểm nào đó trên cạnh DD' , rồi từ đó bò đến một điểm trên cạnh CC' , rồi đến một điểm trên cạnh BB' , và bò đến A). Tính độ dài quãng đường bò ngắn nhất của con kiến.



Chương 5

CÁC ĐỀ THI

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2012 - 2013 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 45 phút

↔ **Bài 1.** (6 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 + 1)^2 - (3 - x^2)^2 = 24.$

b) $\left(\frac{2-x}{x+3} - \frac{3-x}{x+2} + \frac{2-x}{x^2+5x+6}\right) : \left(1 - \frac{x}{x-1}\right) = 0.$

c) $\frac{x}{2013} + 1 = \frac{x-2}{2011} + \frac{x+2}{2015}.$

↔ **Bài 2.** (4 điểm) Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AD ($D \in BC$) và phân giác trong BE ($E \in AC$). Đường thẳng qua E và song song với AD lần lượt cắt BC và AB tại M và N .

a) Chứng minh rằng: $MN \cdot BD = BM \cdot AD.$

b) Chứng minh rằng: $\frac{MN}{AD} + \frac{ME}{AD} = 2.$

c) Chứng minh rằng: $\frac{BC}{BA} = \frac{MC}{MD}.$

d) AD cắt BE tại I . Chứng minh rằng: $\frac{IB}{IE} - \frac{BC}{BA} = 1.$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2013 - 2014 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 45 phút

↔ **Bài 1.** (6 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x(x - 3)(x + 3)$.

b) $(9x^2 - 25)^2 = 4(3x - 5)^2$.

c) $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5} - \frac{x + 1}{x - 3} = \frac{1}{2}$.

↔ **Bài 2.** (4 điểm) Cho $\triangle ABC$ ($\widehat{C} > 90^\circ$), có đường phân giác AD . Vẽ AE, CF, BN vuông góc với tia AD (F, N thuộc tia AD và E thuộc đường thẳng BC). Tia EF cắt cạnh AB tại I và cắt tia NB tại M . Chứng minh rằng:

a) $\frac{AB}{AC} = \frac{BN}{FC}$.

b) AE là tia phân giác ngoài tại A của $\triangle ABC$. Từ đó suy ra $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$.

c) B là trung điểm của MN .

d) $ID \parallel FC$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
Năm học 2014 - 2015 - Môn: Toán 8
Thời gian làm bài: 45 phút

✧ **Bài 1.** (6 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x - 2)^2 - (3 - 2x)^2 - 2(x - 1) = 0.$

b) $\frac{x + 1}{19} + \frac{x + 2}{18} + \frac{x + 3}{17} + 3 = 0.$

c) $x^3 - 27 = x^2(x - 3).$

✧ **Bài 2.** (4 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Lấy D là điểm tùy ý trên cạnh BC . Gọi H là trung điểm BD . Hạ DE vuông góc với AC tại E . Đường trung tuyến CK của tam giác ABC cắt AH , AD , DE lần lượt tại M , F , I .

a) Chứng minh: $AD \cdot KF = AF \cdot KI.$

b) Chứng minh: $\frac{AD}{AF} - \frac{DI}{AK} = 1.$

c) Gọi G là điểm đối xứng với M qua K . Chứng minh: $\frac{CH}{CB} = \frac{CM}{CG}.$

d) Gọi L là giao điểm của BM và AC . Chứng minh: $LH \parallel AB.$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2015 - 2016 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 45 phút

↔ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{x+1}{2015} + \frac{x+2}{2014} + \frac{x+14}{2002} + 3 = 0.$

b) $(7x-9)(x^2-2x+4) = (7x-9)(6x-12).$

c) $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = -2.$

↔ **Bài 2.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số là 12 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì thu được số mới lớn hơn số ban đầu là 36.

↔ **Bài 3.** Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM và MD là đường phân giác trong của tam giác AMB . Từ D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E .

a) Chứng minh $\frac{DA}{DB} = \frac{MA}{MC}.$

b) Vẽ tia Cx song song với AM cắt đường thẳng ME tại I . Chứng minh rằng $EA \cdot IC = AM \cdot EC.$

c) Chứng minh rằng tam giác ICM cân tại C và ME là tia phân giác của góc $AMC.$

d) Đường thẳng qua A và song song với BC lần lượt cắt các đường thẳng MD, ME tại H và J . Chứng minh rằng $HJ = 2AM.$

↔ **Bài 4.** Một công ty cần vận chuyển một lô hàng hóa gồm 7 thùng hàng A và 5 thùng hàng B bằng các xe chuyên dụng. Hỏi công ty này cần sử dụng ít nhất bao nhiêu chiếc xe chuyên dụng để vận chuyển hết lô hàng hóa đó cùng một lúc? Biết rằng mỗi thùng hàng A nặng 300 kg, mỗi thùng hàng B nặng 450 kg và mỗi xe chuyên dụng chỉ chở được tối đa 1 tấn hàng hóa.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2016 - 2017 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 45 phút

↔ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{2x - 3}{2} + \frac{3x - 2}{3} = 0.$

b) $(2x + 1)(x - 5)^2 = (2x + 1)(2x + 3)^2.$

c) $\frac{x - 2}{x + 2} - \frac{x + 2}{x - 2} = -\frac{24}{5}.$

↔ **Bài 2.** Một đội công nhân lập kế hoạch may một số chiếc áo, theo đó mỗi ngày đội phải may xong 40 chiếc áo. Nhưng khi thực hiện, đội đã may được 50 chiếc áo mỗi ngày. Do đó, đội không những đã hoàn thành kế hoạch trước thời hạn 1 ngày mà còn may thêm được 10 chiếc áo nữa. Tìm số chiếc áo mà đội phải may theo kế hoạch đã định.

↔ **Bài 3.** Cho $\triangle ABC$ có 3 góc đều nhọn ($AB < AC$), AH là đường cao. Trên 2 cạnh AB , AC lần lượt lấy 2 điểm E , F (E khác A , B) sao cho HA là tia phân giác của \widehat{EHF} và EH không song song với AC . Đường thẳng EF cắt các đường thẳng AH , BC lần lượt tại G và K .

a) Chứng minh: $GE \cdot HF = GF \cdot HE$

b) Trên tia đối của tia HF lấy điểm I sao cho $HI = HE$. Chứng minh rằng: $EI \parallel AH$.

c) Chứng minh rằng: HK là tia phân giác của góc EHI .

d) Đường thẳng qua E song song với AC cắt AK , AH lần lượt tại M và N . Chứng minh rằng: E là trung điểm của MN .

↔ **Bài 4.** Bạn Nam giới thiệu cho các bạn trong lớp hai quyển sách toán hay, bao gồm một quyển Đại số và một quyển Hình học. Ngoài ra nếu các bạn muốn mua thì Nam sẽ mua giùm các bạn. Quyển Đại số có giá 30 000 đồng, quyển Hình học có giá 37 000 đồng. Một số bạn trong lớp đăng kí mua cả hai quyển sách, một số bạn khác chỉ đăng kí mua một quyển. Sau khi đăng kí, các bạn gửi cho Nam số tiền vừa đủ để mua sách. Tổng số tiền Nam nhận được từ các bạn là 1 592 000 đồng. Khi về nhà, do sơ suất nên Nam đã làm mất tờ giấy ghi lại số lượng từng quyển sách cần mua. Trong tình huống này, em hãy xác định giúp Nam số lượng từng quyển sách mà Nam cần mua.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2017 - 2018 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 45 phút

✎ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} = \frac{3x-5}{15}$.

c) $x^3 + 8 - 2(x+2)^2 = 0$

b) $(2-x)(x+1) = (x-2)(3x+5)$.

d) $\frac{2}{x-1} + \frac{4}{x+3} = \frac{3x+11}{x^2+2x-3}$.

✎ **Bài 2.** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Hai kho gạo có tổng cộng là 240 tấn gạo. Nếu chuyển 60 tấn gạo từ kho thứ nhất sang kho thứ hai thì số gạo ở kho thứ hai gấp 5 lần số gạo ở kho thứ nhất. Hỏi ban đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn gạo?

✎ **Bài 3.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB < CD$ và N là trung điểm của CD . Gọi I là giao điểm của AD và BC , O là giao điểm của IN và AB

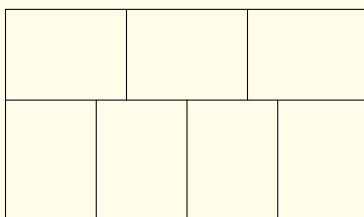
a) Chứng minh $IO \cdot ND = OA \cdot IN$.

b) Chứng minh O là trung điểm của AB .

c) Trên đường thẳng CD lấy điểm E sao cho ID là tia phân giác của \widehat{EIN} . Trên IC lấy điểm K sao cho $NK \parallel IE$. Chứng minh rằng $\frac{1}{NK} - \frac{1}{NI} = \frac{2}{IE}$.

d) Gọi M là giao điểm của IN và BD . Chứng minh A, M, C thẳng hàng.

✎ **Bài 4.** Nhân dịp Tết nguyên đán Mậu Tuất năm 2018, bạn An cần phải thiết kế bảy tấm bìa hình chữ nhật bằng nhau và ghép chúng lại trên bảng tin lớp cũng là hình chữ nhật như hình vẽ có chu vi 9,5 m. Em hãy giúp bạn An tìm lại chiều dài, chiều rộng của mỗi tấm bìa.



ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
 Năm học 2018 - 2019 - Môn: Toán 8
 Thời gian làm bài: 90 phút

✧ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $5x - 3 = 2(x + 3)$.

c) $x^2 - 4 = 3x + 6$

b) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)(2x + 1)$.

d) $\frac{2x}{x+1} - \frac{3}{x+3} = \frac{x-3}{x^2+4x+3}$.

✧ **Bài 2.** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Ở học kì I, số học sinh nam của lớp 8A chiếm $\frac{3}{5}$ tổng số học sinh cả lớp. Sang học kì II, lớp 8A có thêm 4 bạn nam chuyển vào, số học sinh nữ giữ nguyên nên ở học kì này số học sinh nam của lớp chiếm $\frac{7}{11}$ tổng số học sinh trong lớp. Hỏi ban đầu lớp 8A có bao nhiêu bạn nữ?

✧ **Bài 3.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và AF là tia phân giác của \widehat{BAC} ($F \in BC$). Một đường thẳng d song song với BC cắt các đoạn thẳng AB, AF, AC lần lượt tại M, E, N .

a) Chứng minh rằng $ME \cdot AF = BF \cdot AE$.

b) Chứng minh rằng $\frac{ME}{BF} = \frac{NE}{CF}$

c) Gọi H là giao điểm của BE, MF và K là giao điểm của NF, CE . Chứng minh rằng $HK \parallel BC$.

d) Đường thẳng HK cắt AB, AC lần lượt tại I, J . Chứng minh rằng $\frac{HI}{AB} = \frac{KJ}{AC}$.

✧ **Bài 4.** Chị Út dự tính đem tiền vừa đủ mua 9 kg táo để biếu bà con dịp Tết. Tuy nhiên, khi ra đến chợ, chị mới biết rằng giá táo tăng thêm 20 000 đồng/kg so với giá dự tính. Do vậy, chị chỉ đủ tiền mua 6 kg táo. Hỏi chị Út mang theo bao nhiêu tiền mua táo?

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học 2012 - 2013 - Môn: Toán 8
Thời gian làm bài: 90 phút

✧ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{x-3}{2} + \frac{2-x}{3} = -2x + 4.$

b) $\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+3} = \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 + x - 6}.$

c) $4 - 2|3 - x| = x$

✧ **Bài 2.** Giải và biểu diễn tập nghiệm trên trục số các bất phương trình sau

a) $(x+2)(x^2 - 2x + 4) > x^3 - 2x.$

b) $x + \frac{x-2}{-2} + \frac{x+3}{6} \geq \frac{x}{4} + 1.$

✧ **Bài 3.** Chứng minh rằng $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) \geq -9 \forall x \in \mathbb{R}$

✧ **Bài 4.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao BD, CE cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AD \cdot AC.$

b) Chứng minh rằng tam giác ABC đồng dạng với tam giác ADE

c) AH cắt BC tại F . Vẽ FM, FN lần lượt vuông góc với $AB, AC, M \in AB, N \in AC$. Chứng minh rằng $MN \parallel ED.$

d) MN cắt CE tại K . Chứng minh rằng FK vuông góc với $EC.$

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Năm học: 2013 - 2014

Thời gian làm bài: 90 phút

↻ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{x-10}{1999} + \frac{x-20}{1989} = \frac{x-50}{1959} + \frac{x-80}{1929}$.

b) $\frac{x+2}{x} = \frac{x^2+6x+5}{x^2+2x} + \frac{x}{x+2}$.

c) $|2x+3| = 3x+2$.

↻ **Bài 2.** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a) $x^2 - \frac{x(2x+3)}{2} \geq \frac{x-1}{4}$.

b) $\frac{2x}{x-1} < 2$.

↻ **Bài 3.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(x^2+1)(2x+5)+x^4-1}{(x^2+1)(x^2+2x+3)}$.

↻ **Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A , có M là trung điểm của BC . Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC và không chứa điểm B , lấy điểm D (D khác A và C) sao cho $AM = DM$.

a) Chứng minh $\triangle BDC$ vuông tại D .

b) Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chứng minh $IA \cdot IC = ID \cdot IB$.

c) Chứng minh $\widehat{AMB} = 2\widehat{ADB}$.

d) Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt đường thẳng CD ở T . Chứng minh rằng $\triangle CDB \sim \triangle CBT$ và $BI \cdot BD + CI \cdot CA = CD \cdot CT$.

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: 90 phút

⇨ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $-x^3 + 2x^2 + x - 2 = 0.$

b) $\frac{x}{x-1} - \frac{2(x+3)}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}.$

c) $2|x+1| - 3x = 5.$

⇨ **Bài 2.** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a) $3 + \frac{x-2}{-5} < x - \frac{x-4}{3} + \frac{x+3}{2}.$

b) $(x-1)(x^2+3x+1) \geq (x-1)(x+1)(x+2).$

⇨ **Bài 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^4 + 2b^4 - ab^3 - a^3b + 2015$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = 0; b = 0$.

⇨ **Bài 4.** Cho $\triangle ABC$ nhọn, có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng $AE \cdot AC = AF \cdot AB.$

b) Chứng minh rằng $\triangle AEF \sim \triangle ABC.$

c) Chứng minh rằng EB là tia phân giác của $\widehat{FED}.$

d) Gọi I là giao điểm của AD và EF . Chứng minh rằng $HI \cdot AD = HD \cdot AI.$

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Năm học: 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 90 phút

↔ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $3(x - 2) = 2(x - 4).$

b) $9x^2 - 1 = (3x - 1)(5x + 8).$

c) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{36}{9-x^2} = \frac{x-3}{x+3}.$

d) $2|3x+1| - 6 = 0.$

↔ **Bài 2.** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a) $\frac{6x+5}{2} - \frac{10x+3}{4} \geq 2x + \frac{2x+1}{2}.$

b) Cho x, y dương thỏa mãn $x + y = 3$. Chứng minh rằng $x^2y \leq 4$.

↔ **Bài 3.** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 42km/h và đi từ B về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 6km/h. Tính quãng đường AB biết thời gian cả đi và về mất 5h.

↔ **Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A , vẽ đường cao AH .

a) Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle HBA$. Từ đó suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Chứng minh rằng $\triangle HAB \sim \triangle HCA$. Từ đó suy ra $AH^2 = BH \cdot CH$.

c) Vẽ HD vuông góc AC tại D . Đường trung tuyến CM của tam giác ABC cắt HD tại N . Chứng minh rằng $\frac{HN}{BM} = \frac{CN}{CM}$ và $HN = DN$.

d) Qua A vẽ đường thẳng d song song với BC . Trên đường thẳng d lấy điểm E (E, C nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ AH) sao cho $\frac{AE}{BC} = \frac{AD}{CD}$. Gọi I là giao điểm của AH và CM . Chứng minh ba điểm B, E, I thẳng hàng.

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 (Phòng giáo dục quận 1)
 Năm học 2016 – 2017 - Môn: toán 8
 Thời gian làm bài : 90 phút

✧ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $2(x - 3) = 6(x + 1).$

c) $\frac{x + 3}{x - 3} + \frac{4x^2}{9 - x^2} = \frac{x - 3}{x + 3}.$

b) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7).$

d) $|2x - 4| + 4 = 2x.$

✧ **Bài 2.**

a) Giải bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

$$\frac{x - 1}{2} - \frac{x - 2}{3} \geq x - \frac{x - 3}{4}.$$

b) Cho x, y thỏa mãn $8x + 9y = 48$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = xy$.

✧ **Bài 3.** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 3 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và giảm chiều rộng 4 m thì diện tích giảm 36 m^2 so với diện tích ban đầu của khu vườn. Tính kích thước ban đầu của khu vườn.

✧ **Bài 4.** Cho tam giác nhọn ABC , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng $\triangle ABE \sim \triangle ACF$. Từ đó suy ra $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

b) Chứng minh rằng $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

c) Vẽ DM vuông góc AC tại M . Gọi K là giao điểm của CH và DM . Chứng minh rằng $\frac{CD}{BD} = \frac{CM}{EM}$ và $\frac{BH}{EH} = \frac{DK}{MK}$.

d) Chứng minh rằng $AH \cdot AD + CH \cdot CF = \frac{CD^4}{CM^2}$.

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 (Phòng giáo dục quận 1)
 Năm học 2017 – 2018 - Môn: toán 8
 Thời gian làm bài : 90 phút

⇨ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $3(2x - 5) = 4x - 7.$

b) $\frac{x}{x+3} + \frac{x}{x+2} = \frac{x}{(x+2)(x+3)}.$

⇨ **Bài 2.** Giải bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

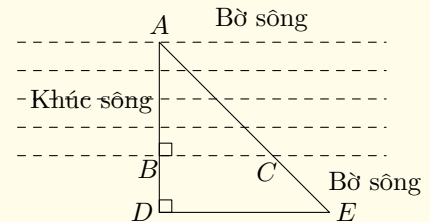
$$\frac{2x + 3}{-4} \geq \frac{4 - x}{-3}.$$

⇨ **Bài 3.** Cho tam giác ABC cân tại A có độ dài $AB = |2x - 1|$, $AC = 5 - x$ cm và $BC = 9$ cm. Tính số đo \widehat{BCA} .

⇨ **Bài 4.** Một xe lửa chạy với vận tốc 45 km/h. Xe lửa chui vào một đường hầm có chiều dài gấp 9 lần chiều dài của xe lửa và cần 2 phút để xe lửa đó vào và ra khỏi đường hầm. Tính chiều dài của xe lửa.

⇨ **Bài 5.**

Tính chiều rộng AB của khúc sông (xem hình vẽ). Biết rằng $\widehat{ABC} = \widehat{ADE} = 90^\circ$, $BC = 40$ m, $BD = 30$ m, $DE = 60$ m.



⇨ **Bài 6.** Có hai thùng dầu A và B , thùng dầu A chứa gấp đôi thùng dầu B . Nếu bớt ở thùng A đi 25% số lít dầu hiện có và thêm vào thùng B 10 lít nữa thì số lít dầu ở hai thùng bằng nhau. Hỏi ban đầu mỗi thùng chứa bao nhiêu lít dầu?

⇨ **Bài 7.** Cho tam giác nhọn ABC , vuông tại A , đường cao AH .

a) Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle HBA$. Từ đó suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Chứng minh rằng $\triangle HAB \sim \triangle HCA$ và $AH^2 = BH \cdot CH$.

c) Trên tia HA lấy các điểm D, E sao cho D là trung điểm của AH , A là trung điểm của HE . Chứng minh rằng D là trực tâm của tam giác BCE .

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II (Quận 1)
Năm học 2018 - 2019 - Môn: Toán 8
Thời gian làm bài: 90 phút

✎ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $2(4x - 7) = 3(x + 1) + 18.$

c) $|x - 1| + 7 = 3x.$

b) $\frac{3x + 2}{2} + \frac{5 - 2x}{3} = \frac{11}{6}.$

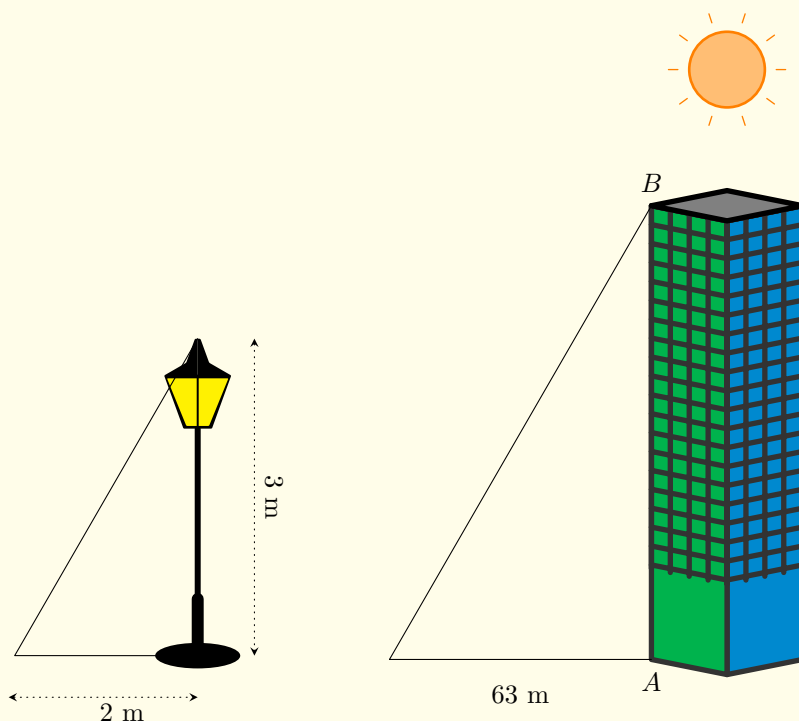
d) $\frac{x + 2}{x + 3} + \frac{2x - 1}{x - 3} = \frac{13x - 9}{x^2 - 9}.$

✎ **Bài 2.** Giải bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

$$\frac{3x + 5}{4} - \frac{x - 4}{6} \leq \frac{3x + 7}{3}.$$

✎ **Bài 3.** Một ô tô đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì đến B chậm hơn 30 phút so với thời gian dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 24 phút so với thời gian dự định. Tính chiều dài quãng đường AB .

✎ **Bài 4.** Bóng của một toà nhà trên mặt đất có độ dài 63 m. Cùng thời điểm đó, một cây cột đèn cao 3 m vuông góc với mặt đất có bóng dài 2 m. Tính chiều cao AB của toà nhà.



✎ **Bài 5.** Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD , BE và CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh $\triangle ABE \sim \triangle ACF$, từ đó suy ra $AB \cdot AF = AC \cdot AE$.

b) Chứng minh $DB \cdot DC = DA \cdot DH$.

c) Gọi I là trung điểm của BC . Đường thẳng vuông góc với AI tại H cắt AB và AC lần lượt tại M và N . Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle AHI$ và H là trung điểm của MN .

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học 2019 - 2020 - Môn: Toán 8
Thời gian làm bài: 90 phút

✧ **Bài 1.** Giải phương trình $\frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x-1} = \frac{5x+3}{x^2-1}$.

✧ **Bài 2.** Giải bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số: $\frac{x-5}{-3} < \frac{x-2020}{2}$.

✧ **Bài 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (điểm H thuộc BC).

- Chứng minh rằng tam giác HBA đồng dạng với tam giác ABC .
- Chứng minh rằng $AB^2 = BH \cdot BC$.
- Kẻ đường phân giác BD của góc ABC (điểm D thuộc AC). Chứng minh rằng $AD \cdot AC = CD \cdot AH$.

✧ **Bài 4.** Để khuyến mãi cho một dòng máy tính, một cửa hàng bán máy tính đã giảm giá 5% cho đợt 1. Sau 3 tháng, cửa hàng lại tiếp tục giảm giá 6% so với giá sau khi đã giảm ở đợt 1. Sau 2 đợt giảm giá thì chiếc máy tính chỉ còn bán với giá 8 930 000 đồng. Hỏi giá của chiếc máy tính trước khi giảm giá là bao nhiêu?

✧ **Bài 5.** Để đo chiều cao của một cái cây AB , bạn Nam đặt một gương phẳng tại vị trí C và đi lùi lại cho đến khi vừa nhìn thấy ngọn cây A qua gương (ảnh ngọn cây là điểm F đối xứng với A qua BC). Tính chiều cao của cây AB (ghi kết quả ở dạng số thập phân với hai chữ số sau dấu phẩy), biết rằng khoảng cách từ gương đến gốc cây là $BC = 12$ mét, khoảng cách từ gương đến chỗ Nam đứng nhìn là $CD = 2$ mét và khoảng cách từ mắt Nam đến mặt đất là $DE = 1,67$ mét. (Học sinh không cần vẽ lại hình vào giấy nếu không vẽ thêm yếu tố mới nào).

✧ **Bài 6.**

- Chứng minh rằng $(a+1)^2 \geq 4a$ với mọi số a .
- Chứng minh rằng nếu a, b, c là các số dương và $abc = 1$ thì $(a+1)(b+1)(c+1) \geq 8$.