

**CHƯƠNG 7**  
**TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**BÀI 1**  
**BẢNG TẦN SỐ VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ**

**1. Bảng tần số**

- **Mẫu số liệu** là tập hợp các dữ liệu thu yhaapj được theo tiêu chí cho trước
- Số lần xuất hiện của một giá trị trong mẫu dữ liệu thống kê được gọi là **tần số** của giá trị đó.
- **Bảng tần số** biểu diễn tần số của mỗi giá trị trong mẫu dữ liệu

Để lập bảng tần số ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số của mỗi giá trị đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số ( $n$ ).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số của giá trị đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng,  $N = \dots$

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số <math>n</math></b>	$n_1$	$n_2$	...	$n_i$	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Chú ý:** Bảng tần số ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	<b>Tần số <math>n</math></b>
$x_1$	$n_1$
$x_2$	$n_2$
...	...
$x_i$	$n_i$
<b>Cộng</b>	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê, tần số của một giá trị phản ánh số lần lặp đi lặp giá trị đó trong mẫu dữ liệu thống kê đã cho.

## 2. Biểu đồ tần số

- Biểu đồ biểu diễn tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là biểu đồ dữ liệu.
- Biểu đồ tần số thường có dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng.
- Trong biểu đồ tần số dạng cột, mỗi cột tương ứng với một giá trị, chiều cao của cột tương ứng tần số giá trị.
- Trong biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng, đường gấp khúc đi từ trái qua phải nối các điểm có hoành độ là giá trị số liệu và tung độ là tần số của giá trị đó.
- Người ta thường vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng và có thể thực hiện các bước như sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số nhận được ở bước 1.

**DẠNG 1**  
**TẦN SỐ, BẢNG TẦN SỐ**


**Bài 1.** Cho bảng như hình bên dưới biểu diễn số lượng vé xuất ra trong một ngày của một đại lý bán vé tham quan các di tích của thành phố Huế.

Vé tham quan	Đại Nội	Cung An Định	Đàn Nam Giao	Điện Hòn Chén	Cộng
Tần số	150	80	120	50	400

Bảng thống kê trên là loại bảng thống kê như nào?

**Bài 2.** Cho biểu đồ tranh biểu diễn số lượng học sinh trong lớp đăng kí tham gia các câu lạc bộ của trường như sau:

Câu lạc bộ võ thuật	Câu lạc bộ tiếng Anh	Câu lạc bộ nghệ thuật
		

(Mỗi  biểu diễn cho 1 học sinh)

Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Bài 3.** Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở một vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu thống kê (hay còn gọi là mẫu số liệu thống kê) như sau:

6 6 6 7 5 5 4 5 6 4 4 8 6 6 6 6 5 5 5 4  
 6 6 7 7 5 5 5 5 6 4 4 6 6 6 6 6 5 5 5 4  
 8 6 6 5 5 5 5 6 6 4 5 6 7 6 8 6 5 5 6 5

- a) Trong 60 số liệu thống kê ở trên, có bao nhiêu giá trị khác nhau?
- b) Mỗi giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần?

**Bài 4.** Số cuộc gọi đến một tổng đài hỗ trợ khách hàng mỗi ngày trong tháng 01/2024 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

- a) Xác định cỡ mẫu.
- b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.
- c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Thầy Nam ghi lại điểm bài kiểm tra, đánh giá định kì môn Toán của một số bạn học sinh khối 9 như sau:

6	9	9	8	10
8	8	6	9	7
8	8	6	10	9
7	6	9	10	9
7	7	7	9	10
10	7	8	8	7

Có thể thu gọn bảng số liệu trên được không?

**Bài 6.** Bảng sau đây ghi lại tên của các bạn đạt điểm tốt vào các ngày trong tuần của lớp 9E, mỗi điểm tốt ghi tên một lần.

Ngày	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu
Tên bạn đạt điểm tốt	Bình Nam	Tuấn Thảo	Bình	Yến Nam	Nam Thảo

- a) Trong tuần những bạn nào đạt điểm tốt? Mỗi bạn đạt được mấy điểm tốt?
- b) Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu này. Bạn nào có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất?

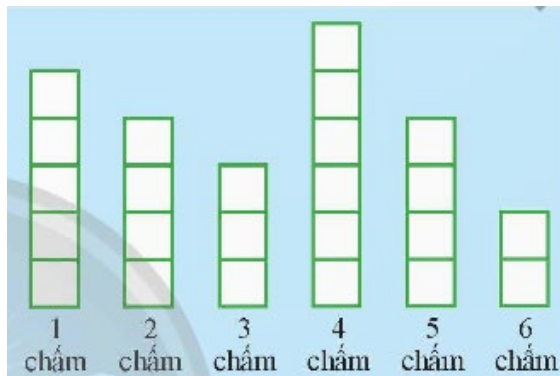
**Bài 7.** Một nhóm học sinh đã khảo sát ý kiến về ý thức giữ gìn vệ sinh công cộng của các bạn trong trường với các mức đánh giá Tốt, Khá, Trung bình, Kém và thu được kết quả như sau:

Tốt, Trung bình, Tốt, Trung bình, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Tốt, Khá, Trung bình, Kém, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Trung bình, Khá, Tốt, Tốt, Tốt, Khá, Kém, Trung bình, Tốt, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Khá, Khá.

- a) Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu trên.
- b) Từ bảng tần số, hãy cho biết mức đánh giá nào chiếm ưu thế nhất. Vì sao?

**DẠNG 2**  
**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ**

**Bài 1.** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 24 lần. Sau mỗi lần gieo, vẽ thêm một ô vuông lên trên cột ghi kết quả tương ứng như hình bên.



Độ cao của mỗi cột cho ta biết thông tin gì về kết quả của 24 lần gieo?

**Bài 2.** Biểu đồ hình bên dưới cho biết số ngày sử dụng phương tiện đến trường của bạn Mai trong tháng 9. Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.



**Bài 3.** Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8

- a) Lập bảng tần số ở dạng bảng dọc của mẫu số liệu thống kê đó
- b) Vẽ biểu đồ tần số lờ dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu thống kê trên.

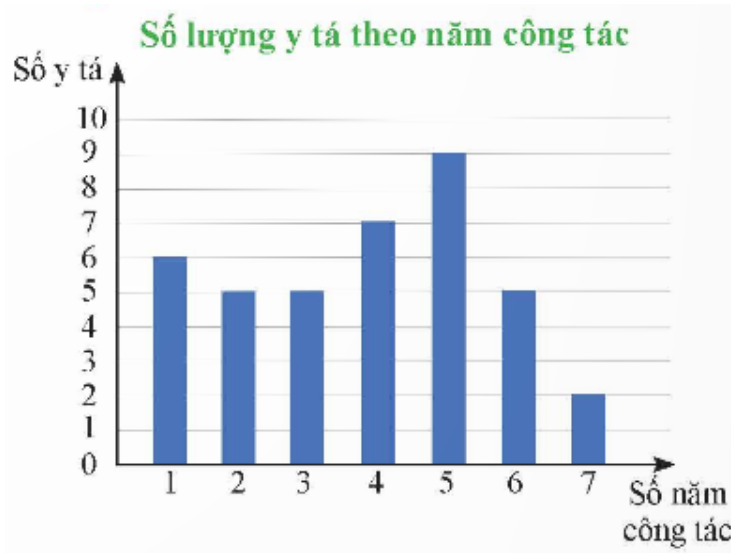
**Bài 4.** Cô Hằng thống kê lại số cuộc gọi điện thoại mà mình thực hiện ở tháng 01/ 2024 ở bảng tần số như sau:

Số cuộc gọi	5	6	7	8	9
Tần số (số ngày)	2	5	9	11	4

Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn biểu diễn mẫu số liệu trên.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Nha Trang.



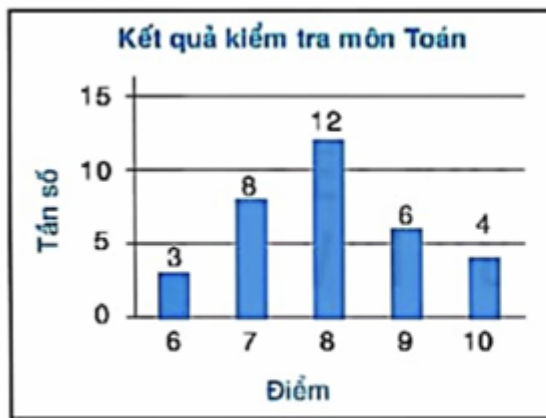
- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

**Bài 6.** Người ta thống kê các loại ô tô chạy qua một trạm thu phí trong một giờ và vẽ được biểu đồ tần số như hình bên dưới

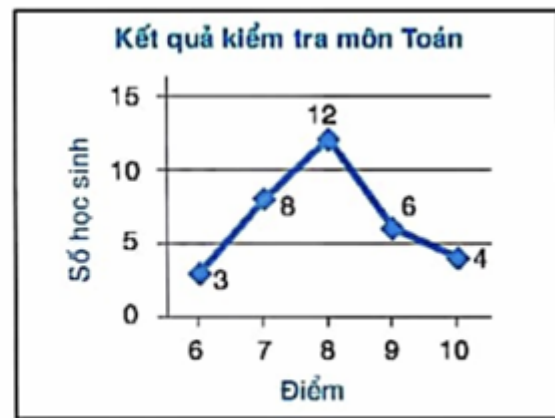


- a) Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.
- b) Từ bảng tần số, hãy cho biết loại xe nào đi qua trạm thu phí nhiều nhất.

**Bài 7.** Cho hai biểu đồ sau:



**Biểu đồ A**



**Biểu đồ B**

- a) Đọc và giải thích mỗi biểu đồ trên.  
 b) Hai biểu đồ trên có biểu diễn cùng một dữ liệu không? Lập bảng thống kê cho dữ liệu đó. Bảng thống kê thu được có phải là bảng tần số hay không?

**Bài 8.** Một địa phương cho trẻ em từ 12 tháng tuổi trở lên tiêm vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Bảng sau thống kê số mũi vắc xin phòng viêm não Nhật Bản mà 50 trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi tại địa phương này đã tiêm:

<b>Số mũi tiêm</b>	0	1	2	3
<b>Số trẻ</b>	4	?	26	8

- a) Hoàn thành bảng tần số trên  
 b) Trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi cần hoàn thành 3 mũi tiêm cơ bản của vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Hỏi có bao nhiêu trẻ em đã được thống kê ở trên cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin này?  
 c) Hãy vẽ biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

**Bài 9.** Kết quả của 20 học sinh trường THCS Nguyễn Hiền tham gia vòng chung kết cuộc thi Tìm hiểu Lịch sử Việt Nam được cho ở bảng sau:

Số báo danh	Điểm thi	Xếp hạng
01	9	Nhì
02	10	Nhất
03	7	Ba
04	6	Ba
05	5	Không đạt giải
06	6	Ba
07	8	Nhì
08	6	Ba
09	5	Không đạt giải
10	7	Ba
11	7	Ba

12	8	Nhì
13	7	Ba
14	4	Không đạt giải
15	10	Nhất
16	8	Nhì
17	8	Nhì
18	7	Ba
19	5	Không đạt giải
20	10	Nhất

a) Hãy lập bảng tần số theo điểm số của học sinh và vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.

b) Hãy lập bảng tần số theo xếp hạng của học sinh và vẽ biểu đồ cột tương ứng.

**Bài 10.** Bảng tần số sau cho biết số học sinh của lớp 9A dự đoán đội bóng vô địch World Cup 2022 trước khi giải đấu bắt đầu.

Đội bóng	Brazil	Anh	Pháp	Argentina
Số bạn dự đoán	8	15	12	5

Vẽ biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn bảng tần số trên.

**Bài 11.** Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

Vẽ biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn bảng thống kê trên.



**CHƯƠNG 7**  
**TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**BÀI 1**  
**BẢNG TẦN SỐ VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ**

**1. Bảng tần số**

- **Mẫu số liệu** là tập hợp các dữ liệu thu yhaapj được theo tiêu chí cho trước
- Số lần xuất hiện của một giá trị trong mẫu dữ liệu thống kê được gọi là **tần số** của giá trị đó.
- **Bảng tần số** biểu diễn tần số của mỗi giá trị trong mẫu dữ liệu

Để lập bảng tần số ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số của mỗi giá trị đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số ( $n$ ).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số của giá trị đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng,  $N = \dots$

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số <math>n</math></b>	$n_1$	$n_2$	...	$n_i$	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Chú ý:** Bảng tần số ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	<b>Tần số <math>n</math></b>
$x_1$	$n_1$
$x_2$	$n_2$
...	...
$x_i$	$n_i$
<b>Cộng</b>	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê, tần số của một giá trị phản ánh số lần lặp đi lặp giá trị đó trong mẫu dữ liệu thống kê đã cho.

## 2. Biểu đồ tần số

- Biểu đồ biểu diễn tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là biểu đồ dữ liệu.
- Biểu đồ tần số thường có dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng.
- Trong biểu đồ tần số dạng cột, mỗi cột tương ứng với một giá trị, chiều cao của cột tương ứng tần số giá trị.
- Trong biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng, đường gấp khúc đi từ trái qua phải nối các điểm có hoành độ là giá trị số liệu và tung độ là tần số của giá trị đó.
- Người ta thường vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng và có thể thực hiện các bước như sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số nhận được ở bước 1.

**DẠNG 1**  
**TẦN SỐ, BẢNG TẦN SỐ**

**Bài 1.** Cho bảng như hình bên dưới biểu diễn số lượng vé xuất ra trong một ngày của một đại lý bán vé tham quan các di tích của thành phố Huế.

Vé tham quan	Đại Nội	Cung An Định	Đàn Nam Giao	Điện Hòn Chén	Cộng
Tần số	150	80	120	50	400

Bảng thống kê trên là loại bảng thống kê như nào?

**Lời giải**

Bảng thống kê trên là bảng thống kê tần số bán ra các loại vé ở từng địa điểm.

**Bài 2.** Cho biểu đồ tranh biểu diễn số lượng học sinh trong lớp đăng kí tham gia các câu lạc bộ của trường như sau:

Câu lạc bộ võ thuật	Câu lạc bộ tiếng Anh	Câu lạc bộ nghệ thuật
👤👤👤👤👤👤	👤👤👤👤👤👤👤👤👤	👤👤👤👤👤

(Mỗi 👤 biểu diễn cho 1 học sinh)

Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Lời giải**

Câu lạc bộ	Võ thuật	Tiếng Anh	Nghệ thuật
Tần số	6	9	5

**Bài 3.** Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở một vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu thống kê (hay còn gọi là mẫu số liệu thống kê) như sau:

6 6 6 7 5 5 4 5 6 4 4 8 6 6 6 6 5 5 5 4  
 6 6 7 7 5 5 5 5 6 4 4 6 6 6 6 6 5 5 5 4  
 8 6 6 5 5 5 5 6 6 4 5 6 7 6 8 6 5 5 6 5

- a) Trong 60 số liệu thống kê ở trên, có bao nhiêu giá trị khác nhau?
- b) Mỗi giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần?

**Lời giải**

- a) Có 5 giá trị khác nhau.
- b) Giá trị 4 xuất hiện 8 lần  
 Giá trị 5 xuất hiện 21 lần  
 Giá trị 6 xuất hiện 24 lần  
 Giá trị 7 xuất hiện 4 lần

Giá trị 8 xuất hiện 3 lần

**Bài 4.** Số cuộc gọi đến một tổng đài hỗ trợ khách hàng mỗi ngày trong tháng 01/2024 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

- a) Xác định cỡ mẫu.
- b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.
- c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

**Lời giải**

- a) Cỡ mẫu:  $N = 30$ .
- b) Bảng tần số:

Số cuộc gọi mỗi ngày	2	3	4	5	6
Tần số	3	10	6	7	4

- c) Có 3 giá trị có tần số lớn hơn 4.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Thầy Nam ghi lại điểm bài kiểm tra, đánh giá định kì môn Toán của một số bạn học sinh khối 9 như sau:

6	9	9	8	10
8	8	6	9	7
8	8	6	10	9
7	6	9	10	9
7	7	7	9	10
10	7	8	8	7

Có thể thu gọn bảng số liệu trên được không?

**Lời giải**

Có thể thu gọn bảng số liệu trên theo bản tần số sau:

Điểm bài kiểm tra học sinh khối 9	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	4	7	7	7	5	$N = 30$

**Bài 6.** Bảng sau đây ghi lại tên của các bạn đạt điểm tốt vào các ngày trong tuần của lớp 9E, mỗi điểm tốt ghi tên một lần.

Ngày	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu
Tên bạn đạt điểm tốt	Bình Nam	Tuấn Thảo	Bình	Yến Nam	Nam Thảo

- a) Trong tuần những bạn nào đạt điểm tốt? Mỗi bạn đạt được mấy điểm tốt?  
 b) Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu này. Bạn nào có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất?

**Lời giải**

a) Trong tuần có những bạn sau đạt điểm tốt: Bình; Nam; Tuấn; Thảo; Yến

- Bạn Bình đạt được 2 điểm tốt
- Bạn Nam đạt được 3 điểm tốt
- Bạn Tuấn đạt được 1 điểm tốt
- Bạn Thảo đạt được 2 điểm tốt
- Bạn Yến đạt được 1 điểm tốt

b) Bảng tần số

Tên bạn đạt điểm tốt	Bình	Nam	Tuấn	Thảo	Yến
Tần số	2	3	1	2	1

Từ bảng tần số trên ta thấy bạn Nam có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất

**Bài 7.** Một nhóm học sinh đã khảo sát ý kiến về ý thức giữ gìn vệ sinh công cộng của các bạn trong trường với các mức đánh giá Tốt, Khá, Trung bình, Kém và thu được kết quả như sau:

Tốt, Trung bình, Tốt, Trung bình, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Tốt, Khá, Trung bình, Kém, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Trung bình, Khá, Tốt, Tốt, Tốt, Khá, Kém, Trung bình, Tốt, Khá, Tốt, Khá, Tốt, Khá, Khá.

- a) Lập bảng tần số cho dãy dữ liệu trên.  
 b) Từ bảng tần số, hãy cho biết mức đánh giá nào chiếm ưu thế nhất. Vì sao?

**Lời giải**

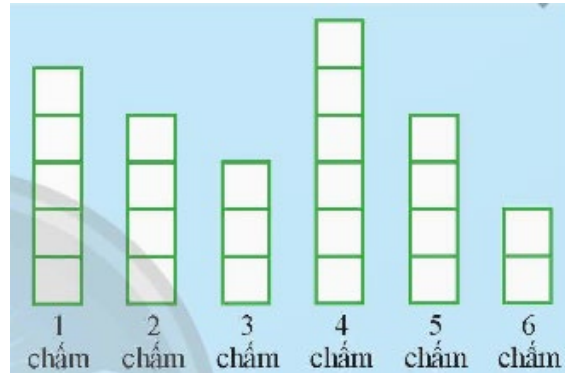
a) Bảng tần số:

Mức đánh giá	Tốt	Khá	Trung bình	Kém
Tần số	13	11	5	2

b) Mức đánh giá Tốt chiếm ưu thế nhất. Vì nó có tần số cao nhất.

**DẠNG 2**  
**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ**

**Bài 1.** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 24 lần. Sau mỗi lần gieo, vẽ thêm một ô vuông lên trên cột ghi kết quả tương ứng như hình bên.



Độ cao của mỗi cột cho ta biết thông tin gì về kết quả của 24 lần gieo?

**Lời giải**

Độ cao của mỗi cột cho ta biết tần số của các mặt xuất hiện của con xúc xắc.

**Bài 2.** Biểu đồ hình bên dưới cho biết số ngày sử dụng phương tiện đến trường của bạn Mai trong tháng 9. Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.



**Lời giải**

Bảng tần số

Phương tiện	Xe buýt	Xe máy	Xe đạp
Tần số	9	5	8

**Bài 3.** Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7 2 5 9 7 4 3 8 10 4 4  
2 4 4 5 6 7 7 5 4 1 8  
9 4 2 8 5 5 7 3 14 8 8

a) Lập bảng tần số ở dạng bảng dọc của mẫu số liệu thống kê đó

b) Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu thống kê trên.

**Lời giải**

a)

Thâm niên (năm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14
Số lần xuất hiện	1	3	2	7	5	1	5	5	2	1	1

b) Biểu đồ đoạn thẳng



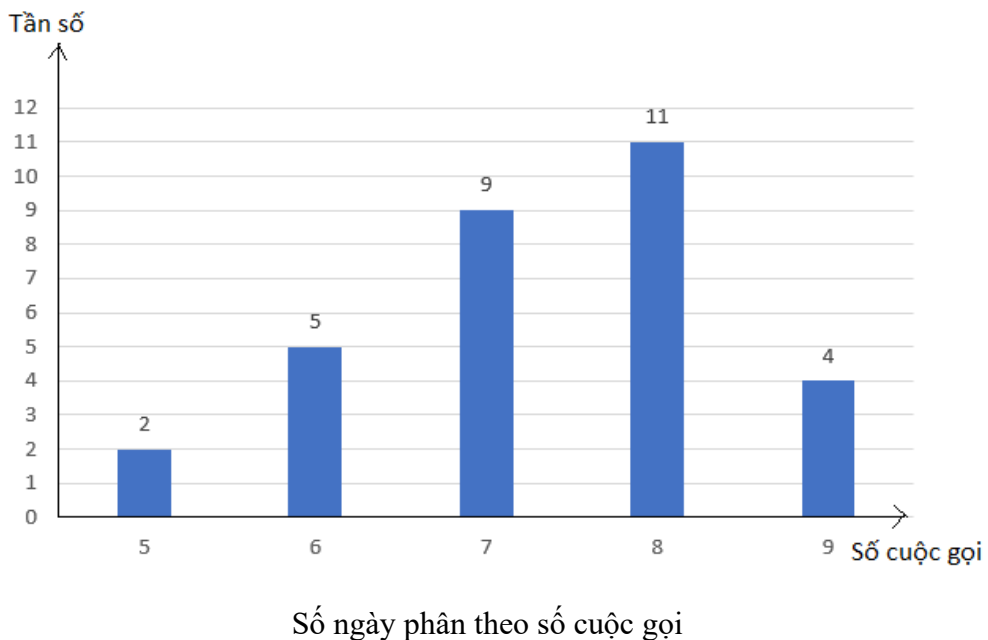
**Bài 4.** Cô Hằng thống kê lại số cuộc gọi điện thoại mà mình thực hiện ở tháng 01/ 2024 ở bảng tần số như sau:

<b>Số cuộc gọi</b>	5	6	7	8	9
<b>Tần số (số ngày)</b>	2	5	9	11	4

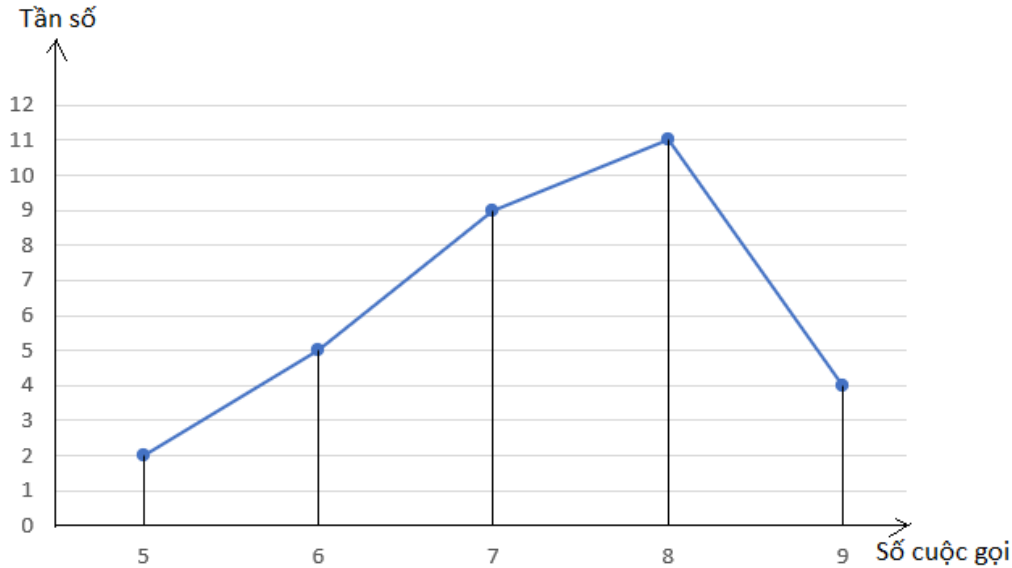
Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn biểu diễn mẫu số liệu trên.

**Lời giải**

• Biểu đồ cột:



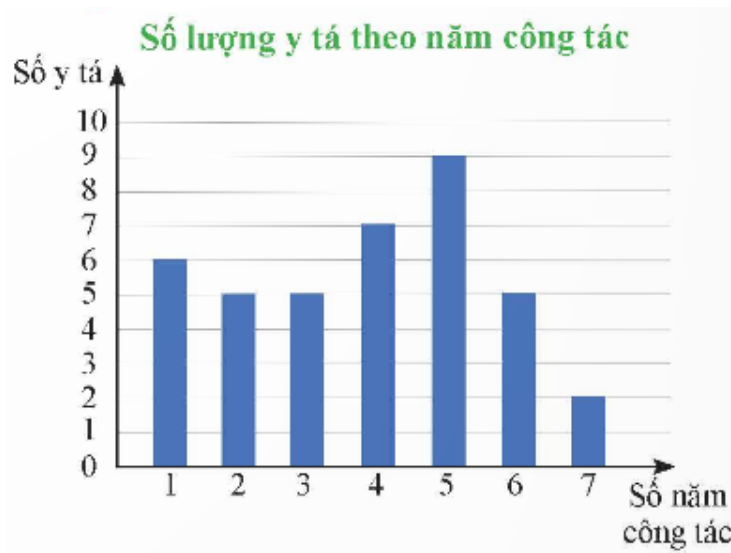
• Biểu đồ đoạn thẳng:



Số ngày phân theo số cuộc gọi

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Nha Trang.



- Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

#### Lời giải

a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

Bảng tần số:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7
Số y tá	6	5	5	7	9	5	2



b) Phòng khám có  $6 + 5 + 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 39$  y tá.

c) Có  $5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 28$  y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm.

**Bài 6.** Người ta thống kê các loại ô tô chạy qua một trạm thu phí trong một giờ và vẽ được biểu đồ tần số như hình bên dưới



a) Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

b) Từ bảng tần số, hãy cho biết loại xe nào đi qua trạm thu phí nhiều nhất.

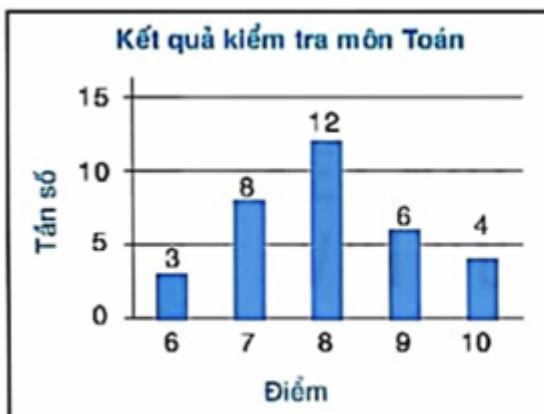
**Lời giải**

a) Bảng tần số:

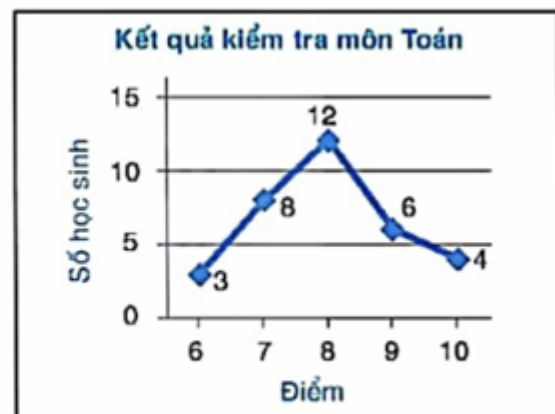
Loại xe	Xe 4 chỗ	Xe 7 chỗ	Xe 9 chỗ	Xe 16 chỗ trở lên
Tần số	9	14	5	3

b) Từ bảng tần số, ta có thể thấy: Xe 7 chỗ đi qua trạm thu phí nhiều nhất.

**Bài 7.** Cho hai biểu đồ sau:



**Biểu đồ A**



**Biểu đồ B**

a) Đọc và giải thích mỗi biểu đồ trên.

b) Hai biểu đồ trên có biểu diễn cùng một dữ liệu không? Lập bảng thống kê cho dữ liệu đó. Bảng thống kê thu được có phải là bảng tần số hay không?

**Lời giải**

a)

\* Biểu đồ A

- Điểm 6 có 3 học sinh

- Điểm 7 có 8 học sinh
- Điểm 8 có 12 học sinh
- Điểm 9 có 6 học sinh
- Điểm 10 có 4 học sinh
- Biểu đồ A biểu diễn dạng cột.

\* Biểu đồ B

- Điểm 6 có 3 học sinh
- Điểm 7 có 8 học sinh
- Điểm 8 có 12 học sinh
- Điểm 9 có 6 học sinh
- Điểm 10 có 4 học sinh
- Biểu đồ B biểu diễn dạng đoạn thẳng

b) Hai biểu đồ trên có biểu diễn cùng một dữ liệu.

Bảng thống kê dữ liệu:

Điểm	6	7	8	9	10
Tần số	3	8	12	6	4

Bảng thu được là bảng tần số, vì nó cho biết tần số của các điểm trong số điểm của bài kiểm tra.

**Bài 8.** Một địa phương cho trẻ em từ 12 tháng tuổi trở lên tiêm vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Bảng sau thống kê số mũi vắc xin phòng viêm não Nhật Bản mà 50 trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi tại địa phương này đã tiêm:

<b>Số mũi tiêm</b>	0	1	2	3
<b>Số trẻ</b>	4	?	26	8

- a) Hoàn thành bảng tần số trên
- b) Trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi cần hoàn thành 3 mũi tiêm cơ bản của vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Hỏi có bao nhiêu trẻ em đã được thống kê ở trên cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin này?
- c) Hãy vẽ biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

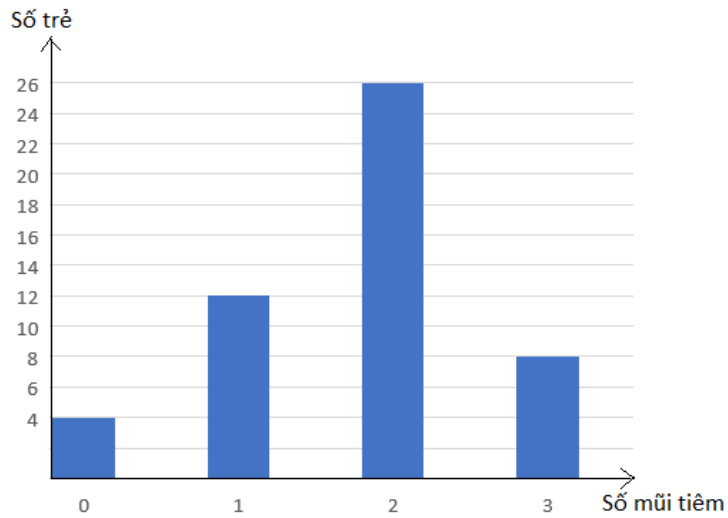
**Lời giải**

a) Bảng tần số:

Số mũi tiêm	0	1	2	3
Số trẻ	4	12	26	8

b) Có  $4 + 12 + 26 = 42$  trẻ em đã được thống kê ở trên cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin này.

c) Biểu đồ cột:



Số lượng trẻ em phân theo số mũi vắc xin.

**Bài 9.** Kết quả của 20 học sinh trường THCS Nguyễn Hiền tham gia vòng chung kết cuộc thi Tìm hiểu Lịch sử Việt Nam được cho ở bảng sau:

Số báo danh	Điểm thi	Xếp hạng
01	9	Nhì
02	10	Nhất
03	7	Ba
04	6	Ba
05	5	Không đạt giải
06	6	Ba
07	8	Nhì
08	6	Ba
09	5	Không đạt giải
10	7	Ba
11	7	Ba
12	8	Nhì
13	7	Ba
14	4	Không đạt giải
15	10	Nhất
16	8	Nhì
17	8	Nhì
18	7	Ba
19	5	Không đạt giải
20	10	Nhất

a) Hãy lập bảng tần số theo điểm số của học sinh và vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.

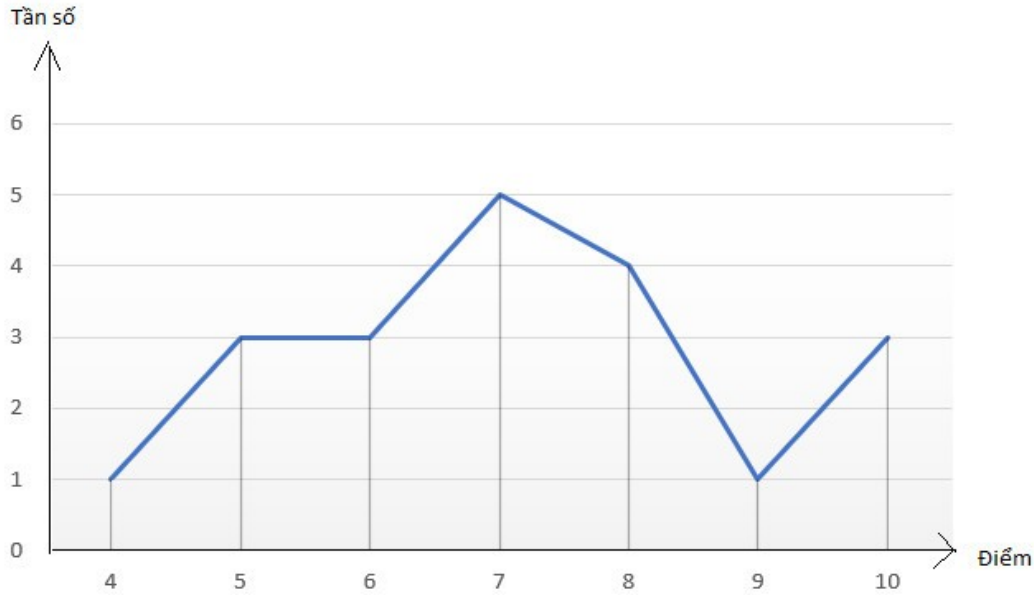
b) Hãy lập bảng tần số theo xếp hạng của học sinh và vẽ biểu đồ cột tương ứng.

**Lời giải**

a) Bảng tần số theo điểm số của học sinh:

Điểm số	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	3	3	5	4	1	3

Biểu đồ đoạn thẳng:

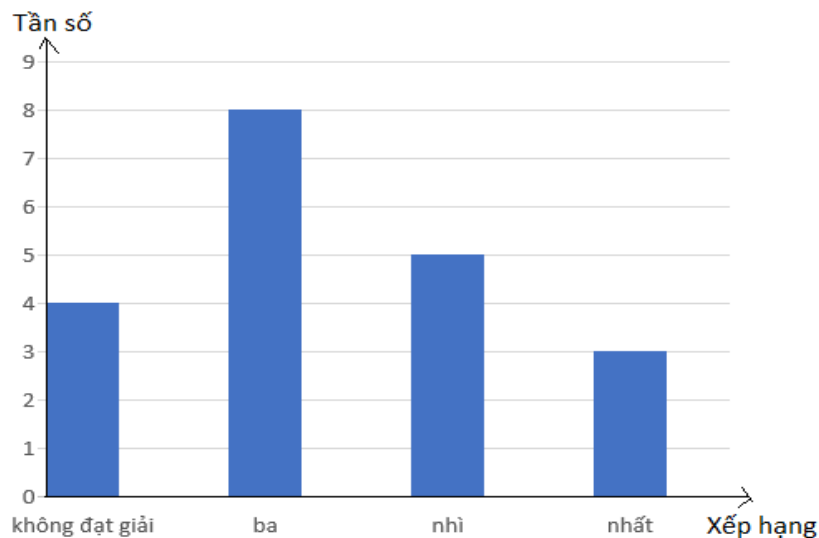


Số học sinh phân theo điểm

b) Bảng tần số theo xếp hạng của học sinh:

Xếp hạng	Không đạt giải	Ba	Nhì	Nhất
Tần số	4	8	5	3

Biểu đồ cột:



Số lượng học sinh phân theo xếp hạng

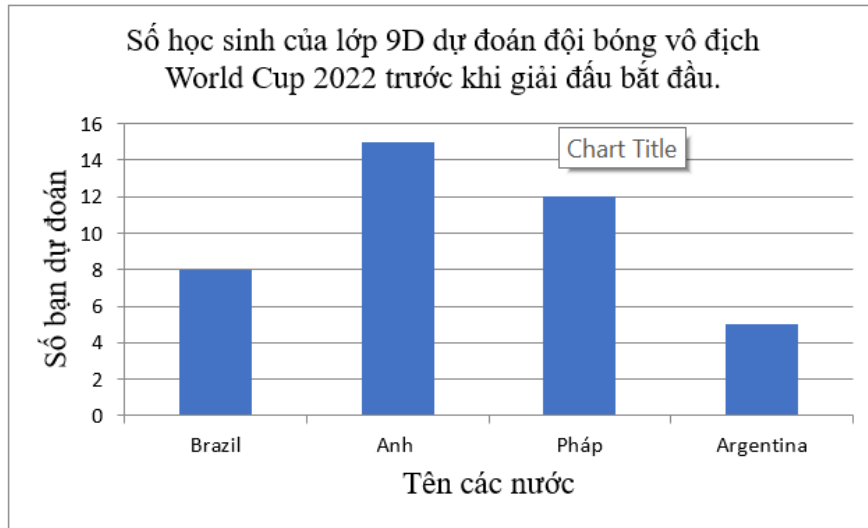
**Bài 10.** Bảng tần số sau cho biết số học sinh của lớp 9A dự đoán đội bóng vô địch World Cup 2022 trước khi giải đấu bắt đầu.

Đội bóng	Brazil	Anh	Pháp	Argentina
Số bạn dự đoán	8	15	12	5

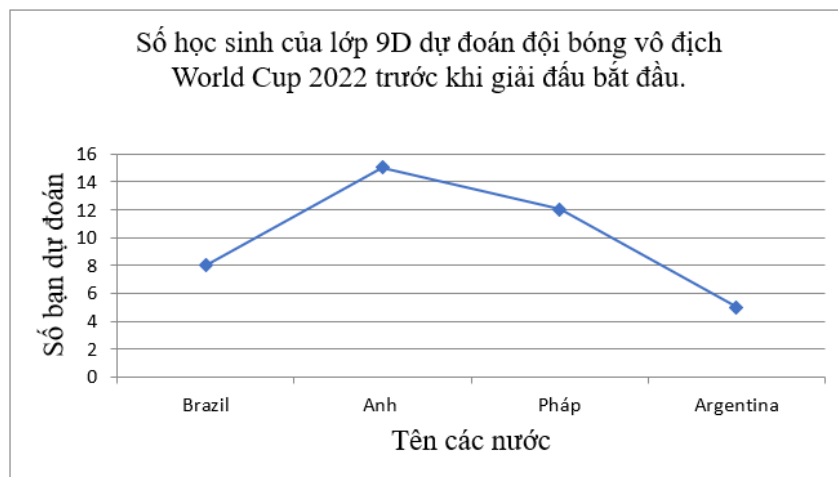
Vẽ biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn bảng tần số trên.

**Lời giải**

- Biểu đồ tần số dạng cột:



- Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng



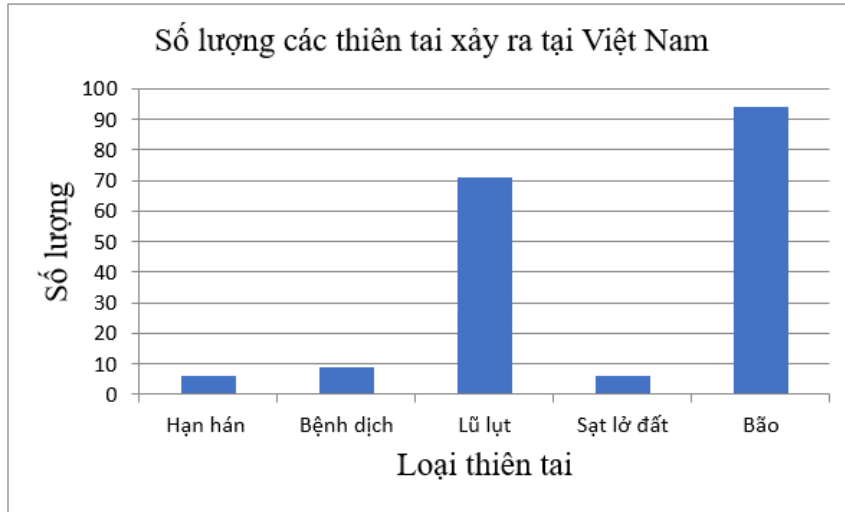
**Bài 11.** Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

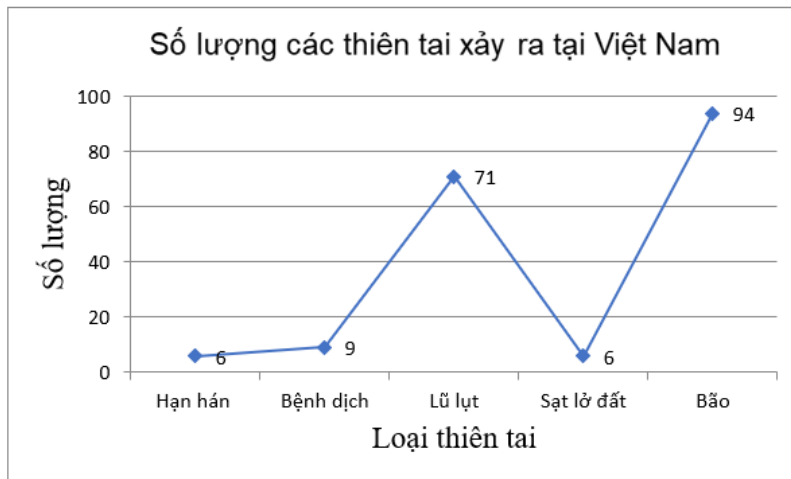
Vẽ biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn bảng thống kê trên.

**Lời giải**

- Biểu đồ tần số dạng cột biểu diễn số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.



- Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.



**BÀI 2**

**BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**1. Bảng tần số tương đối**

Tần số tương đối  $f_i$  của giá trị  $x_i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của giá trị đó và số lượng  $N$  các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

Để lập bảng tần số tương đối ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số tương đối của mỗi giá trị đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số tương đối (%).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số tương đối của giá trị đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng, 100

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số tương đối %</b>	$f_1$	$f_2$	...	$f_i$	100

**Chú ý:** Bảng tần số tương đối ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	<b>Tần số tương đối %</b>
$x_1$	$f_1$
$x_2$	$f_2$
...	...
$x_k$	$f_i$
<b>Cộng</b>	100

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê, tần số tương đối của một giá trị phản ánh giá trị đó chiếm bao nhiêu phần trăm trong tổng thể thống kê.

**2. Biểu đồ tần số tương đối**

- Biểu đồ biểu diễn tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là **biểu đồ tần số tương đối**.
- Biểu đồ tần số tương đối thường có dạng hình quạt tròn hoặc dạng cột.

- Trong biểu đồ hình quạt tròn, hình quạt tròn biểu thị tần số tương đối  $a\%$  có số đo cung tương ứng là  $a\% \cdot 360^\circ = 3,6 \cdot a$

- Trong biểu đồ cột, độ cao của mỗi cột tương ứng với tần số tương ứng của từng giá trị.

**Chú ý:**

- Để lập bảng tần số tương đối ở dạng **biểu đồ cột** của mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối số nhận được ở bước 1.

- Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng **biểu đồ hình quạt tròn** của một mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ hình quạt biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối số nhận được ở bước 1.



**DẠNG 1**  
**TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI, BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**Bài 1.** Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu sau:

6 6 6 7 5 5 4 5 6 4 4 8 6 6 6 6 5 5 5 4  
6 6 7 7 5 5 5 5 6 4 4 6 6 6 6 6 5 5 5 4  
8 6 6 5 5 5 5 6 6 4 5 6 7 6 8 6 5 5 6 5

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

**Bài 2.** Trong bảng số liệu sau có một số liệu không chính xác. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	4	9	7	5
Tần số tương đối	16%	46%	28%	20%

**Bài 3.** Điều tra về “Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất” đối với các bạn trong lớp, bạn Trúc Linh thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

- a) Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu trên?
- b) Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 4.** Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được như bảng sau:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

- a) Hãy lập bảng tần số tương đối ở bảng trên.
- b) Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ.

c) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng “Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó”. Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

**Bài 5.** Có một túi kín đựng 10 quả bóng, mỗi quả có một trong các màu xanh, đỏ hoặc vàng. Thực hiện 30 lần lấy bóng, mỗi lần lấy một quả, ghi lại màu quả bóng được lấy ra sau đó trả lại quả bóng vào túi và trộn đều.

a) Từ dữ liệu ghi lại, cho biết tần số xuất hiện của các quả bóng màu xanh, đỏ, vàng. Lập tỉ số giữa tần số và số lần lấy bóng.

b) Đoán xem trong túi số lượng bóng có màu gì là ít nhất, nhiều nhất.

**Bài 6.** Lớp 9A có 40 bạn, trong đó có 20 bạn mặc áo cỡ M, 13 bạn mặc áo cỡ S, 7 bạn mặc áo cỡ L. Hãy lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu này.

**Bài 7.** Biểu đồ tranh sau đây biểu diễn số lượng học sinh lớp 9B bình chọn phần mềm học trực tuyến được yêu thích nhất:

Skype	
Zoom	
Google Meet	

(Mỗi  biểu diễn cho 2 học sinh)

Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Bài 8.** Bảng thống kê sau cho biết số lượng học sinh của lớp 9B theo mức độ cạnh thi.

Mức độ	Không cạnh thi	Cạnh thi nhẹ	Cạnh thi vừa	Cạnh thi nặng
Số học sinh	10	13	12	5

a) Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên.

b) Đa số học sinh lớp 9B cạnh thi hay không cạnh thi?

**Bài 9.** Tỉ lệ bình chọn các tiết mục văn nghệ của các lớp 9A,9B,9C,9D tham gia hội diễn văn nghệ khối lớp 9 như sau:

Lớp	9A	9B	9C	9D
Tỉ lệ học sinh bình chọn	35%	25%	30%	10%

Biết rằng có 300 học sinh tham gia bình chọn. Lập bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn cho tiết mục văn nghệ của mỗi lớp.

**Bài 10.** Bạn Minh Nhân khảo sát ý kiến của các bạn trong tổ về chất lượng phục vụ của căng tin trường thu được kết quả sau:

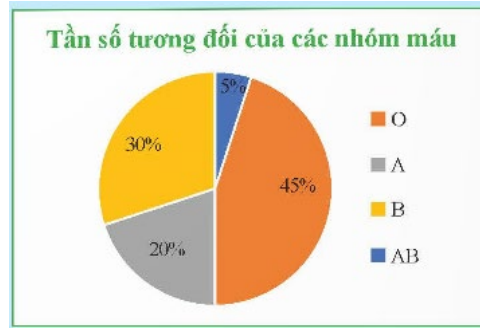
A, B, C, B, A, A, B, A, B, A,

Trong đó, A là mức Tốt, B là mức Trung bình, C là mức kém.

Hãy lập bảng tần số và bảng tần số tương đối biểu diễn kết quả bạn Minh Nhân thu được.

**DẠNG 2**  
**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**Bài 1.** Khảo sát ngẫu nhiên 200 người về nhóm máu của họ. Kết quả thu được thể hiện ở biểu đồ hình quạt tròn như hình bên.



Hãy cho biết nhóm máu nào phổ biến nhất, nhóm máu nào hiếm nhất.

**Bài 2.** Bảng sau thống kê số lượt nhấp chuột vào quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu trên.

**Bài 3.** Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 04/2022 và tháng 04/2023 ở bảng sau:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.

b) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

**Bài 4.** Quay 50 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành ba hình quạt với các màu xanh, đỏ, vàng. Quan sát và ghi lại mũi tên chỉ vào hình quạt có màu nào khi tấm bìa dừng lại. Kết quả thu được như sau:



Xanh: IIII IIII IIII  
 Đỏ: IIII IIII IIII IIII IIII  
 Vàng: IIII IIII

- a) Lập bảng tần số tương đối cho kết quả thu được.
- b) Ước lượng xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu đỏ.

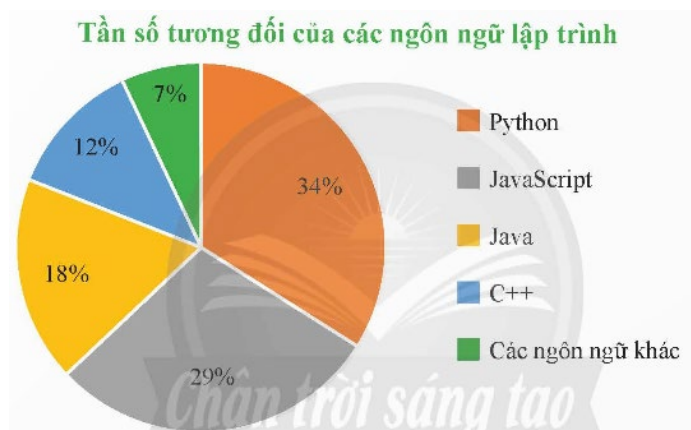
**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Cô Thảo Linh phỏng vấn một số bạn học sinh cùng trường về màu mực mỗi bạn yêu thích nhất. Kết quả được cho ở bảng sau:

Màu mực	Xanh đen	Đen	Tím đậm	Tím hồng
Tần số	18	6	16	10

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng quạt tròn để biểu diễn mẫu số liệu điều tra của cô Thảo Linh.

**Bài 6.** Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.



- a) Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó?
- b) Hãy lập bảng tần số biểu diễn số liệu cho bởi biểu đồ trên.

**Bài 7.** Bảng tần số tương đối sau cho biết tỉ lệ học sinh đánh giá độ khó của đề thi học kì môn Toán theo các mức độ:

Đánh giá	Rất khó	Khó	Trung bình	Dễ
Tỉ lệ	10%	25%	45%	20%

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối này.

**Bài 8.** Bạn Bình phát phiếu (H.7.13) lấy ý kiến bình chọn của 40 bạn trong lớp về địa điểm đi dã ngoại. Kết quả bạn Bình thu được như sau:

Địa điểm	Vườn quốc gia Ba Vì	Vườn quốc gia Cát Bà	Vườn quốc gia Cúc Phương
Tỉ lệ bạn bình chọn	70%	30%	50%

Tớ sẽ dùng biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn bảng thống kê này.



Không được. Cậu phải dùng biểu đồ cột để biểu diễn.



**PHIẾU BÌNH CHỌN ĐỊA ĐIỂM ĐI DÃ NGOẠI**  
(Bạn có thể lựa chọn nhiều hơn 1 địa điểm)

A. Vườn quốc gia Ba Vì.  
B. Vườn quốc gia Cát Bà.  
C. Vườn quốc gia Cúc Phương.

Hình 7.13

Ý kiến của bạn thế nào?

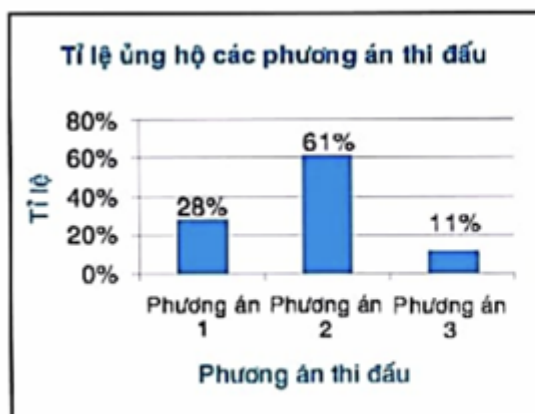
**Bài 9.** Có ba phương án thi đấu tại giải bóng đá khối lớp 9 của trường THCS Thái Nguyên như sau:

Phương án 1: Các đội đấu vòng tròn, tính điểm.

Phương án 2: Chia các đội thành hai bảng, mỗi bảng lấy hai đội vào trận bán kết.

Phương án 3: Các đội bốc thăm ghép cặp, đấu loại trực tiếp.

Ban tổ chức đã lấy phiếu khảo sát ý kiến. Kết quả được Việt và Nam biểu diễn bằng biểu đồ như sau:



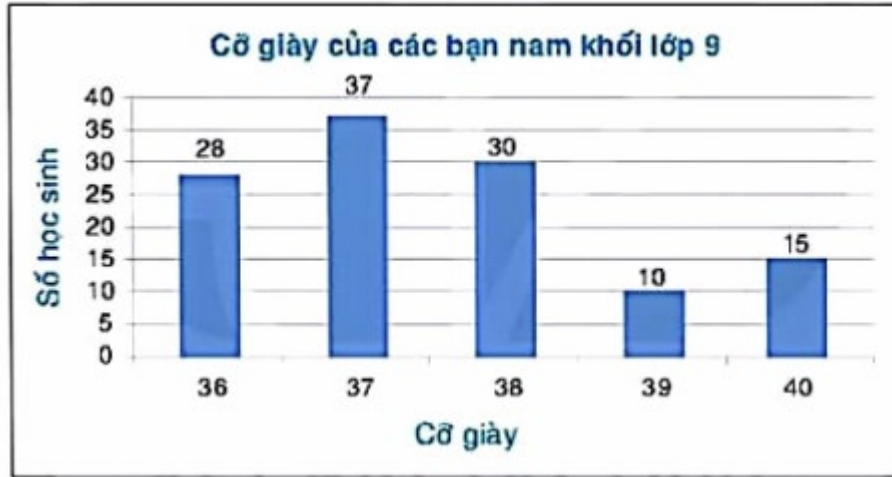
Hình 1. Biểu đồ cột



Hình 2. Biểu đồ hình quạt tròn

- Đọc và giải thích mỗi biểu đồ trên.
- Lập bảng tần số tương đối cho kết quả khảo sát ý kiến.

**Bài 10.** Biểu đồ cột hình bên dưới cho biết cỡ giày của các bạn nam khối lớp 9 trong trường A nào đó.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Bài 11.** Quay 150 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành bốn hình quạt với các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Quan sát mũi tên chỉ vào hình quạt màu gì và ghi lại, thu được kết quả sau:

Màu	Xanh	Đỏ	Tím	Vàng
Số lần	60	30	40	20

- Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu trên.
- Ước lượng các xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu xanh, màu vàng.
- Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a.

**Bài 12.** Theo Tổng cục thống kê, vào năm 2021 trong số 50,5 triệu lao động Việt Nam từ 15 tuổi trở lên có 13,9 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản; 16,9 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực công nghiệp và xây dựng; 19,7 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực dịch vụ.

- Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu trên.
- Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a.
- Tính tỉ lệ lao động không làm việc trong lĩnh vực nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản.

**Bài 13.** Bảng thống kê sau cho biết tỉ lệ tăng trưởng GDP năm 2022 theo khu vực kinh tế.

Khu vực kinh tế	Nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản	Công nghiệp và xây dựng	Dịch vụ
Mức tăng trưởng	3,36%	7,78%	9,99%

(Theo Tổng cục Thống kê)

- Bảng thống kê trên có là bảng tần số tương đối hay không?
- Lựa chọn loại biểu đồ thích hợp và biểu diễn bảng thống kê trên bằng loại biểu đồ đó.

**Bài 14.** Cho bảng tần số sau:

Điểm thi môn Toán	6	7	8	9	10
Số học sinh	5	8	12	10	4



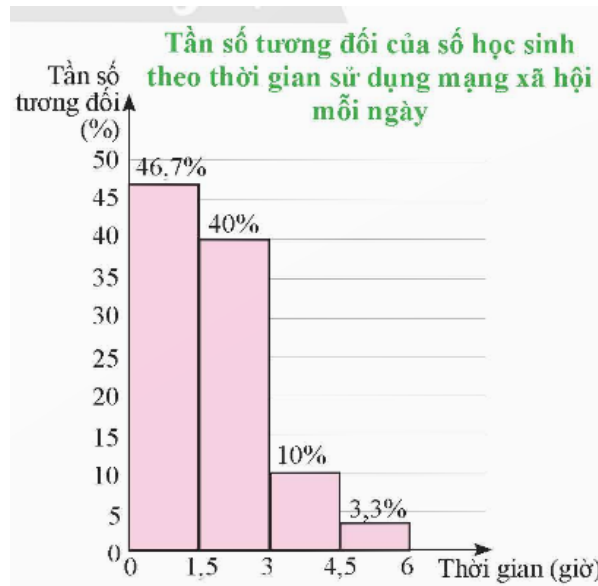
Vẽ biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng cho bảng tần số trên.

**Bài 15.** Theo dõi thời tiết tại một điểm du lịch trong 30 ngày người ta thu được bảng sau:

Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to
Số ngày	10	8	12

- a) Lập bảng tần số tương đối và vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được.
- b) Ước lượng xác suất để một ngày trời có mưa ở khu vực này.

**Bài 16.** Khảo sát các học sinh lớp 6 một trường Trung học cơ sở về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên.



- a) Có bao nhiêu bạn tham gia khảo sát, biết rằng có 4 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên?
- b) Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lí không? Tại sao?

**Bài 17.** Một cửa hàng ghi lại cỡ các đôi giày đã bán trong một ngày ở bảng sau:

42	38	39	42	39	41	43	41	41	40
37	38	37	38	40	39	38	39	44	43
42	37	40	40	44	41	41	40	42	39
43	41	37	41	40	38	40	41	40	39

- a) Hãy xác định cỡ mẫu, lập bảng tần số và tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.
- b) Hãy vẽ biểu đồ dạng cột mô tả bảng số liệu trên.
- c) Cửa hàng trên nhập về để bán cỡ giày nào nhiều nhất, cỡ giày nào ít nhất?

**Bài 18.** Số bàn thắng một đội bóng ghi được trong 26 trận đấu của Giải vô địch quốc gia được ghi lại ở bảng sau:

1	2	0	4	0	3	0	1	0	0	3	3	0
0	3	0	2	2	3	3	4	3	1	0	0	3

- a) Hãy lập bảng tần số và tần số tương đối cho bảng số liệu trên.

b) Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn mô tả tần số tương đối của bảng số liệu trên.

**Bài 19.** Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điền sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

**Bài 20.** Hình 28 mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm sáu phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn và ghi lại số ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào khi đĩa dừng lại. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại số liệu sau 40 lần quay đĩa tròn:

1 1 3 5 4 6 1 2 6 4  
 1 5 5 2 4 3 3 6 5 2  
 5 6 2 3 3 4 2 3 3 4  
 4 5 4 6 1 2 3 5 6 6



a) Trong 40 số liệu thống kê ở trên, có bao nhiêu giá trị khác nhau?

b) Tìm tần số của mỗi giá trị đó.

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.

Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

c) Tìm tần số tương đối của mỗi giá trị đó.

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó.



**BÀI 2**

**BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**1. Bảng tần số tương đối**

Tần số tương đối  $f_i$  của giá trị  $x_i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của giá trị đó và số lượng  $N$  các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

Để lập bảng tần số tương đối ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số tương đối của mỗi giá trị đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số tương đối (%).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số tương đối của giá trị đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng, 100

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số tương đối %</b>	$f_1$	$f_2$	...	$f_i$	100

**Chú ý:** Bảng tần số tương đối ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Tên các giá trị <math>x</math></b>	<b>Tần số tương đối %</b>
$x_1$	$f_1$
$x_2$	$f_2$
...	...
$x_k$	$f_i$
<b>Cộng</b>	100

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê, tần số tương đối của một giá trị phản ánh giá trị đó chiếm bao nhiêu phần trăm trong tổng thể thống kê.

**2. Biểu đồ tần số tương đối**

- Biểu đồ biểu diễn tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là **biểu đồ tần số tương đối**.
- Biểu đồ tần số tương đối thường có dạng hình quạt tròn hoặc dạng cột.

- Trong biểu đồ hình quạt tròn, hình quạt tròn biểu thị tần số tương đối  $a\%$  có số đo cung tương ứng là  $a\% \cdot 360^\circ = 3,6 \cdot a$

- Trong biểu đồ cột, độ cao của mỗi cột tương ứng với tần số tương ứng của từng giá trị.

**Chú ý:**

- Để lập bảng tần số tương đối ở dạng **biểu đồ cột** của mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối số nhận được ở bước 1.

- Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng **biểu đồ hình quạt tròn** của một mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ hình quạt biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối số nhận được ở bước 1.

**DẠNG 1**  
**TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI, BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**Bài 1.** Sau khi điều tra 60 hộ gia đình ở vùng dân cư về số nhân khẩu của mỗi hộ gia đình, người ta được dãy số liệu sau:

6 6 6 7 5 5 4 5 6 4 4 8 6 6 6 6 5 5 5 4  
6 6 7 7 5 5 5 5 6 4 4 6 6 6 6 6 5 5 5 4  
8 6 6 5 5 5 5 6 6 4 5 6 7 6 8 6 5 5 6 5

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

**Lời giải**

Giá trị 4 xuất hiện 8 lần

Giá trị 5 xuất hiện 21 lần

Giá trị 6 xuất hiện 24 lần

Giá trị 7 xuất hiện 4 lần

Giá trị 8 xuất hiện 3 lần

Tỉ số phần trăm của của giá trị 4 dân cư của mỗi hộ gia đình so với 60 hộ gia đình là:

$$\frac{8}{60} \cdot 100\% = 13,33\%$$

Tỉ số phần trăm của của giá trị 5 dân cư của mỗi hộ gia đình so với 60 hộ gia đình là:  $\frac{21}{60} \cdot 100\% = 35\%$

Tỉ số phần trăm của của giá trị 6 dân cư của mỗi hộ gia đình so với 60 hộ gia đình là:  $\frac{24}{60} \cdot 100\% = 40\%$

Tỉ số phần trăm của của giá trị 7 dân cư của mỗi hộ gia đình so với 60 hộ gia đình là:  $\frac{4}{60} \cdot 100\% = 6,67\%$

Tỉ số phần trăm của của giá trị 8 dân cư của mỗi hộ gia đình so với 60 hộ gia đình là:  $\frac{3}{60} \cdot 100\% = 5\%$

Bảng tần số tương đối

Số dân cư	4	5	6	7	8
Tần số tương đối (%)	13,33	35	40	6,67	5

**Bài 2.** Trong bảng số liệu sau có một số liệu không chính xác. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	4	9	7	5
Tần số tương đối	16%	46%	28%	20%

**Lời giải**

- Số liệu không chính xác ở đây là 46%. Sửa lại thành 36% vì  $\frac{9}{4+9+7+5} \cdot 100\% = 36\%$

- Bảng số liệu đúng sau khi sửa lại:

Tần số	4	9	7	5
Tần số tương đối	16%	36%	28%	20%

**Bài 3.** Điều tra về “Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất” đối với các bạn trong lớp, bạn Trúc Linh thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn Bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

- a) Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu trên?
- b) Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

**Lời giải**

- a) Có 7 loại nhạc cụ được các bạn nêu ra.
- b)

Nhạc cụ	Tỉ lệ phần trăm
Đàn piano	30%
Đàn guitar	20%
Đàn bầu	6,7%
Đàn violin	13,3%
Kèn harmonica	6,7%
Sáo	13,3%
Trống	10%

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 4.** Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được như bảng sau:

<b>Số ngoại ngữ</b>	1	2	3	4	≥ 5
<b>Số đại biểu</b>	84	64	24	16	12

- a) Hãy lập bảng tần số tương đối ở bảng trên.
- b) Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ.

c) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng “ Tỷ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó”. Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

**Lời giải**

a) Bảng tần số tương đối:

Số đại biểu	84	64	24	16	12
Tần số tương đối	42%	32%	12%	8%	6%

b) Tỷ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ là:  $32\% + 12\% + 8\% + 6\% = 58\%$ .

c) Ý kiến đó đúng vì:

- Tỷ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của 1 năm trước là:  $\frac{54}{220} \cdot 100\% = 24,5\%$ .

- Tỷ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của nay là:  $12\% + 8\% + 6\% = 26\% > 24,5\%$ .

**Bài 5.** Có một túi kín đựng 10 quả bóng, mỗi quả có một trong các màu xanh, đỏ hoặc vàng. Thực hiện 30 lần lấy bóng, mỗi lần lấy một quả, ghi lại màu quả bóng được lấy ra sau đó trả lại quả bóng vào túi và trộn đều.

a) Từ dữ liệu ghi lại, cho biết tần số xuất hiện của các quả bóng màu xanh, đỏ, vàng. Lập tỉ số giữa tần số và số lần lấy bóng.

b) Đoán xem trong túi số lượng bóng có màu gì là ít nhất, nhiều nhất.

**Lời giải**

a)

Màu	Xanh	Đỏ	Tím
Tần số xuất hiện	X	Y	Z

Lập tỉ số giữa tần số và số lần lấy bóng

-Tỉ số cho màu xanh  $X/30$

-Tỉ số cho màu đỏ  $Y/30$

-Tỉ số cho màu vàng  $Z/30$

b) Dựa vào tỉ số giữa tần số và số lần lấy bóng, ta có thể đưa ra dự đoán về số lượng bóng mỗi màu:

- Màu có tỉ số thấp nhất: Dự đoán là màu có số lượng ít nhất tròn túi.

- Màu có tỉ số cao nhất: Dự đoán là màu có số lượng nhiều nhất.

**Bài 6.** Lớp 9A có 40 bạn, trong đó có 20 bạn mặc áo cỡ M, 13 bạn mặc áo cỡ S, 7 bạn mặc áo cỡ L. Hãy lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu này.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số tương đối sau:

Cỡ áo	M	S	L
-------	---	---	---

Tần số tương đối	50%	32,5%	17,5%
------------------	-----	-------	-------

**Bài 7.** Biểu đồ tranh sau đây biểu diễn số lượng học sinh lớp 9B bình chọn phần mềm học trực tuyến được yêu thích nhất:

Skype	
Zoom	
Google Meet	

(Mỗi  biểu diễn cho 2 học sinh)

Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số tương đối sau:

Phần mềm trực tuyến	Skype	Zoom	Google Meet
Tần số tương đối	15%	55%	30%

**Bài 8.** Bảng thống kê sau cho biết số lượng học sinh của lớp 9B theo mức độ cạnh thi.

Mức độ	Không cạnh thi	Cạnh thi nhẹ	Cạnh thi vừa	Cạnh thi nặng
Số học sinh	10	13	12	5

a) Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên.

b) Đa số học sinh lớp 9B cạnh thi hay không cạnh thi?

**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối như sau:

Mức độ cạnh thi	Không cạnh thi	Cạnh thi nhẹ	Cạnh thi vừa	Cạnh thi nặng
Tần số tương đối	25%	32,5%	30%	12,5%

b) Đa số học sinh lớp 9B cạnh thi nhẹ, vì tần số tương đối của số học sinh cạnh thi nhẹ cao nhất lớp.

**Bài 9.** Tỷ lệ bình chọn các tiết mục văn nghệ của các lớp 9A,9B,9C,9D tham gia hội diễn văn nghệ khối lớp 9 như sau:

Lớp	9A	9B	9C	9D
Tỷ lệ học sinh bình chọn	35%	25%	30%	10%

Biết rằng có 300 học sinh tham gia bình chọn. Lập bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn cho tiết mục văn nghệ của mỗi lớp.

**Lời giải**

Bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn:

Lớp	9A	9B	9C	9D
Số học sinh bình chọn	105	75	90	30

**Bài 10.** Bạn Minh Nhân khảo sát ý kiến của các bạn trong tổ về chất lượng phục vụ của căng tin trường thu được kết quả sau:

**A, B, C, B, A, A, B, A, B, A,**

Trong đó, A là mức Tốt, B là mức Trung bình, C là mức kém.

Hãy lập bảng tần số và bảng tần số tương đối biểu diễn kết quả bạn Minh Nhân thu được.

**Lời giải**

Số đánh giá Tốt, Trung bình, Kém lần lượt là: 5, 4, 1

Ta có bảng tần số sau;

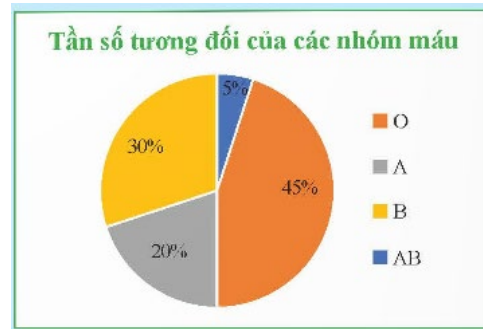
Đánh giá	A (Tốt)	B (Trung bình)	C (Kém)
Tần số	5	4	1

Ta có bảng tần số tương đối sau:

Ý kiến đánh giá	A (Tốt)	B (Trung bình)	C (Kém)
Tần số tương đối	50%	40%	10%

**DẠNG 2**  
**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**

**Bài 1.** Khảo sát ngẫu nhiên 200 người về nhóm máu của họ. Kết quả thu được thể hiện ở biểu đồ hình quạt tròn như hình bên.



Hãy cho biết nhóm máu nào phổ biến nhất, nhóm máu nào hiếm nhất.

**Lời giải**

- Nhóm máu nào phổ biến nhất là nhóm máu O.
- Nhóm máu nào hiếm nhất là nhóm máu AB.

**Bài 2.** Bảng sau thống kê số lượt nháy chuột vào quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nháy chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

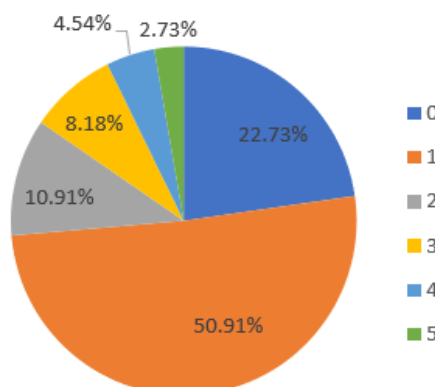
- a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.
- b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu trên.

**Lời giải**

a) Bảng tần số tương đối:

Số lượt nháy chuột	0	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	22,73%	50,91%	10,91%	8,18%	4,54%	2,73%

b) Biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn



Tần số tương đối của số lượt nháy chuột



**Bài 3.** Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 04/2022 và tháng 04/2023 ở bảng sau:

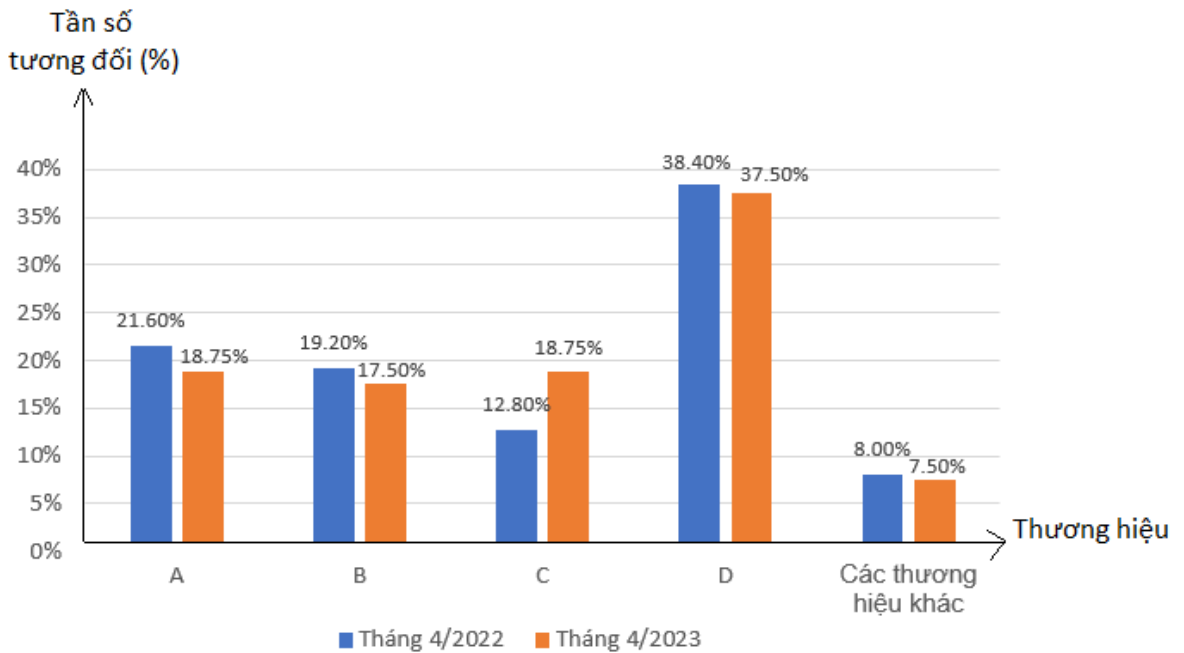
Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

- a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.
- b) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

**Lời giải**

a)

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 04/2022	21,6%	19,2%	12,8%	38,4%	8%
Tháng 04/2023	18,75%	17,5%	18,75%	37,5%	7,5%



Tần số tương đối của thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê

b)

- Thương hiệu tăng trưởng cao nhất là thương hiệu C (tăng 5,95%).
- Thương hiệu tăng trưởng thấp nhất là thương hiệu A (giảm 2,85%).

**Bài 4.** Quay 50 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành ba hình quạt với các màu xanh, đỏ, vàng. Quan sát và ghi lại mũi tên chỉ vào hình quạt có màu nào khi tấm bìa dừng lại. Kết quả thu được như sau:



Xanh: IIII IIII IIII  
 Đỏ: IIII IIII IIII IIII IIII  
 Vàng: IIII IIII

- a) Lập bảng tần số tương đối cho kết quả thu được.
- b) Ước lượng xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu đỏ.

**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối sau:

Số lần quay trúng	Màu xanh	Màu đỏ	Màu vàng
Tần số tương đối	30%	50%	20%

b) Xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu đỏ là 50%

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Cô Thảo Linh phỏng vấn một số bạn học sinh cùng trường về màu mực mỗi bạn yêu thích nhất. Kết quả được cho ở bảng sau:

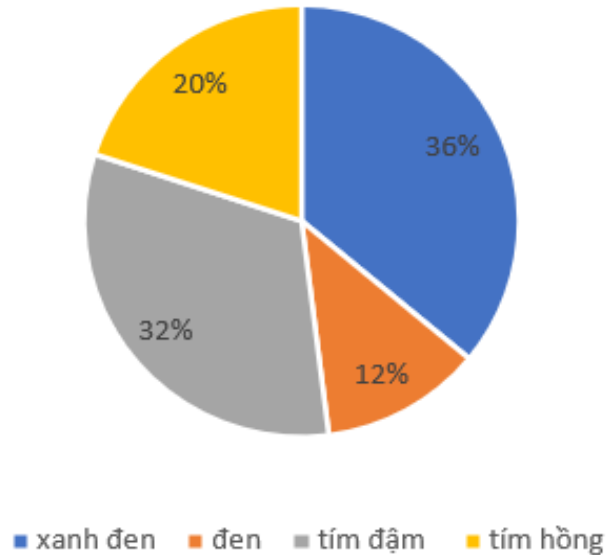
Màu mực	Xanh đen	Đen	Tím đậm	Tím hồng
Tần số	18	6	16	10

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng quạt tròn để biểu diễn mẫu số liệu điều tra của cô Thảo Linh.

**Lời giải**

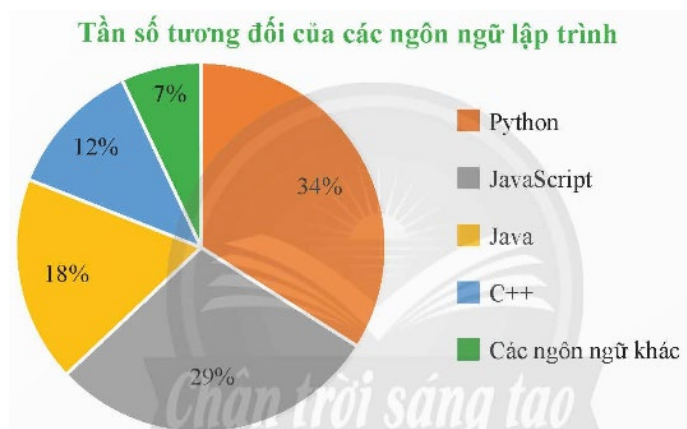
Bảng tần số và số đo cung

Màu mực	Xanh đen	Đen	Tím đậm	Tím hồng
Tần số tương đối	36%	12%	32%	20%
Số đo cung	129,6°	43,2°	115,2°	72°



Tần số tương đối của màu mực phân theo mức độ yêu thích

**Bài 6.** Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.



- a) Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó?
- b) Hãy lập bảng tần số biểu diễn số liệu cho bởi biểu đồ trên.

**Lời giải**

- a) Ngôn ngữ lập trình Python được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó.
- b) Bảng tần số:

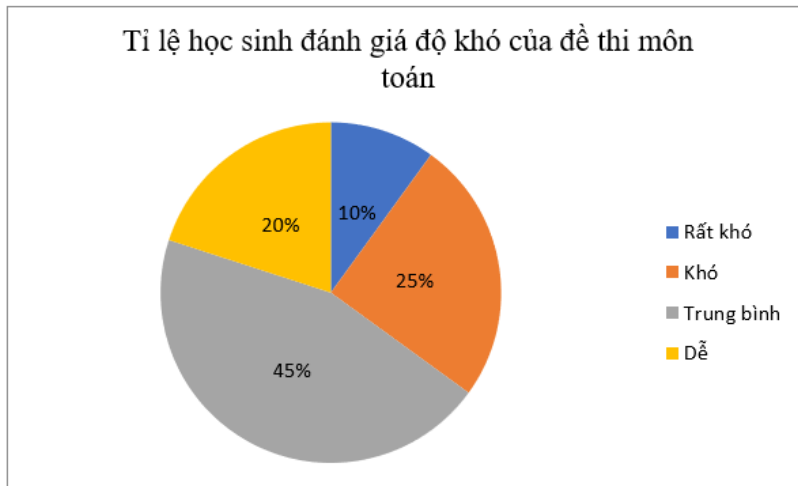
Ngôn ngữ	Python	Java Script	Java	C++	Các ngôn ngữ khác
Tần số	68	58	36	24	14

**Bài 7.** Bảng tần số tương đối sau cho biết tỉ lệ học sinh đánh giá độ khó của đề thi học kì môn Toán theo các mức độ:

Đánh giá	Rất khó	Khó	Trung bình	Dễ
Tỉ lệ	10%	25%	45%	20%

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối này.

Lời giải



**Bài 8.** Bạn Bình phát phiếu (H.7.13) lấy ý kiến bình chọn của 40 bạn trong lớp về địa điểm đi dã ngoại. Kết quả bạn Bình thu được như sau:

Địa điểm	Vườn quốc gia Ba Vì	Vườn quốc gia Cát Bà	Vườn quốc gia Cúc Phương
Tỉ lệ bạn bình chọn	70%	30%	50%

**PHIẾU BÌNH CHỌN ĐỊA ĐIỂM ĐI DÃ NGOẠI**  
 (Bạn có thể lựa chọn nhiều hơn 1 địa điểm)

A. Vườn quốc gia Ba Vì.  
 B. Vườn quốc gia Cát Bà.  
 C. Vườn quốc gia Cúc Phương.

Tớ sẽ dùng biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn bảng thống kê này.



Không được. Cậu phải dùng biểu đồ cột để biểu diễn.



Hình 7.13

Ý kiến của bạn thế nào?

Lời giải

Nên dùng biểu đồ hình cột chồng, vì tổng tỉ lệ bạn bình chọn lớn hơn 100%, rất khó để biểu diễn trên biểu đồ hình quạt tròn.

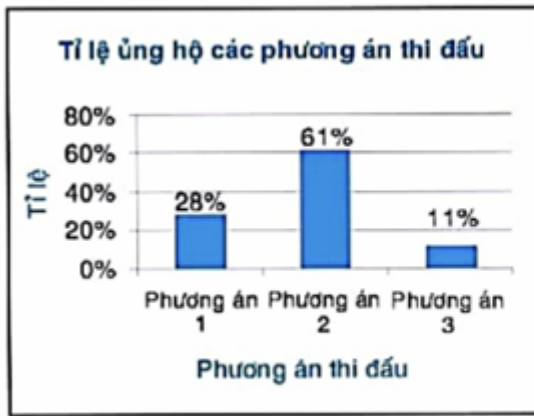
**Bài 9.** Có ba phương án thi đấu tại giải bóng đá khối lớp 9 của trường THCS Thái Nguyên như sau:

Phương án 1: Các đội đấu vòng tròn, tính điểm.

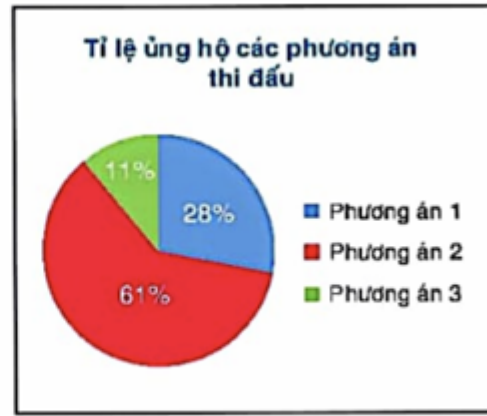
Phương án 2: Chia các đội thành hai bảng, mỗi bảng lấy hai đội vào trận bán kết.

Phương án 3: Các đội bốc thăm ghép cặp, đấu loại trực tiếp.

Ban tổ chức đã lấy phiếu khảo sát ý kiến. Kết quả được Việt và Nam biểu diễn bằng biểu đồ như sau:



Hình 1. Biểu đồ cột



Hình 2. Biểu đồ hình quạt tròn

- a) Đọc và giải thích mỗi biểu đồ trên.  
 b) Lập bảng tần số tương đối cho kết quả khảo sát ý kiến.

**Lời giải**

a)

- Biểu đồ cột ở hình 1

Phương án 1 chiếm 28%

Phương án 2 chiếm 61%

Phương án 3 chiếm 11%

- Biểu đồ hình quạt tròn ở hình 2

Phương án 1 chiếm 28%

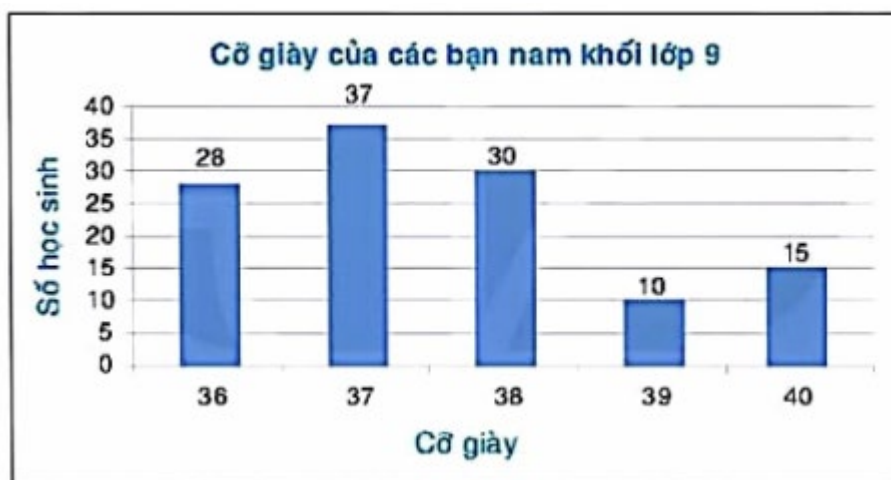
Phương án 2 chiếm 61%

Phương án 3 chiếm 11%

b) Bảng tần số tương đối:

Phương án	1	2	3
Tần số tương đối	28%	61%	11%

**Bài 10.** Biểu đồ cột hình bên dưới cho biết cỡ giày của các bạn nam khối lớp 9 trong trường A nào đó.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Lời giải**

Tổng số học sinh là:  $28+37+30+10+15=120$  bạn

Ta có bảng tần số:

Cỡ giày	36	37	38	39	40
Số học sinh	28	37	30	10	15

Ta có bảng tần số tương đối:

Cỡ giày	36	37	38	39	40
Tần số tương đối	23,3%	30,8%	25%	8,4%	12,5%

**Bài 11.** Quay 150 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành bốn hình quạt với các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Quan sát mũi tên chỉ vào hình quạt màu gì và ghi lại, thu được kết quả sau:

Màu	Xanh	Đỏ	Tím	Vàng
Số lần	60	30	40	20

- a) Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu trên.
- b) Ước lượng các xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu xanh, màu vàng.
- c) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a.

**Lời giải**

a)

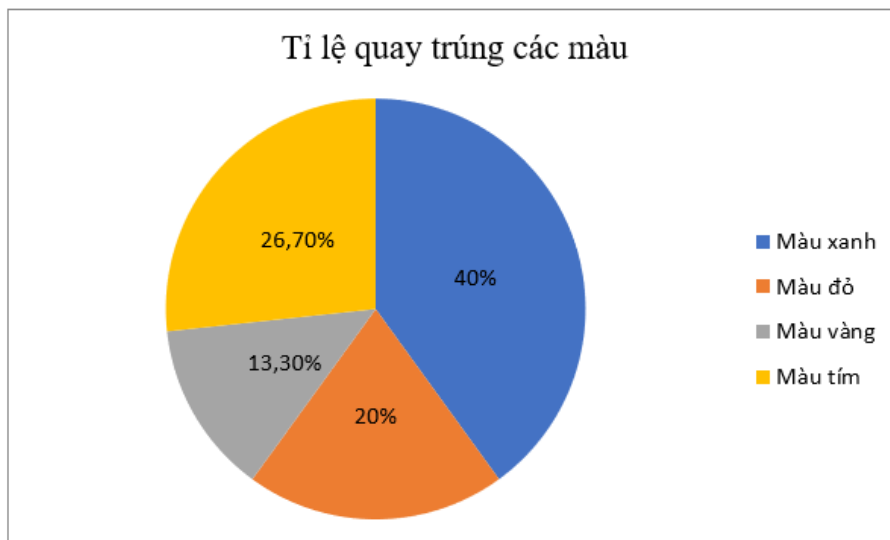
Ta có bảng tần số tương đối sau:

Số lần quay trúng	Màu xanh	Màu đỏ	Màu vàng	Màu tím
Tần số tương đối	40%	20%	13,3%	26,7%

b) Xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu xanh là 40%

Xác suất mũi tên chỉ vào hình quạt màu vàng là 13,3%

c) Biểu đồ hình quạt



**Bài 12.** Theo Tổng cục thống kê, vào năm 2021 trong số 50,5 triệu lao động Việt Nam từ 15 tuổi trở lên có 13,9 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản; 16,9 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực công nghiệp và xây dựng; 19,7 triệu lao động đang làm việc trong lĩnh vực dịch vụ.

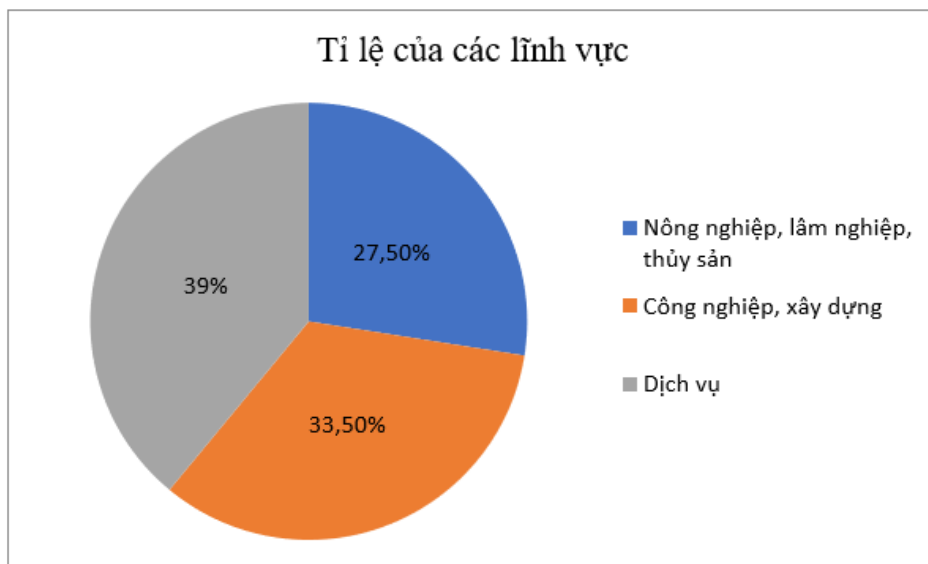
- a) Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu trên.
- b) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a.
- c) Tính tỉ lệ lao động không làm việc trong lĩnh vực nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản.

**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối sau:

Các lĩnh vực	Nông nghiệp, lâm nghiệp, thủy sản	Công nghiệp, xây dựng	Dịch vụ
Tần số tương đối	27,5%	33,5%	39%

b)



c) Tỉ lệ lao động không làm việc trong lĩnh vực nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản là:

$$100\% - 27,5\% = 72,5\%$$

**Bài 13.** Bảng thống kê sau cho biết tỉ lệ tăng trưởng GDP năm 2022 theo khu vực kinh tế.

Khu vực kinh tế	Nông nghiệp, lâm nghiệp và thủy sản	Công nghiệp và xây dựng	Dịch vụ
Mức tăng trưởng	3,36%	7,78%	9,99%

(Theo Tổng cục Thống kê)

- a) Bảng thống kê trên có là bảng tần số tương đối hay không?
- b) Lựa chọn loại biểu đồ thích hợp và biểu diễn bảng thống kê trên bằng loại biểu đồ đó.

**Lời giải**

a) Bảng thống kê trên là bảng tần số tương đối.

b) Biểu đồ cột là thích hợp nhất.

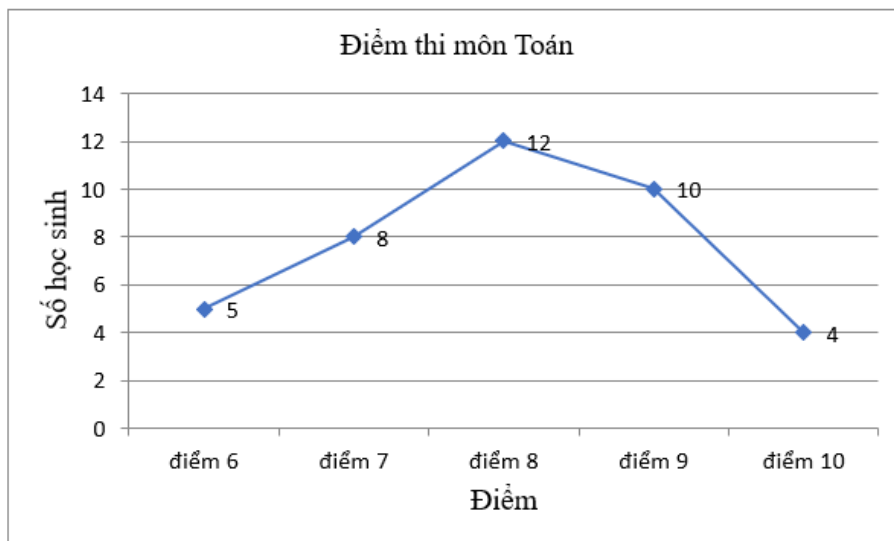


**Bài 14.** Cho bảng tần số sau:

<b>Điểm thi môn Toán</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Số học sinh</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>4</b>

Vẽ biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng cho bảng tần số trên.

**Lời giải**



**Bài 15.** Theo dõi thời tiết tại một điểm du lịch trong 30 ngày người ta thu được bảng sau:

<b>Thời tiết</b>	<b>Không mưa</b>	<b>Mưa nhỏ</b>	<b>Mưa to</b>
<b>Số ngày</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>12</b>

a) Lập bảng tần số tương đối và vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được.

b) Ước lượng xác suất để một ngày trời có mưa ở khu vực này.

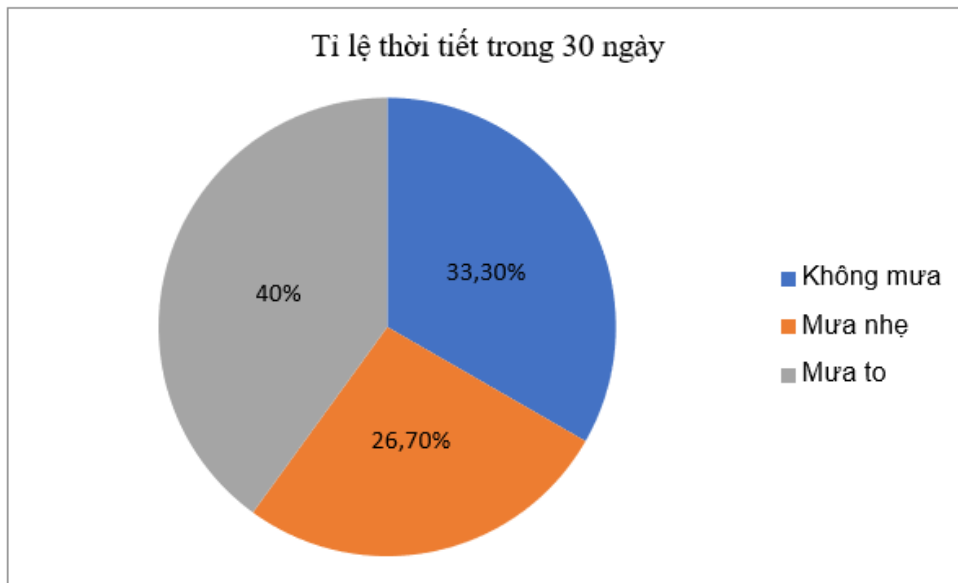
**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối:



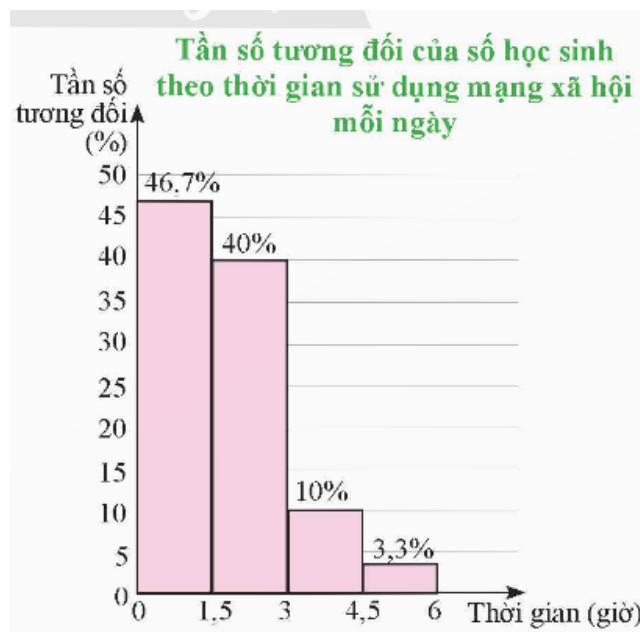
Thời tiết	Không mưa	Mưa nhẹ	Mưa to
Tần số tương đối	33,3%	26,7%	40%

Vẽ biểu đồ hình quạt:



b) Xác suất để một ngày trời có mưa ở khu vực này:  $40\% + 26,7\% = 66,7\%$

**Bài 16.** Khảo sát các học sinh lớp 6 một trường Trung học cơ sở về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên.



a) Có bao nhiêu bạn tham gia khảo sát, biết rằng có 4 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên?

b) Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lí không? Tại sao?

**Lời giải**

a) Có  $4 : 3,3\% = 12$  bạn tham gia khảo sát.

b) Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó không hợp lí vì chỉ có  $10\% + 3,3\% = 13,3\%$  học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở nên mỗi ngày.

**Bài 17.** Một cửa hàng ghi lại cỡ các đôi giày đã bán trong một ngày ở bảng sau:

42	38	39	42	39	41	43	41	41	40
37	38	37	38	40	39	38	39	44	43
42	37	40	40	44	41	41	40	42	39
43	41	37	41	40	38	40	41	40	39

- Hãy xác định cỡ mẫu, lập bảng tần số và tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.
- Hãy vẽ biểu đồ dạng cột mô tả bảng số liệu trên.
- Cửa hàng trên nhập về để bán cỡ giày nào nhiều nhất, cỡ giày nào ít nhất?

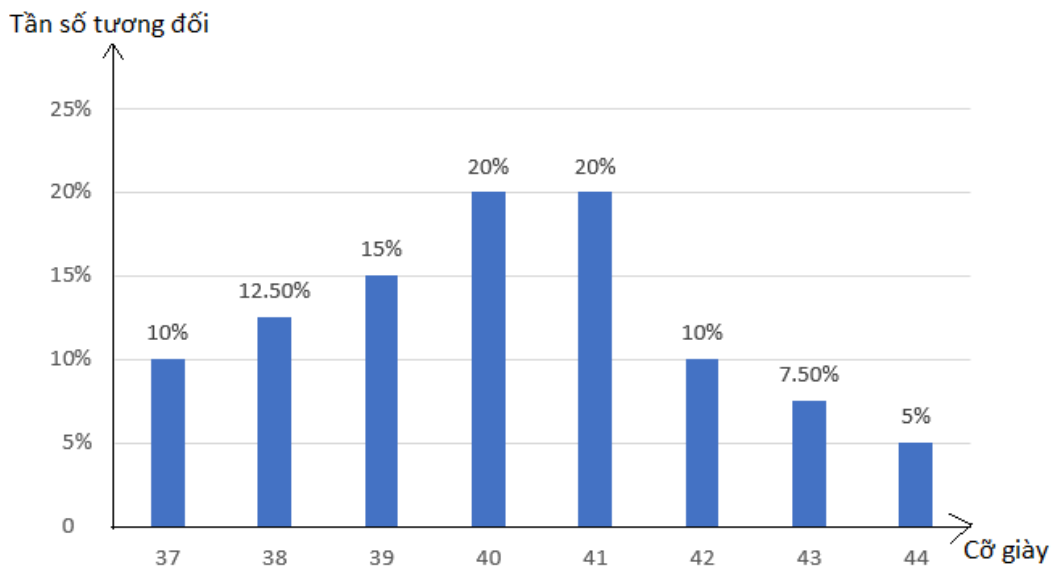
**Lời giải**

a) Cỡ mẫu là 40.

Bảng tần số và tần số tương đối:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số	4	5	6	8	8	4	3	2
Tần số tương đối	10%	12,5%	15%	20%	20%	10%	7,5%	5%

b)



Tần số tương đối phân theo cỡ giày

c) Cửa hàng trên nhập về để bán cỡ giày 40; 41 nhiều nhất, cỡ giày 44 ít nhất vì cỡ giày 40; 41 có nhiều người mua nhất, cỡ giày 44 có ít người mua nhất.

**Bài 18.** Số bàn thắng một đội bóng ghi được trong 26 trận đấu của Giải vô địch quốc gia được ghi lại ở bảng sau:

1	2	0	4	0	3	0	1	0	0	3	3	0
0	3	0	2	2	3	3	4	3	1	0	0	3

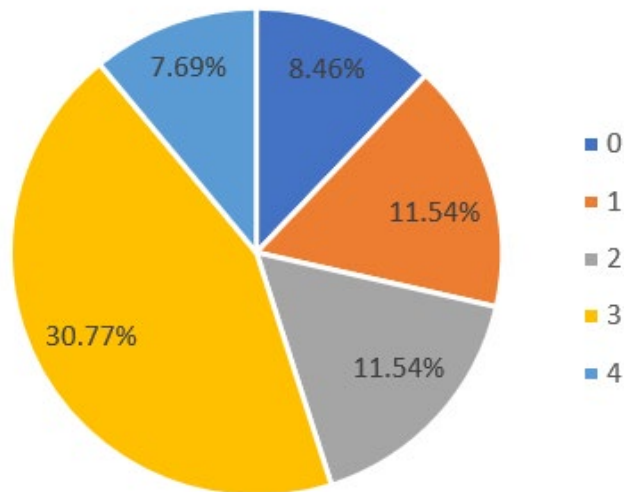
- a) Hãy lập bảng tần số và tần số tương đối cho bảng số liệu trên.  
 b) Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn mô tả tần số tương đối của bảng số liệu trên.

**Lời giải**

a) Bảng tần số và tần số tương đối:

Số bàn thắng	0	1	2	3	4
Tần số	10	3	3	8	2
Tần số tương đối	38,46%	11,54%	11,54%	30,77%	7,69%

b)



Tần số tương đối phân theo số bàn thắng

**Bài 19.** Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điền sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

**Lời giải**

- Số liệu không chính xác ở đây là 15%. Sửa lại thành 12% vì  $\frac{6}{24+16+6+4} \cdot 100\% = 12\%$

- Bảng số liệu đúng sau khi sửa lại:

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

**Bài 20.** Hình 28 mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm sáu phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn và ghi lại số ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào khi đĩa dừng lại. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại số liệu sau 40 lần quay đĩa tròn:

1 1 3 5 4 6 1 2 6 4  
 1 5 5 2 4 3 3 6 5 2  
 5 6 2 3 3 4 2 3 3 4  
 4 5 4 6 1 2 3 5 6 6



a) Trong 40 số liệu thống kê ở trên, có bao nhiêu giá trị khác nhau?

b) Tìm tần số của mỗi giá trị đó.

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.

Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

c) Tìm tần số tương đối của mỗi giá trị đó.

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó.

**Lời giải**

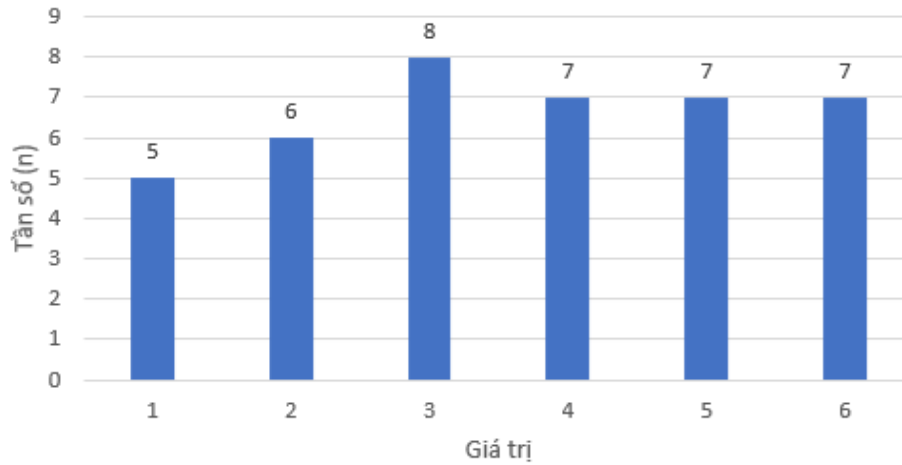
a) Có 6 giá trị khác nhau.

b) Trong số 40 số liệu thống kê, có: 5 lần quay vào số 1, 6 lần quay vào số 6, 8 lần quay vào số 3, 7 lần quay vào số 4, 7 lần quay vào số 5 và 7 lần quay vào số 6.

Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê:

Giá trị	Tần số (n)
1	5
2	6
3	8
4	7
5	7
6	7

Biểu đồ dạng cột của tần số mẫu số liệu có dạng:

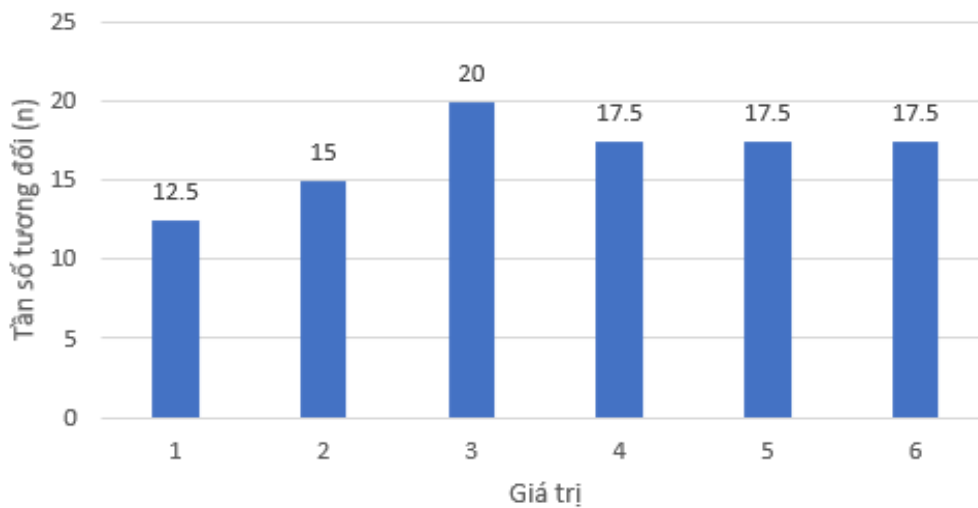


c) Các giá trị 1, 2, 3, 4, 5, 6 có tần số tương đối lần lượt là:

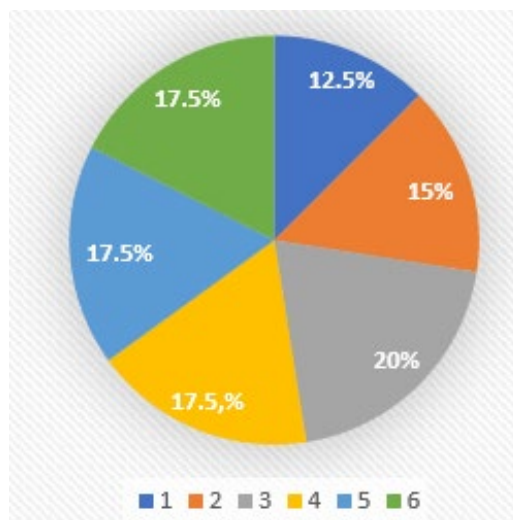
Bảng tần số tương đối:

Giá trị	1	2	3	4	5	6
Tần số tương đối %	12,5	15	20	17,5	17,5	17,5

• Biểu đồ dạng cột của tần số tương đối mẫu số liệu có dạng:



• Biểu đồ dạng quạt tròn của tần số tương đối mẫu số liệu có dạng:



**BÀI 3**

**BẢNG TẦN SỐ, TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM VÀ BIỂU ĐỒ**

**1. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm**

**a. Mẫu số liệu ghép nhóm**

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm thành mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện như sau:

- Tìm nửa khoảng  $[a; b)$  sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng  $[a; b)$ .
- Ta thường phân chia nửa khoảng  $[a; b)$  thành các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

**Chú ý:** Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu

**b. Bảng tần số ghép nhóm**

Trong một mẫu số liệu ghép nhóm, **tần số ghép nhóm** (hay **tần số**) của một nhóm là số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó. Tần số của nhóm 1, nhóm 2, ..., nhóm  $i$  kí hiệu lần lượt là  $n_1, n_2, \dots, n_i$ .

Để lập bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các nhóm của mẫu dữ liệu ghép nhóm và tìm tần số của mỗi nhóm đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Nhóm, tần số ( $n$ ).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi tên nhóm và tần số của nhóm đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng,  $N = \dots$

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	Cộng
Tần số ghép nhóm $n$	$n_1$	$n_2$	...	$n_i$	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Chú ý:** Bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

Nhóm	Tần số $n$
$[a_1; a_2)$	$n_1$
$[a_2; a_3)$	$n_2$
...	...
$[a_{i-1}; a_i)$	$n_i$
Cộng	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, tần số của một nhóm phản ánh số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó.

**c. Bảng tần số tương đối ghép nhóm**

Tần số tương đối ghép nhóm (hay **tần số tương đối**)  $f_i$  của nhóm  $i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của nhóm đó và số lượng  $N$  các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

Để lập bảng tần số tương đối ghép nhóm ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các nhóm của mẫu dữ liệu ghép nhóm và tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Nhóm, tần số tương đối (%).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi nhóm và tần số tương đối của nhóm đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng, 100

<b>Nhóm</b>	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số tương đối ghép nhóm %</b>	$f_1$	$f_2$	...	$f_i$	100

**Chú ý:** Bảng tần số tương đối ghép nhóm ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Nhóm</b>	<b>Tần số tương đối ghép nhóm %</b>
$[a_1; a_2)$	$f_1$
$[a_2; a_3)$	$f_2$
...	...
$[a_{i-1}; a_i)$	$f_i$
<b>Cộng</b>	100

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu ghép nhóm, tần số tương đối của một nhóm phản ánh giá trị đó chiếm bao nhiêu phần trăm trong tổng thể thống kê.

**3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm**

• Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm có dạng cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm  $[a_1; a_2)$  có đầu mút trái là  $a_1$ , đầu mút phải là  $a_2$  và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối ghép nhóm nhận được ở bước 1.

- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối ghép nhóm nhận được ở bước 1.



**DẠNG 1**

**TẦN SỐ GHÉP NHÓM VÀ BẢNG TẦN SỐ GHÉP NHÓM**

**Bài 1.** Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau:

6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
8,2	8,3	7,8	7,9	8,2	7,4	8,3
7,8	8,7	8,6	8,5	7,9	7,7	8,1
9,0	7,0	8,1	8,0	8,9	9,4	9,2

Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

**Bài 2.** Nhà may Hưng Thịnh tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 9A. Nhà may đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo khi may, kết quả như sau:

161	159	168	153	150	157	172	165	161	158
169	153	164	167	172	174	163	156	166	166
161	152	165	169	160	152	165	163	174	168
159	168	164	169	156	172	167	158	161	160

a) Mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?

b) Có nên dùng bảng tần số (hay bảng tần số tương đối) để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó không?

b) Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: [150; 155), [155; 160), [160; 165), [165; 170), [170; 175). Có bao nhiêu số liệu trong mẫu số liệu đó thuộc vào nhóm 1?

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 3.** Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau: [70; 80), [80; 90), [90; 100), [100; 110), [110; 120). Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Bài 4.** Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

10,0	7,7	9,4	9,1	6,7	5,9	6,7	11,7	6,9	5,4
6,0	5,8	8,7	6,4	5,3	12,3	7,4	9,1	11,8	6,5

a) Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.

b) Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

**Bài 5.** Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau:

**0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585.**

Dựa vào dữ liệu trên., hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

Chỉ số HDI	$[0;0,55)$	$[0,55;0,7]$	$[0,7;0,8)$	$[0,8;1)$
Tần số	?	?	?	?

**Bài 6.** Ghi lại cấp độ động đất của các trận động đất xảy ra tại một vùng trong 10 năm người ta thu được kết quả sau:

**I, V, II, III, VI, V, IV, II, III, V, VI, VII, VIII, I, I, II, VI, VII, IV.**

Biết rằng theo thang Richter thì trận động đất cấp I có độ lớn từ 1 đến dưới 3; cấp II và cấp III có độ lớn từ dưới 3 đến dưới 4; cấp IV và cấp V có độ lớn từ 4 đến dưới 5; cấp VI và cấp VII có độ lớn từ 5 đến dưới 6; cấp VIII có độ lớn từ 6 đến dưới 6,9.

Lập bảng tần số ghép nhóm cho độ lớn các trận động đất xảy ra ở vùng này theo thang Richter.

**DẠNG 2**

**TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM VÀ BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM**

**Bài 1.** Xét mẫu số liệu được ghép nhóm với bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[150 ; 155)	[155 ; 160)	[160 ; 165)	[165 ; 170)	[170 ; 175)	Cộng
Tần số ( $n_i$ )	5	7	10	13	5	$N = 40$

Tính tỉ số phần trăm của tần số  $n_1 = 5$  và  $N = 40$ .

**Bài 2.** Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần như sau:

85	81	65	58	47	30	51	89	85	42
55	37	31	82	63	33	44	88	77	57
44	74	63	67	46	73	52	53	47	35

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi ghép nhóm theo sáu nhóm sau: [30; 40), [40; 50), [50; 60), [60; 70), [70; 80), [80; 90).

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đó.

**Bài 3.** Giáo viên chủ nhiệm lớp 9C đã thu được kết quả như sau: Thời gian tự học dưới 1 giờ có 10 bạn; từ 1 giờ đến dưới 2 giờ có 15 bạn; từ 2 giờ đến dưới 3 giờ có 8 bạn; từ 3 giờ đến dưới 4 giờ có 7 bạn.

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành các bảng sau vào vở:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	?	?	?	?

Bảng 1

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số tương đối	?	?	?	?

Bảng 2

**Bài 4.** Cho bảng tần số ghép nhóm về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Tần số	12	23	15

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê này.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Bạn Phương Linh ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Bạn Phương Linh đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo tiêu chí sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bạn Phương Linh cập Internet mức độ “Rất nhiều”.

**Lời giải**

Thời gian (X) (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Số ngày	3	6	9	8	4
Mức độ	Rất ít	Ít	Bình thường	Nhiều	Rất nhiều

Có 4 ngày Bạn Phương Linh cập rất nhiều chiếm  $\frac{4}{30} \cdot 100\% = 13,33\%$

**Bài 6.** Ông Thành ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1	23,3	19,5
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4	18,8	23,5
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16	17,2	23,5
23,2	17	17,8	19,8	16,8	18,4	21,9	24,3	27,3	21

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

**Bài 7.** Bác nông dân thống kê chiều cao của một cây bạch đàn 5 năm tuổi ở một lâm trường vào bảng dưới đây (đơn vị: mét). Do sơ suất nên bác nông dân ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác nông dân hoàn thành bảng thống kê.

<b>Chiều cao (m)</b>	[7; 8)	?	[?; 10)
<b>Tần số</b>	?	24	8
<b>Tần số tương đối</b>	?	30%	?

**Bài 8.** Bạn Giang ghi lại cự li nhảy xa của các bạn trong câu lạc bộ thể thao ở bảng sau (đơn vị: mét):

5,4	3,6	4,7	4,2	4,4	4,8	3,7	4,7
4,2	3,8	4,2	4,4	4,6	4,8	5,3	4,7
5,4	4,1	3,5	4,7	5,1	4,1	4,4	5,4
4,5	5,4	4,4	4,3	3,6	4,4	4,8	4,8

a) Để thu gọn bảng dữ liệu thì nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên tại sao?

b) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên cự li từ 3,5 m đến dưới 4 m; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm.

**Bài 9.** Kết quả đo tốc độ xe của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát được ghi lại ở bảng sau:

48,6	54,2	53,3	45,3	48,2	46,3	57,4	62,6	61,4	55	40,9	45,5	54,3
49,8	60	58,9	53	53	62	49,4	48,4	47,8	41,2	42,8	48,8	

a) Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng số liệu trên, trong đó nhóm đầu tiên là các xe ô tô có tốc độ từ 40 km/h đến dưới 45 km/h.

b) Hãy xác định nhóm có tần số tương đối cao nhất và nhóm có tần số tương đối thấp nhất.

**Bài 10.** Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của một số học sinh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút):

<b>Thời gian (phút)</b>	[10; 12)	?	[14; 16)
<b>Tần số</b>	25	?	5
<b>Tần số tương đối</b>	?	?	12,5%

a) Hãy xác định số học sinh tham gia kiểm tra.

b) Hoàn thành bảng trên vào vở.

**Bài 11.** Một cuộc điều tra về thời gian dùng mạng Internet trong ngày của học sinh lớp 9 tại một thành phố cho kết quả như sau:

<b>Thời gian (giờ)</b>	[0; 0,5)	[0,5; 1,0)	[1,0; 1,5)	[1,5; 2,0)	[2,0; 2,5)
<b>Tỉ lệ</b>	15%	27%	23%	18%	17%

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

b) Để thu được bảng thống kê trên, người ta đã lập phiếu điều tra và thu về tổng cộng 2 000 phiếu trả lời. Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được.

**Bài 12.** Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 100 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian(giây)	[13;15)	[15;17)	[17;19)	[19;21)
Số học sinh	5	20	13	2

- a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

**DẠNG 3**

**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHÉP NHÓM**

**Bài 1.** Biểu đồ hình bên dưới, cho biết tỉ lệ cân nặng của 62 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện.



a) Đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

b) Lập bảng thống kê cho số liệu được biểu diễn trên biểu đồ. Bảng thống kê đó có phải là bảng tần số tương đối ghép nhóm không?

**Bài 2.** Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi.

Chiều cao (cm)	[30; 34)	[34; 38)	[38; 42)	[42; 46)
Tần số tương đối	20%	35%	30%	15%

**Bài 3.** Cho bảng tần số ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc gọi điện thoại.

Thời gian (phút)	[0,5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Số cuộc gọi	6	14	20	12	8

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.

**Bài 4.** Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
<b>Cộng</b>	<b>N = 100</b>



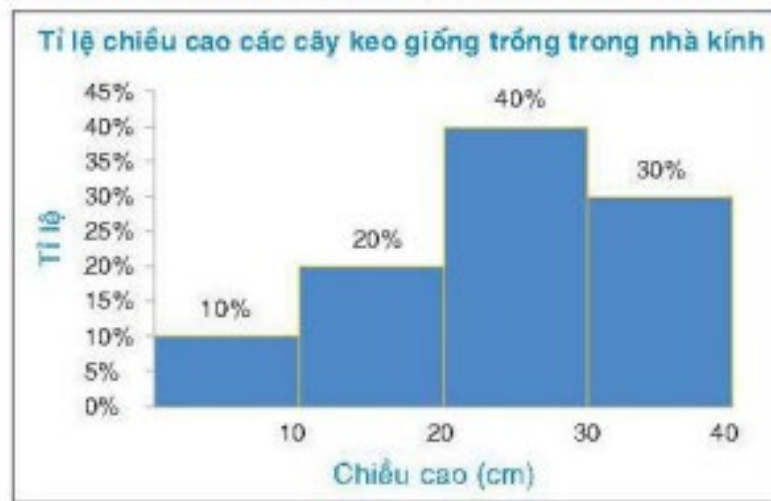
a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm hình bên dưới, cho biết tỉ lệ chiều cao của các cây keo giống do một kĩ sư lâm nghiệp đã trồng trong nhà kính.



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Bài 6.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10 ; 20)	[20 ; 30)	[30 ; 40)	[40 ; 50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Bài 7.** Người ta trồng cà rốt và thử nghiệm một loại phân bón mới. Khi thu hoạch người ta đo chiều dài các củ cà rốt thu được kết quả sau:

Chiều dài (cm)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)	[19; 20)	[20; 21)
Số củ cà rốt	8	17	30	28	12	5

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.



**Bài 8.** Thời gian chờ mua vé xem bóng đá của một số cổ động viên được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số cổ động viên	15	38	50	27	20	10

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê thu được.

**Bài 9.** Kỹ sư lâm nghiệp trên cũng trồng một số cây keo giống khác ngoài trời thu được kết quả như sau:

Chiều cao(cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số cây	5	9	4	2

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Bài 10.** Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Huy	Minh	An	Thảo
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

a) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bằng tần số tương đối trên.

b) Lập bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

**Bài 11.** Qua đợt khám mắt, lớp 9A có 20 học sinh bị cận thị trong đó có 10 học sinh cận thị nhẹ, 8 học sinh cận thị vừa và 2 học sinh cận thị nặng. Biết rằng cận thị có số đo từ 0,25 đến dưới 3,25 dioptrê là cận thị nhẹ; từ 3,25 đến dưới 6,25 dioptrê là cận thị vừa; từ 6,25 đến dưới 10,25 dioptrê là cận thị nặng.

a) Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối ghép nhóm theo độ cận thị của các học sinh này.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng tần số tương đối ghép nhóm thu được ở câu a.

**Bài 12.** Lương của các công nhân một nhà máy được cho trong bảng sau:

Lương (triệu đồng)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số công nhân	20	50	70	40	20

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số. Giải thích ý nghĩa cho một nhóm số liệu và tần số của nó.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Bài 13.** Biểu đồ cột bên mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.



- a) Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ bên.
- b) Một bóng đèn được cho là thuộc loại I nếu có tuổi thọ từ 1500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại I trong số các bóng đèn được thống kê?
- c) Hãy vẽ đồ thị tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ bên.

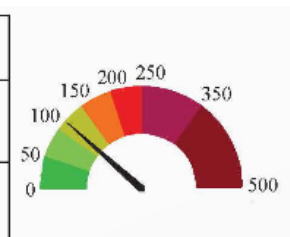
**Bài 14.** Bảng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: kg) của một số trẻ sơ sinh ở một khu vực.

Cân nặng (X) (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Số trẻ sơ sinh	3	7	5	3	2

- a) Hãy lập bảng tần tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
- b) Hãy vẽ đồ thị tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu số liệu trên.

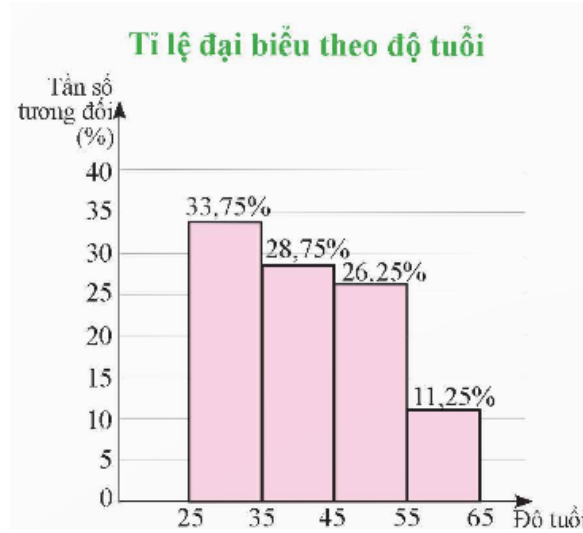
**Bài 15.** Hai bạn Hà và Hồng thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng 9/2022 ở bảng sau:

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	12	8	6	4
Tại nơi ở của Hồng	16	6	5	3



- a) Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Hà và tại nơi ở của bạn Hồng.
- b) Chỉ số AQI từ 150 trở lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

**Bài 16.** Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến dưới 35 tuổi.



- a) Có bao nhiêu đại biểu dự hội nghị?
- b) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.
- c) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

**Bài 17.** Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

- a) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.
- b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

**Bài 18.** Một bác lái xe muốn ghi lại tổng độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình lái mỗi ngày trong vòng 1 tháng.

- a) Hỏi bác lái xe có thể thu thập số liệu bằng cách nào?
- b) Dưới đây là số liệu bác lái xe đã ghi lại được.

23,9	192,7	137,8	125,3	147,5	102,8	105,9	60,1	186,7	129,5
31,6	168,4	97,4	144,7	129	197,3	113,7	10,2	110,3	86,4
77,9	38,6	124,7	199,8	22,8	96,9	30,7	85,1	188,1	122,5

Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, nhóm thứ nhất là từ 10 km đến dưới 50 km và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm.

**Bài 19.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 50 cây con ở vườn thí nghiệm, người ta nhận được bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	Cộng
Tần số tương đối (%)	6	18	36	24	16	100

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên.

**Bài 20.** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại độ dài quãng đường di chuyển trong một tuần (đơn vị: kilômét) của 60 chiếc ô tô:

100 105 115 116 130 135 138 132 135 120 118 118 121 124 128  
 125 128 120 124 140 140 146 145 142 142 135 135 142 144 151  
 145 148 150 150 159 155 151 156 155 151 157 155 159 151 155  
 154 152 153 160 162 175 176 165 188 198 175 178 172 170 195

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:

[100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200).

a) Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

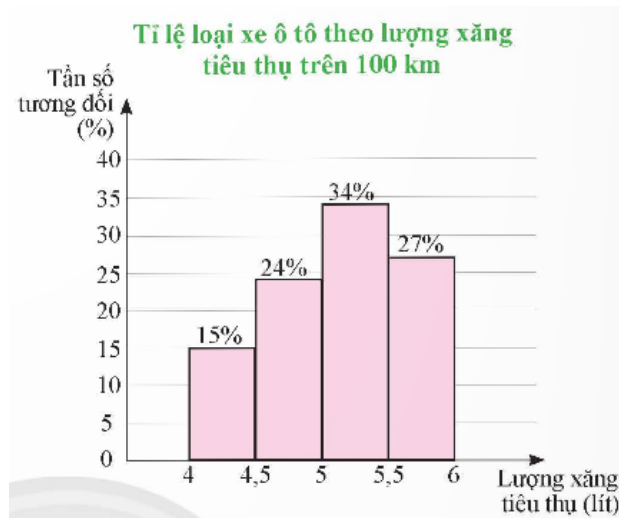
b) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.



**Câu 4.** Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát 100 chiếc xe được biểu diễn trong hình bên.



- a) Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là  
**A. 24%.                      B. 39%.                      C. 61%.                      D. 76%.**
- b) Khoảng tiêu thụ xăng phổ biến nhất là  
**A. Từ 4 đến dưới 4,5 lít.                      B. Từ 4,5 đến dưới 5 lít.**  
**C. Từ 5 đến dưới 5,5 lít.                      D. Từ 5,5 đến dưới 6 lít.**
- c) Trong tất cả những chiếc xe được khảo sát, có bao nhiêu chiếc xe tiêu thụ hết từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng khi đi trên quãng đường 100 km?  
**A. 34.                      B. 27.                      C. 15.                      D. 24.**

**Câu 5.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian sử dụng pin (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8)
Tần số	2	4	7	6

- a) Cỡ mẫu của cuộc khảo sát là  
**A. 18.                      B. 19.                      C. 20.                      D. 22.**
- b) Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến dưới 7,8 giờ là  
**A. 11.                      B. 12.                      C. 13.                      D. 14.**
- c) Tỉ lệ máy tính có thời gian sử dụng từ 7,6 giờ trở lên là  
**A. 27,7%.                      B. 68,42%.                      C. 33,3%                      D. 72,3%.**

**Câu 6.** Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

Cự li (m)	[20; 20,2)	[20,2; 20,4)	[20,4; 20,6)	[20,6; 20,8)	[20,8; 21)	[21; 21,2)
Tần số trước đợt tập huấn	3	5	5	2	1	0
Tần số sau đợt tập huấn	1	2	4	5	3	1

- a) Tần số tương đối của vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là  
**A.** 18,75%.                      **B.** 25%.                      **C.** 31,25%.                      **D.** 50%.
- b) Tần số tương đối của vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là  
**A.** 20%.                      **B.** 25%.                      **C.** 30%.                      **D.** 35%.
- c) Tần số tương đối của vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm  
**A.** 18,75%.                      **B.** 30,5%.                      **C.** 35%.                      **D.** 37,5%.
- d) Tần số tương đối của vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi  
**A.** 12,5%.                      **B.** 15,5%.                      **C.** 35%.                      **D.** 37,5%.

**BÀI 3**

**BẢNG TẦN SỐ, TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM VÀ BIỂU ĐỒ**

**1. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm**

**a. Mẫu số liệu ghép nhóm**

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm thành mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện như sau:

- Tìm nửa khoảng  $[a; b)$  sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng  $[a; b)$ .
- Ta thường phân chia nửa khoảng  $[a; b)$  thành các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

**Chú ý:** Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu

**b. Bảng tần số ghép nhóm**

Trong một mẫu số liệu ghép nhóm, **tần số ghép nhóm** (hay **tần số**) của một nhóm là số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó. Tần số của nhóm 1, nhóm 2, ..., nhóm  $i$  kí hiệu lần lượt là  $n_1, n_2, \dots, n_i$ .

Để lập bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các nhóm của mẫu dữ liệu ghép nhóm và tìm tần số của mỗi nhóm đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Nhóm, tần số ( $n$ ).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi tên nhóm và tần số của nhóm đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng,  $N = \dots$

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	Cộng
Tần số ghép nhóm $n$	$n_1$	$n_2$	...	$n_i$	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Chú ý:** Bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

Nhóm	Tần số $n$
$[a_1; a_2)$	$n_1$
$[a_2; a_3)$	$n_2$
...	...
$[a_{i-1}; a_i)$	$n_i$
Cộng	$N = n_1 + n_2 + \dots + n_i$

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, tần số của một nhóm phản ánh số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó.



**c. Bảng tần số tương đối ghép nhóm**

Tần số tương đối ghép nhóm (hay **tần số tương đối**)  $f_i$  của nhóm  $i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của nhóm đó và số lượng  $N$  các dữ liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

Để lập bảng tần số tương đối ghép nhóm ở dạng bảng ngang ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Xác định các nhóm của mẫu dữ liệu ghép nhóm và tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

**Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- + Cột đầu tiên: Nhóm, tần số tương đối (%).
- + Các cột tiếp theo lần lượt ghi nhóm và tần số tương đối của nhóm đó.
- + Cột cuối cùng : Cộng, 100

<b>Nhóm</b>	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	...	$[a_{i-1}; a_i)$	<b>Cộng</b>
<b>Tần số tương đối ghép nhóm %</b>	$f_1$	$f_2$	...	$f_i$	100

**Chú ý:** Bảng tần số tương đối ghép nhóm ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

<b>Nhóm</b>	<b>Tần số tương đối ghép nhóm %</b>
$[a_1; a_2)$	$f_1$
$[a_2; a_3)$	$f_2$
...	...
$[a_{i-1}; a_i)$	$f_i$
<b>Cộng</b>	100

**Nhận xét:** Đối với một mẫu số liệu ghép nhóm, tần số tương đối của một nhóm phản ánh giá trị đó chiếm bao nhiêu phần trăm trong tổng thể thống kê.

**3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm**

• Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm có dạng cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm  $[a_1; a_2)$  có đầu mút trái là  $a_1$ , đầu mút phải là  $a_2$  và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối ghép nhóm nhận được ở bước 1.

- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần tương đối ghép nhóm nhận được ở bước 1.

**DẠNG 1**

**TẦN SỐ GHÉP NHÓM VÀ BẢNG TẦN SỐ GHÉP NHÓM**

**Bài 1.** Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau:

6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
6,6	7,2	8,0	8,0	7,5	7,5	7,7
8,2	8,3	7,8	7,9	8,2	7,4	8,3
7,8	8,7	8,6	8,5	7,9	7,7	8,1
9,0	7,0	8,1	8,0	8,9	9,4	9,2

Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

**Lời giải**

Các số liệu trên được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: [6,6; 7,2), [7,2; 7,8), [7,8; 8,4), [8,4; 9), [9; 9,6).

**Bài 2.** Nhà may Hưng Thịnh tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 9A. Nhà may đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo khi may, kết quả như sau:

161	159	168	153	150	157	172	165	161	158
169	153	164	167	172	174	163	156	166	166
161	152	165	169	160	152	165	163	174	168
159	168	164	169	156	172	167	158	161	160

- a) Mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?
- b) Có nên dùng bảng tần số (hay bảng tần số tương đối) để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó không?
- b) Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: [150; 155), [155; 160), [160; 165), [165; 170), [170; 175). Có bao nhiêu số liệu trong mẫu số liệu đó thuộc vào nhóm 1?

**Lời giải**

- a) Mẫu số liệu trên có 18 giá trị khác nhau.
- b) Không nên dùng bảng tần số (hay bảng tần số tương đối) để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó.
- c) Trong 40 số liệu thống kê của mẫu số liệu thống kê đó, có 5 số liệu thuộc nhóm 1.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 3.** Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

- a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau: [70; 80), [80; 90), [90; 100), [100; 110), [110; 120). Tìm tần số của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Lời giải**

a) Các nhóm  $[70; 80)$ ,  $[80; 90)$ ,  $[90; 100)$ ,  $[100; 110)$ ,  $[110; 120)$  có tần số lần lượt là:  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 6$ ,  $n_3 = 12$ ,  $n_4 = 5$ ,  $n_5 = 4$ .

b)

Nhóm	Tần số (n)
$[70; 80)$	3
$[80; 90)$	6
$[90; 100)$	12
$[100; 110)$	5
$[110; 120)$	4

**Bài 4.** Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

10,0	7,7	9,4	9,1	6,7	5,9	6,7	11,7	6,9	5,4
6,0	5,8	8,7	6,4	5,3	12,3	7,4	9,1	11,8	6,5

a) Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.

b) Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

**Lời giải**

a) Ta chia số liệu thành 5 nhóm theo thời gian (X):  $[5; 6,5)$ ,  $[6,5; 8)$ ,  $[8; 9,5)$ ,  $[9,5; 11)$ ,  $[11; 12,5)$ .

Thời gian (X) (phút)	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$	$[8; 9,5)$	$[9,5; 11)$	$[11; 12,5)$
Số bệnh nhân	6	6	4	1	3

b) - Nhóm có tần số cao nhất là nhóm  $[5; 6,5)$  và  $[6,5; 8)$ .

- Nhóm có tần số thấp nhất là nhóm  $[9,5; 11)$ .

**Bài 5.** Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau:

0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585.

Dựa vào dữ liệu trên., hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

Chỉ số HDI	$[0;0,55)$	$[0,55;0,7]$	$[0,7;0,8)$	$[0,8;1)$
Tần số	?	?	?	?

**Lời giải**

Chỉ số HDI	[0;0,55)	[0,55;0,7]	[0,7;0,8)	[0,8;1)
Tần số	0	5	2	4

**Bài 6.** Ghi lại cấp độ động đất của các trận động đất xảy ra tại một vùng trong 10 năm người ta thu được kết quả sau:

I, V, II, III, VI, V, IV, II, III, V, VI, VII, VIII, I, I, II, VI, VII, IV.

Biết rằng theo thang Richter thì trận động đất cấp I có độ lớn từ 1 đến dưới 3; cấp II và cấp III có độ lớn từ dưới 3 đến dưới 4; cấp IV và cấp V có độ lớn từ 4 đến dưới 5; cấp VI và cấp VII có độ lớn từ 5 đến dưới 6; cấp VIII có độ lớn từ 6 đến dưới 6,9.

Lập bảng tần số ghép nhóm cho độ lớn các trận động đất xảy ra ở vùng này theo thang Richter.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số ghép nhóm:

Độ lớn trận động đất	[1;3]	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;6,9)
Tần số	3	5	5	5	1

**DẠNG 2**  
**TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM VÀ BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM**

**Bài 1.** Xét mẫu số liệu được ghép nhóm với bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[150 ; 155)	[155 ; 160)	[160 ; 165)	[165 ; 170)	[170 ; 175)	Cộng
Tần số (n)	5	7	10	13	5	N = 40

Tính tỉ số phần trăm của tần số  $n_1 = 5$  và  $N = 40$ .

**Lời giải**

Tỉ số phần trăm của tần số  $n_1 = 5$  và  $N = 40$  là  $\frac{5}{40} \cdot 100\% = 12,5\%$  .

**Bài 2.** Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần như sau:

85	81	65	58	47	30	51	89	85	42
55	37	31	82	63	33	44	88	77	57
44	74	63	67	46	73	52	53	47	35

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi ghép nhóm theo sáu nhóm sau: [30; 40), [40; 50), [50; 60), [60; 70), [70; 80), [80; 90).

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đó.

**Lời giải**

a)

Nhóm	Tần số (n)
[30; 40)	5
[40; 50)	6
[50; 60)	6
[60; 70)	4
[70; 80)	3
[80; 90)	6

b)

Nhóm	Tần số tương đối (%)
[30; 40)	16,67
[40; 50)	20
[50; 60)	20
[60; 70)	13,33
[70; 80)	10

[80; 90)	20
----------	----

**Bài 3.** Giáo viên chủ nhiệm lớp 9C đã thu được kết quả như sau: Thời gian tự học dưới 1 giờ có 10 bạn; từ 1 giờ đến dưới 2 giờ có 15 bạn; từ 2 giờ đến dưới 3 giờ có 8 bạn; từ 3 giờ đến dưới 4 giờ có 7 bạn. Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành các bảng sau vào vở:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	?	?	?	?

Bảng 1

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số tương đối	?	?	?	?

Bảng 2

**Lời giải**

Bảng 1 được gọi là bảng tần số ghép nhóm, bảng 2 được gọi là bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bảng tần số ghép nhóm

Thời gian(giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)
Tần số	10	15	8	7

Bảng tần số tương đối:

Thời gian(giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)
Tần số tương đối	25%	37,5%	20%	17,5%

**Bài 4.** Cho bảng tần số ghép nhóm về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Tần số	12	23	15

- a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê này.

**Lời giải**

- a) Tuổi thọ từ 30 tuổi đến dưới 40 tuổi có 12 người  
 Tuổi thọ từ 40 tuổi đến dưới 50 tuổi có 23 người  
 Tuổi thọ từ 50 tuổi đến dưới 60 tuổi có 15 người

b) Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm

Tuổi thọ (ngày)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Tần số tương đối	24%	46%	30%

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Bạn Phương Linh ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Bạn Phương Linh đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo tiêu chí sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bạn Phương Linh cập Internet mức độ “Rất nhiều”.

**Lời giải**

Thời gian (X) (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Số ngày	3	6	9	8	4
Mức độ	Rất ít	Ít	Bình thường	Nhiều	Rất nhiều

Có 4 ngày Bạn Phương Linh cập rất nhiều chiếm  $\frac{4}{30} \cdot 100\% = 13,33\%$

**Bài 6.** Ông Thành ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1	23,3	19,5
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4	18,8	23,5
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16	17,2	23,5
23,2	17	17,8	19,8	16,8	18,4	21,9	24,3	27,3	21

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

**Lời giải**

Chiều cao (X) (cm)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Tần số	8	9	11	3	9
Tần số tương đối	20%	22,5%	27,5%	7,5%	22,5%



**Bài 7.** Bác nông dân thống kê chiều cao của một cây bạch đàn 5 năm tuổi ở một lâm trường vào bảng dưới đây (đơn vị: mét). Do sơ suất nên bác nông dân ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác nông dân hoàn thành bảng thống kê.

<b>Chiều cao (m)</b>	[7; 8)	?	[?; 10)
<b>Tần số</b>	?	24	8
<b>Tần số tương đối</b>	?	30%	?

**Lời giải**

Chiều cao (cm)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Tần số	48	24	8
Tần số tương đối	60%	30%	10%

**Bài 8.** Bạn Giang ghi lại cự li nhảy xa của các bạn trong câu lạc bộ thể thao ở bảng sau (đơn vị: mét):

5,4	3,6	4,7	4,2	4,4	4,8	3,7	4,7
4,2	3,8	4,2	4,4	4,6	4,8	5,3	4,7
5,4	4,1	3,5	4,7	5,1	4,1	4,4	5,4
4,5	5,4	4,4	4,3	3,6	4,4	4,8	4,8

- a) Để thu gọn bảng dữ liệu thì nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên tại sao?
- b) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên cự li từ 3,5 m đến dưới 4 m; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm.

**Lời giải**

- a) Nên dùng bảng tần số ghép nhóm vì mẫu dữ liệu trên có nhiều giá trị khác nhau, dùng bảng tần số không ghép nhóm thì phải tốn thời gian liệt kê rất dài.
- b)

Cự ly (m)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)	[5; 5,5)
Tần số	5	11	10	6
Tần số tương đối	15,63%	34,37%	31,25%	18,75%

**Bài 9.** Kết quả đo tốc độ xe của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát được ghi lại ở bảng sau:

48,6	54,2	53,3	45,3	48,2	46,3	57,4	62,6	61,4	55	40,9	45,5	54,3
49,8	60	58,9	53	53	62	49,4	48,4	47,8	41,2	42,8	48,8	

- a) Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng số liệu trên, trong đó nhóm đầu tiên là các xe ô tô có tốc độ từ 40 km/h đến dưới 45 km/h.  
 b) Hãy xác định nhóm có tần số tương đối cao nhất và nhóm có tần số tương đối thấp nhất.

**Lời giải**

a) Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Tốc độ (X) (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số tương đối	12%	40%	20%	16%	12%

- b)  
 - Nhóm có tần số tương đối cao nhất [45; 50).  
 - Nhóm có tần số tương đối thấp nhất [40; 45).

**Bài 10.** Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của một số học sinh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút):

Thời gian (phút)	[10; 12)	?	[14; 16)
Tần số	25	?	5
Tần số tương đối	?	?	12,5%

- a) Hãy xác định số học sinh tham gia kiểm tra.  
 b) Hoàn thành bảng trên vào vở.

**Lời giải**

- a) Có  $5 : 12,5\% = 40$  học sinh tham gia kiểm tra.  
 b)

Thời gian (phút)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)
Tần số	25	10	5
Tần số tương đối	62,5%	25%	12,5%

**Bài 11.** Một cuộc điều tra về thời gian dùng mạng Internet trong ngày của học sinh lớp 9 tại một thành phố cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 0,5)	[0,5; 1,0)	[1,0; 1,5)	[1,5; 2,0)	[2,0; 2,5)
Tỉ lệ	15%	27%	23%	18%	17%

- a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.  
 b) Để thu được bảng thống kê trên, người ta đã lập phiếu điều tra và thu về tổng cộng 2 000 phiếu trả lời. Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được.

**Lời giải**

a) Tỉ lệ chơi từ 0 đến dưới 0,5 giờ là 15%; từ 0,5 đến dưới 1 giờ là 27%; từ 1 đến dưới 1,5 giờ là 23%; từ 1,5 đến dưới 2 giờ là 18%; từ 2 đến dưới 2,5 giờ là 17%.

b) Ta có bảng tần số ghép nhóm

Thời gian (giờ)	[0;0,5)	[0,5;1)	[1;1,5)	[1,5;2)	[2;2,5)
Tần số ghép nhóm	300	540	460	360	340

**Bài 12.** Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 100 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian(giây)	[13;15)	[15;17)	[17;19)	[19;21)
Số học sinh	5	20	13	2

- a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.  
 b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

**Lời giải**

a) Số học sinh chạy cự li 100 mét từ 13 đến dưới 15 giây là 5 học sinh; từ 15 đến dưới 17 giây là 20 học sinh; từ 17 đến dưới 19 giây là 13 học sinh; từ 19 đến dưới 21 giây là 2 học sinh.

B Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian(giây)	[13;15)	[15;17)	[17;19)	[19;21)
Tần số tương đối	12,5%	50%	32,5%	5%

**DẠNG 3**  
**BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHÉP NHÓM**

**Bài 13.** Biểu đồ hình bên dưới, cho biết tỉ lệ cân nặng của 62 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện.



- a) Đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trên biểu đồ.
- b) Lập bảng thống kê cho số liệu được biểu diễn trên biểu đồ . Bảng thống kê đó có phải là bảng tần số tương đối ghép nhóm không?

**Lời giải**

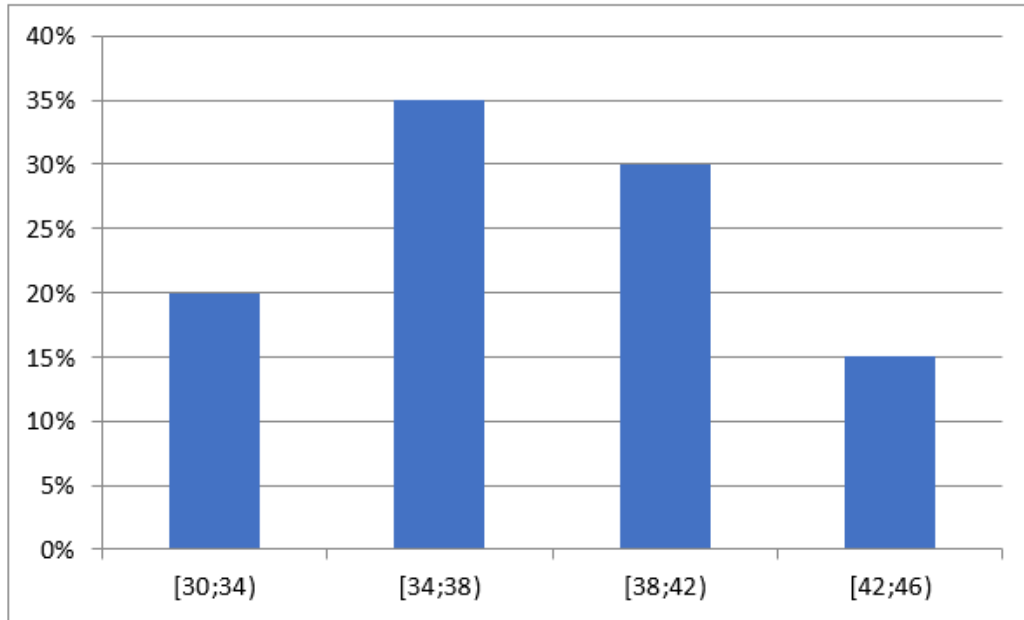
- a) Cân nặng được chia thành 8 nhóm với các tần số tương đối tương ứng.
- b) Bảng thống kê

Cân nặng (kg)	[2,5;2,7)	[2,7;2,9)	[2,9;3,1)	[3,1;3,3)	[3,3;3,5)	[3,5;3,7)	[3,7;3,9)	[3,9;4,1)
Tần số tương đối	3,2%	6,5%	11,3%	19,4%	24,2%	16,1%	12,9%	6,4%

**Bài 14.** Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi.

Chiều cao (cm)	[30; 34)	[34; 38)	[38; 42)	[42; 46)
Tần số tương đối	20%	35%	30%	15%

**Lời giải**



**Bài 15.** Cho bảng tần số ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc gọi điện thoại.

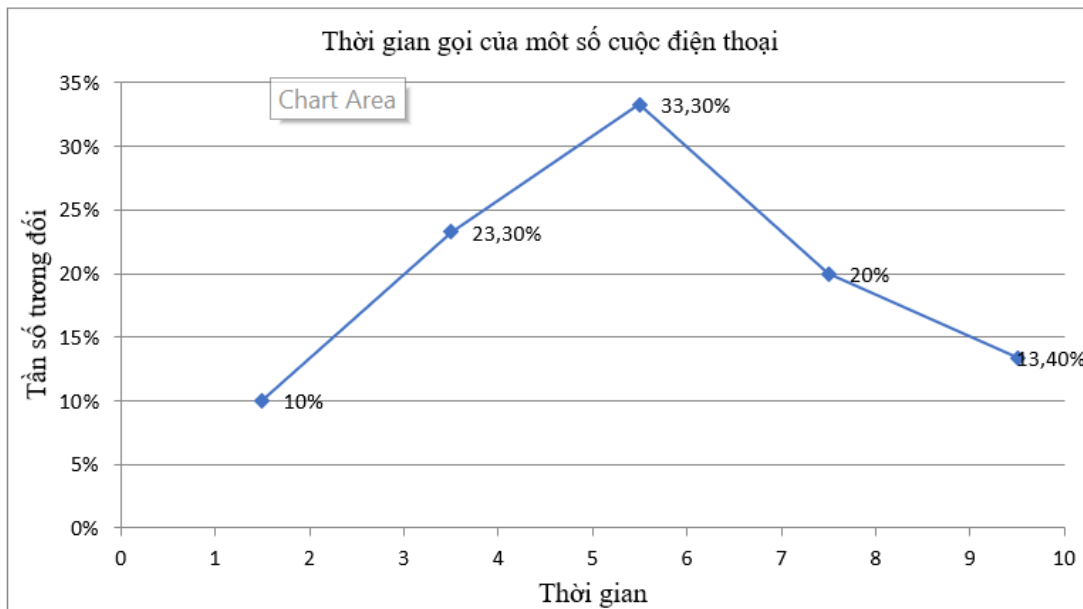
Thời gian (phút)	[0,5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Số cuộc gọi	6	14	20	12	8

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Thời gian	1,5	3,5	5,5	7,5	9,5
Tần số tương đối	10%	23,3%	33,3%	20%	13,4%



**Bài 16.** Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
<b>Cộng</b>	N = 100

- Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Lời giải**

a) Các nhóm [36; 38), [38; 40), [40; 42), [42; 44), [44; 46) có tần số tương đối lần lượt là:

$$f_1 = \frac{20 \cdot 100}{100} \% = 20\%$$

$$f_2 = \frac{15 \cdot 100}{100} \% = 15\%$$

$$f_3 = \frac{25 \cdot 100}{100} \% = 25\%$$

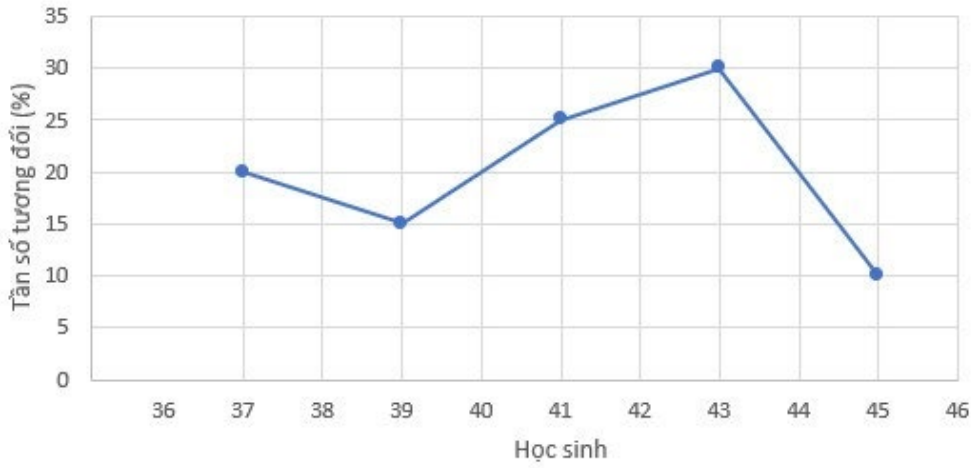
$$f_4 = \frac{30 \cdot 100}{100} \% = 30\%$$

$$f_5 = \frac{10 \cdot 100}{100} \% = 10\%$$

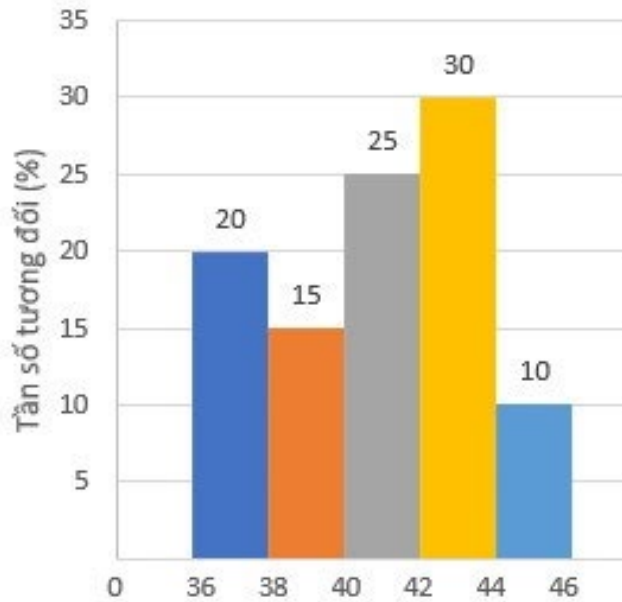
b)

Nhóm	Tần số tương đối (%)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10

c) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng

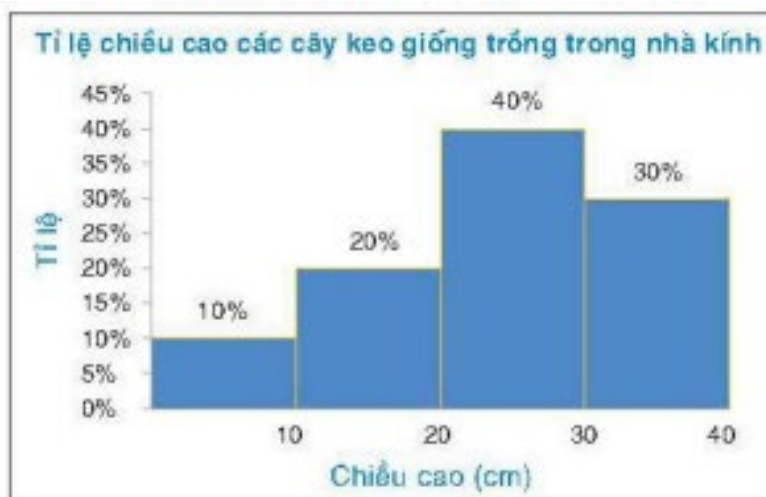


Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột



### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 17.** Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm hình bên dưới, cho biết tỉ lệ chiều cao của các cây keo giống do một kĩ sư lâm nghiệp đã trồng trong nhà kính.



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Lời giải**

Chiều cao(cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Tỉ lệ	10%	20%	40%	30%

**Bài 18.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10 ; 20)	[20 ; 30)	[30 ; 40)	[40 ; 50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

- a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Lời giải**

a) Các nhóm [10; 20), [20; 30), [30; 40), [40; 50) có tần số tương đối lần lượt là:

$$f_1 = \frac{8 \cdot 100}{60} \% = 13,33\%$$

$$f_2 = \frac{18 \cdot 100}{60} \% = 30\%$$

$$f_3 = \frac{24 \cdot 100}{60} \% = 40\%$$

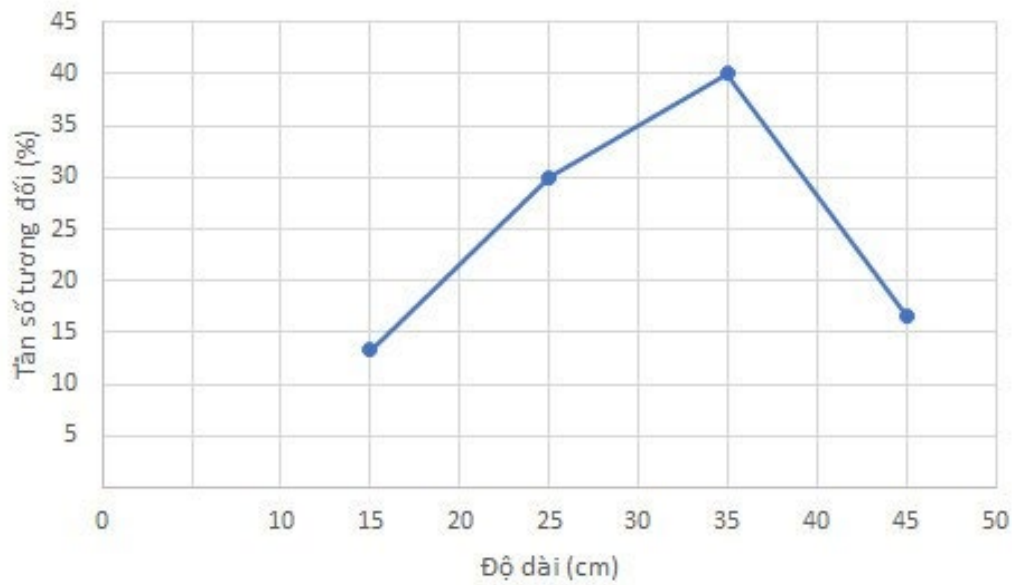
$$f_4 = \frac{10 \cdot 100}{60} \% = 16,67\%$$

b)

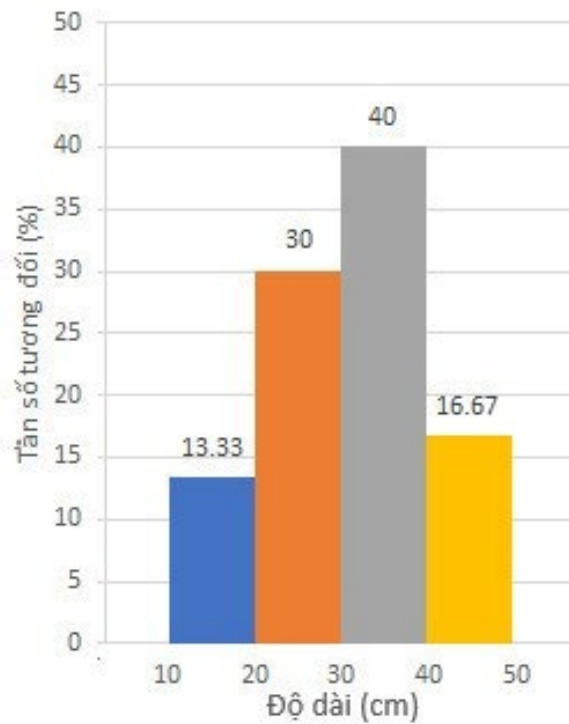
Nhóm	Tần số tương đối (%)
[10; 20)	13,33
[20; 30)	30
[30; 40)	40
[40; 50)	16,67

c) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng





Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột



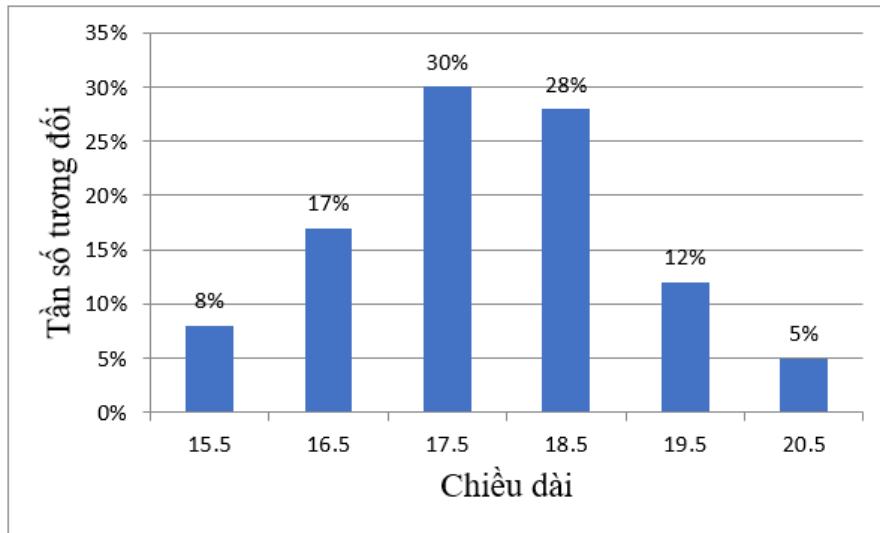
**Bài 19.** Người ta trồng cà rốt và thử nghiệm một loại phân bón mới. Khi thu hoạch người ta đo chiều dài các củ cà rốt thu được kết quả sau:

Chiều dài (cm)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)	[19; 20)	[20; 21)
Số củ cà rốt	8	17	30	28	12	5

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

Chiều dài(cm)	15,5	16,5	17,5	18,5	19,5	20,5
Tần số tương đối	8%	17%	30%	28%	12%	5%



**Bài 20.** Thời gian chờ mua vé xem bóng đá của một số cổ động viên được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số cổ động viên	15	38	50	27	20	10

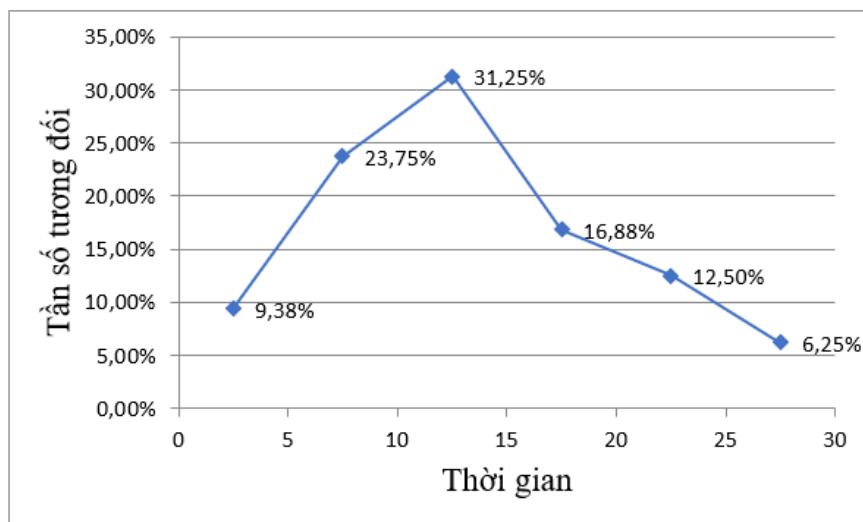
- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
- b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê thu được.

**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian (phút)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Tần số tương đối	9,375%	23,75%	31,25%	16,875%	12,5%	6,25%

b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm:



**Bài 21.** Kỹ sư lâm nghiệp trên cũng trồng một số cây keo giống khác ngoài trời thu được kết quả như sau:

Chiều cao(cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số cây	5	9	4	2

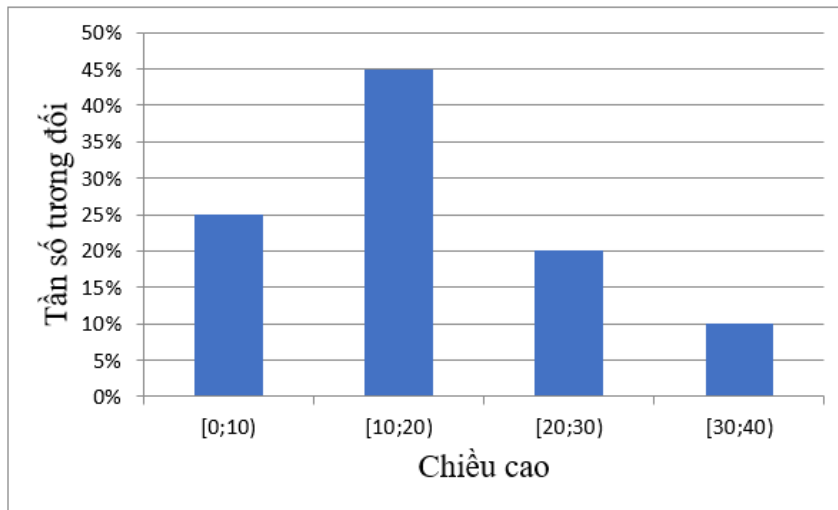
Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

a)

Chiều cao(cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Tần số tương đối	25%	45%	20%	10%

\*Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm



**Bài 22.** Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Huy	Minh	An	Thảo
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

a) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bằng tần số tương đối trên.

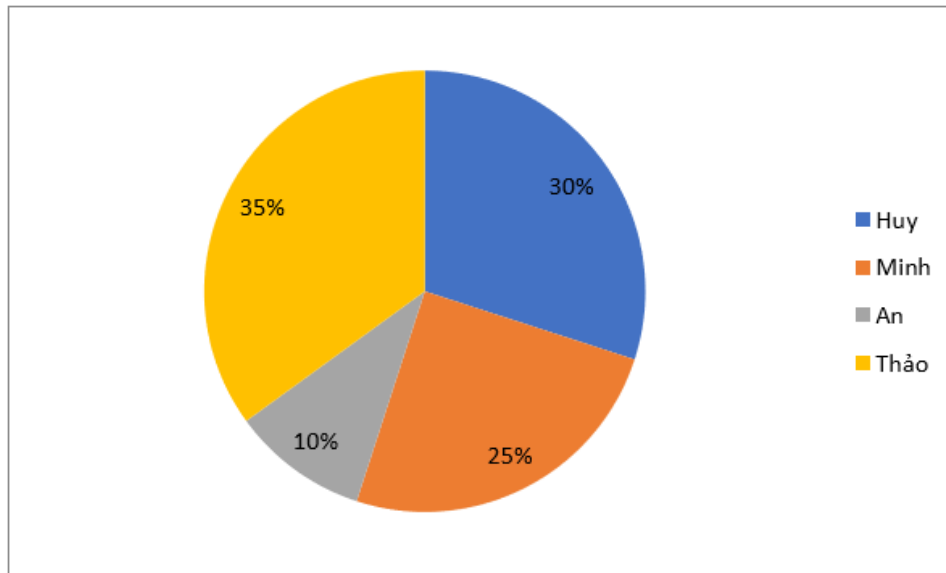
b) Lập bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

**Lời giải**

a) Ta có bảng tần số tương đối:

Cầu thủ	Huy	Minh	An	Thảo
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

\*Biểu đồ hình quạt tròn thể hiện số học sinh chọn cho giải bóng đá của trường:



b) Ta có bảng tần số:

Cầu thủ	Huy	Minh	An	Thảo
Tần số	150	125	50	175

**Bài 23.** Qua đợt khám mắt, lớp 9A có 20 học sinh bị cận thị trong đó có 10 học sinh cận thị nhẹ, 8 học sinh cận thị vừa và 2 học sinh cận thị nặng. Biết rằng cận thị có số đo từ 0,25 đến dưới 3,25 dioptrơ là cận thị nhẹ; từ 3,25 đến dưới 6,25 dioptrơ là cận thị vừa; từ 6,25 đến dưới 10,25 dioptrơ là cận thị nặng.

a) Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối ghép nhóm theo độ cận thị của các học sinh này.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng tần số tương đối ghép nhóm thu được ở câu a.

**Lời giải**

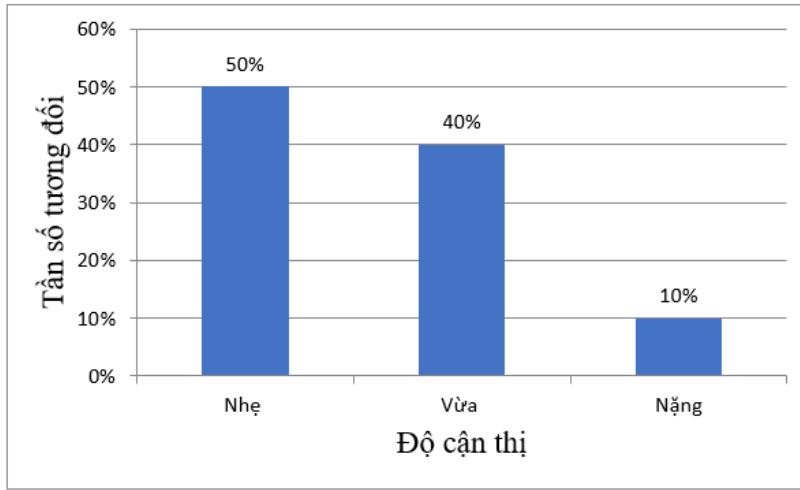
a) Ta có bảng tần số:

Độ cận thị	Nhẹ	Vừa	Nặng
Số học sinh	10	8	2

Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Độ cận thị	Nhẹ	Vừa	Nặng
Tần số tương đối	50%	40%	10%

b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng:



**Bài 24.** Lương của các công nhân một nhà máy được cho trong bảng sau:

Lương (triệu đồng)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số công nhân	20	50	70	40	20

- a) Nêu các nhóm số liệu và tần số. Giải thích ý nghĩa cho một nhóm số liệu và tần số của nó.  
 b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

a)

- Từ 5 đến dưới 7 triệu đồng: 20 công nhân.
- Từ 7 đến dưới 9 triệu đồng: 50 công nhân.
- Từ 9 đến dưới 11 triệu đồng: 70 công nhân.
- Từ 11 đến dưới 13 triệu đồng: 40 công nhân.
- Từ 13 đến dưới 15 triệu đồng: 20 công nhân.

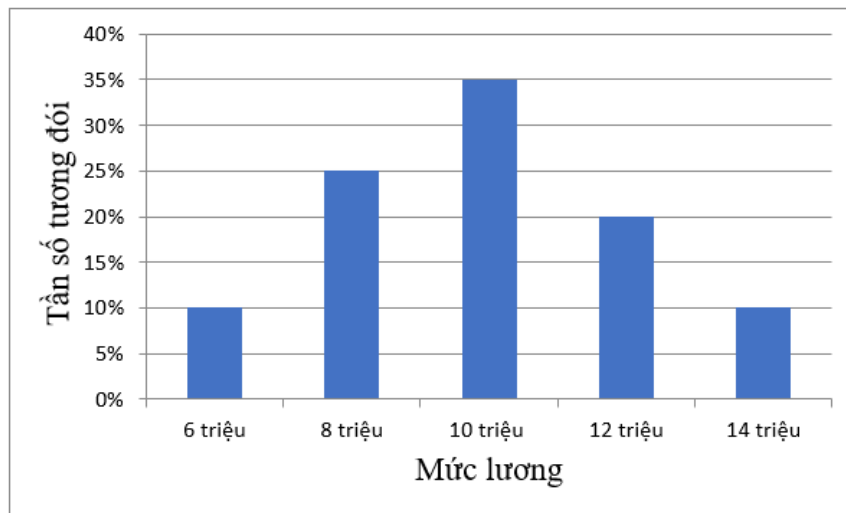
b) Tổng số công nhân là  $20+50+70+40+20=200$

Tỉ lệ số công nhân nhận được mức lương [5;7) ;[7;9); [9;11); [11;13); [13;15) lần lượt là: 10%; 25%; 35%; 20%; 10%.

Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Lương (triệu đồng)	6	8	10	12	14
Tần số tương đối	10%	25%	35%	20%	10%

\*Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm:



**Bài 25.** Biểu đồ cột bên mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.



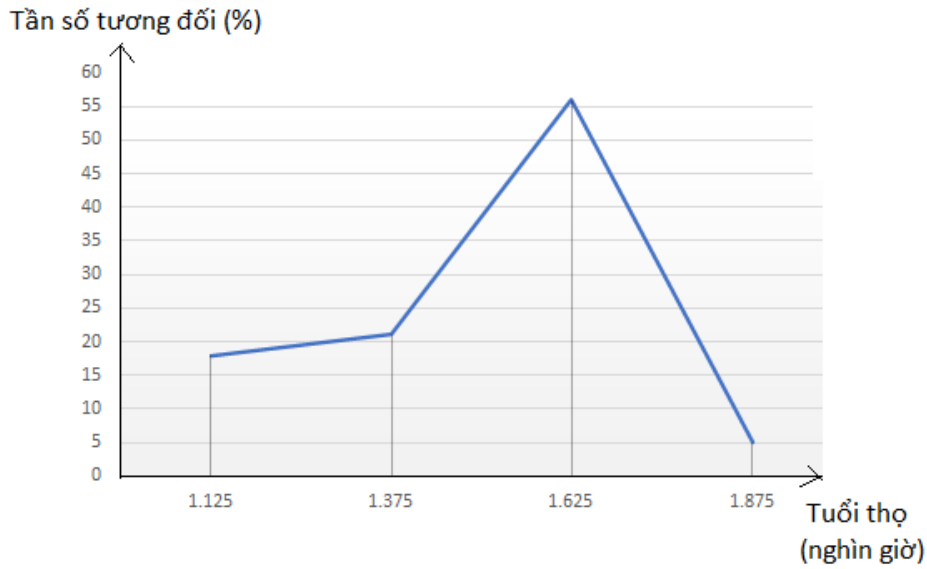
- a) Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ bên.
- b) Một bóng đèn được cho là thuộc loại I nếu có tuổi thọ từ 1500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại I trong số các bóng đèn được thống kê?
- c) Hãy vẽ đồ thị tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ bên.

**Lời giải**

a) Bảng tần số:

Tuổi thọ (X) (nghìn giờ)	[1; 1,25)	[1,25; 1,5)	[1,5; 1,75)	[1,75; 2)
Tần số	18	21	56	5

- b) Có  $56 + 5 = 61$  bóng đèn thuộc loại I.
- c)



Tần số tương đối của số bóng đèn theo tuổi thọ

**Bài 26.** Bảng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: kg) của một số trẻ sơ sinh ở một khu vực.

Cân nặng (X) (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Số trẻ sơ sinh	3	7	5	3	2

a) Hãy lập bảng tần tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

b) Hãy vẽ đồ thị tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu số liệu trên.

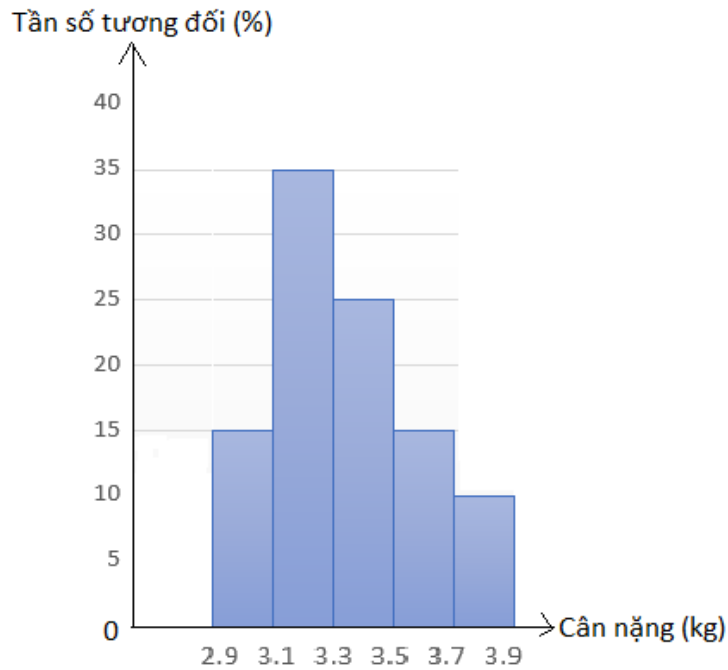
**Lời giải**

a) Bảng tần tương đối ghép nhóm

Cân nặng (X) (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Tần số tương đối	15%	35%	25%	15%	10%

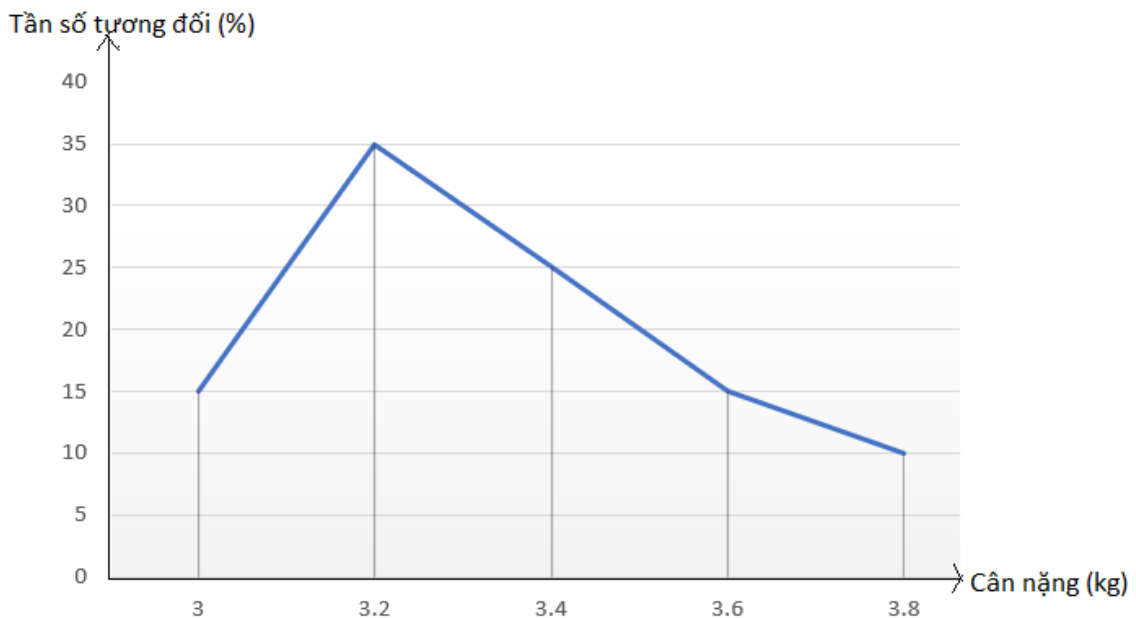
b)

• Biểu đồ cột:



Tần số tương đối của số trẻ sơ sinh theo cân nặng

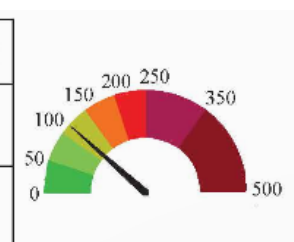
• Biểu đồ đoạn thẳng:



Tần số tương đối của số trẻ sơ sinh theo cân nặng

**Bài 27.** Hai bạn Hà và Hồng thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng 9/2022 ở bảng sau:

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	12	8	6	4
Tại nơi ở của Hồng	16	6	5	3



a) Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Hà và tại nơi ở của bạn Hồng.



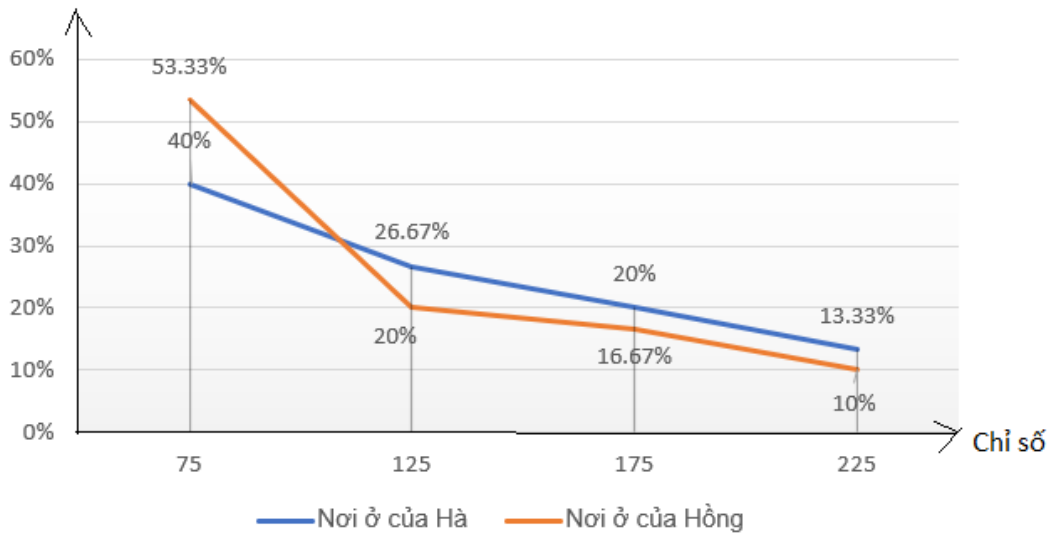
b) Chỉ số AQI từ 150 trở lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

**Lời giải**

a)

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	40%	26,67%	20%	13,33%
Tại nơi ở của Hồng	53,33%	20%	16,67%	10%

Tần số tương đối (%)



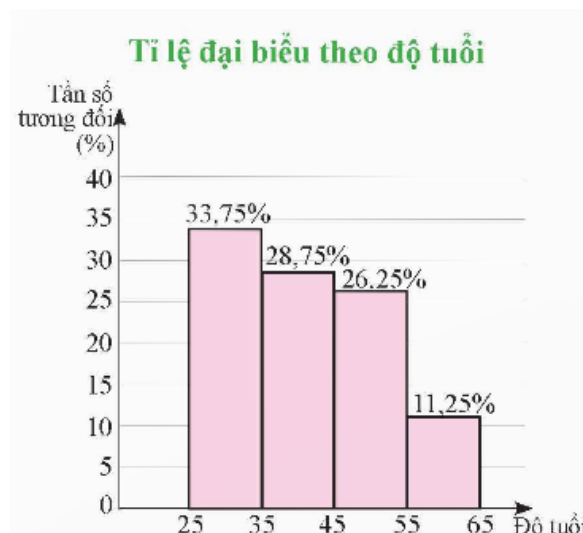
Tần số tương đối của chỉ số chất lượng không khí

b)

- Tại nơi ở của Hà có  $6 + 4 = 10$  ngày, chiếm  $\frac{10}{30} \cdot 100\% = 33,33\%$ .

- Tại nơi ở của Hồng có  $5 + 3 = 8$  ngày, chiếm  $\frac{8}{30} \cdot 100\% = 26,67\%$ .

**Bài 28.** Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến dưới 35 tuổi.



a) Có bao nhiêu đại biểu dự hội nghị?

b) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

c) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

**Lời giải**

a) Có  $54 : 33,75\% = 160$  đại biểu tham dự hội nghị

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Độ tuổi (m)	[25; 35)	[35; 45)	[45; 55)	[55; 65)
Tần số	54	46	42	18

c) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng vì số đại biểu dưới 45 tuổi tham dự là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

**Bài 29.** Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

a) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

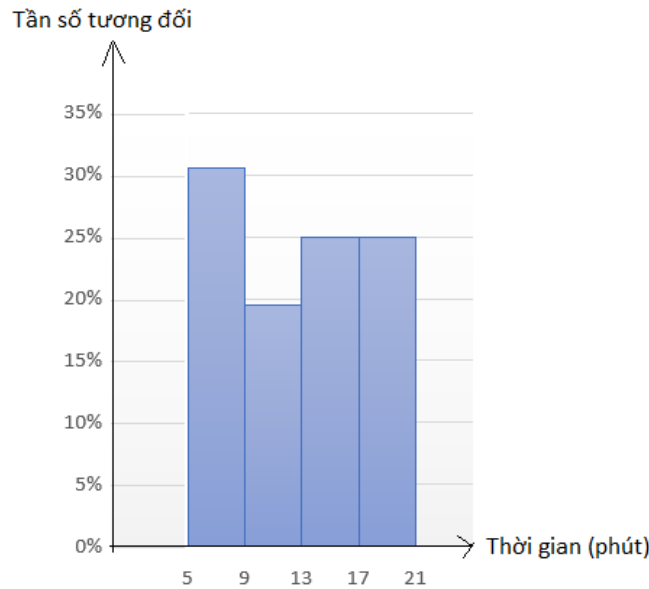
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

**Lời giải**

a)

Độ tuổi (phút)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số	54	46	42	18
Tần số tương đối	30,56%	19,44%	25%	25%

b) Biểu đồ dạng cột:



Tần số tương đối của các bạn học sinh theo thời gian

Biểu đồ dạng đoạn thẳng: Học sinh tự vẽ

**Bài 30.** Một bác lái xe muốn ghi lại tổng độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình lái mỗi ngày trong vòng 1 tháng.

a) Hỏi bác lái xe có thể thu thập số liệu bằng cách nào?

b) Dưới đây là số liệu bác lái xe đã ghi lại được.

23,9	192,7	137,8	125,3	147,5	102,8	105,9	60,1	186,7	129,5
31,6	168,4	97,4	144,7	129	197,3	113,7	10,2	110,3	86,4
77,9	38,6	124,7	199,8	22,8	96,9	30,7	85,1	188,1	122,5

Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, nhóm thứ nhất là từ 10 km đến dưới 50 km và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm.

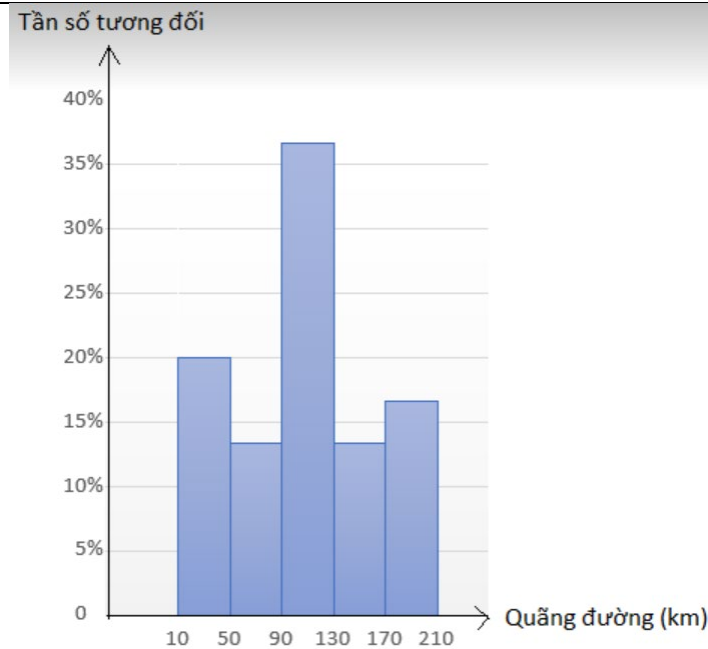
**Lời giải**

a) Bác lái xe có thể thu thập số liệu bằng cách dùng điện thoại di động đo quãng đường mà bác đi được thông qua các ứng dụng chỉ đường.

b) Bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm:

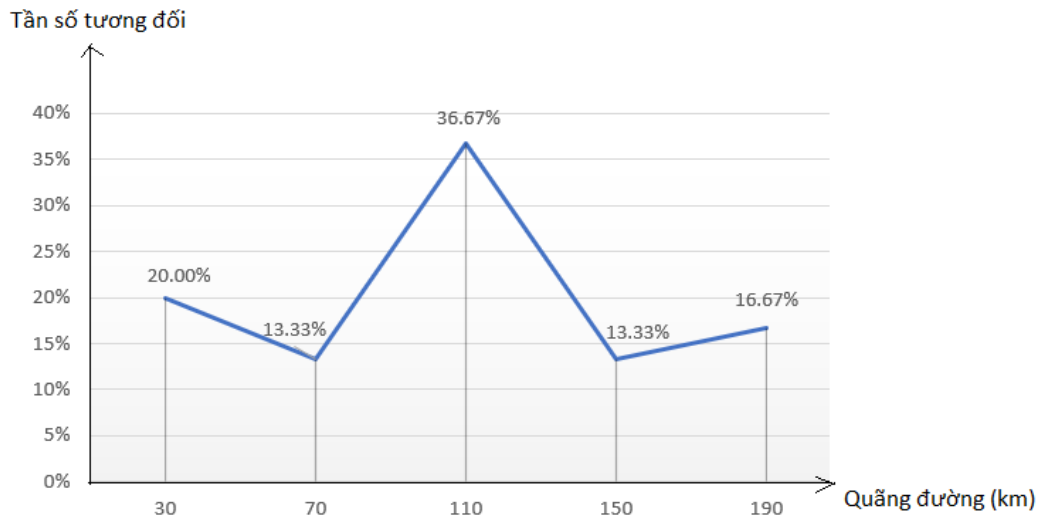
Quãng đường (X) (km)	[10; 50)	[50; 90)	[90; 130)	[130; 170)	[170; 210)
Tần số	6	4	11	4	5
Tần số tương đối	20%	13,33%	36,67%	13,33%	16,67%

Biểu đồ cột:



Tần số tương đối phụ thuộc vào quãng đường

Biểu đồ đoạn thẳng:



Tần số tương đối phụ thuộc vào quãng đường

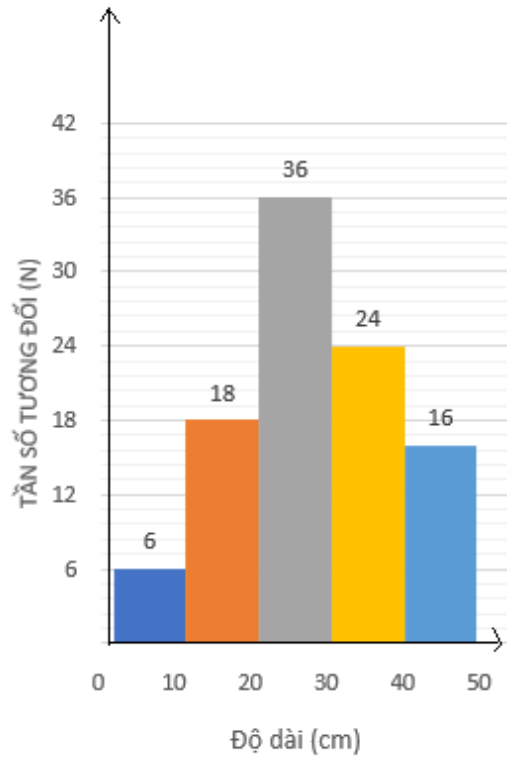
**Bài 31.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 50 cây con ở vườn thí nghiệm, người ta nhận được bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	Cộng
Tần số tương đối (%)	6	18	36	24	16	100

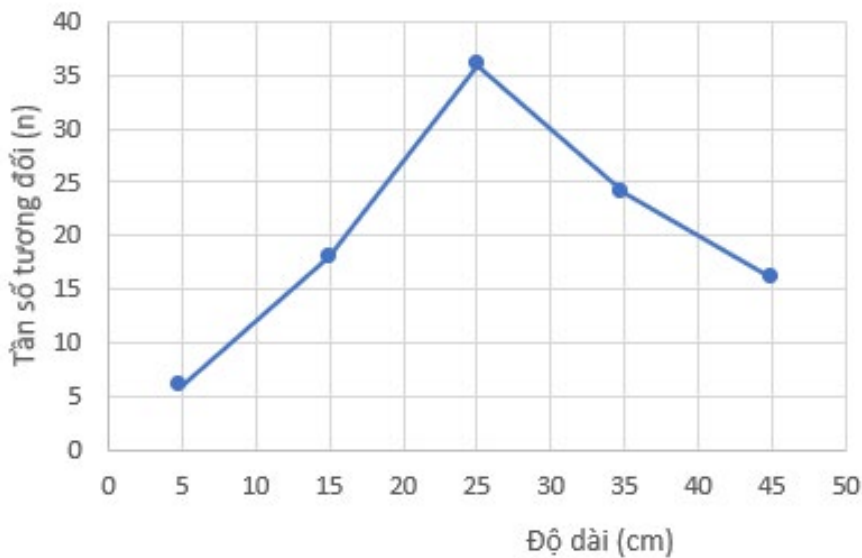
Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên.

**Lời giải**

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột có dạng:



Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng có dạng:



**Bài 32.** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại độ dài quãng đường đi chuyển trong một tuần (đơn vị: kilômét) của 60 chiếc ô tô:

100	105	115	116	130	135	138	132	135	120	118	118	121	124	128
125	128	120	124	140	140	146	145	142	142	135	135	142	144	151
145	148	150	150	159	155	151	156	155	151	157	155	159	151	155
154	152	153	160	162	175	176	165	188	198	175	178	172	170	195

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:

[100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200).

a) Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

b) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Lời giải**

a) Các nhóm [100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200) lần lượt có tần số là:  $n_1 = 6$ ,  $n_2 = 15$ ,  $n_3 = 27$ ,  $n_4 = 9$ ,  $n_5 = 3$ .

Bảng tần số ghép nhóm:

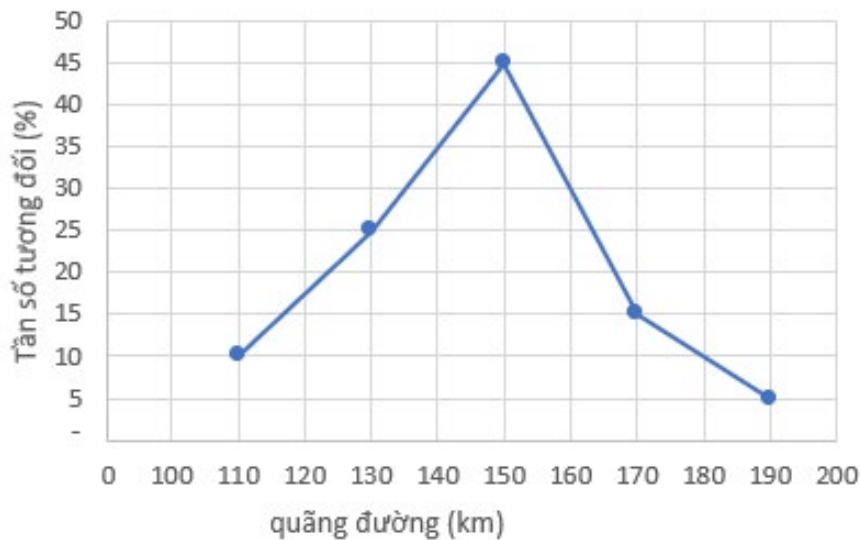
Nhóm	[100;120)	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200)
Tần số (n)	6	15	27	9	3

b) Các nhóm [100 ; 120), [120 ; 140), [140 ; 160), [160 ; 180), [180 ; 200) lần lượt có tần số tương đối là:

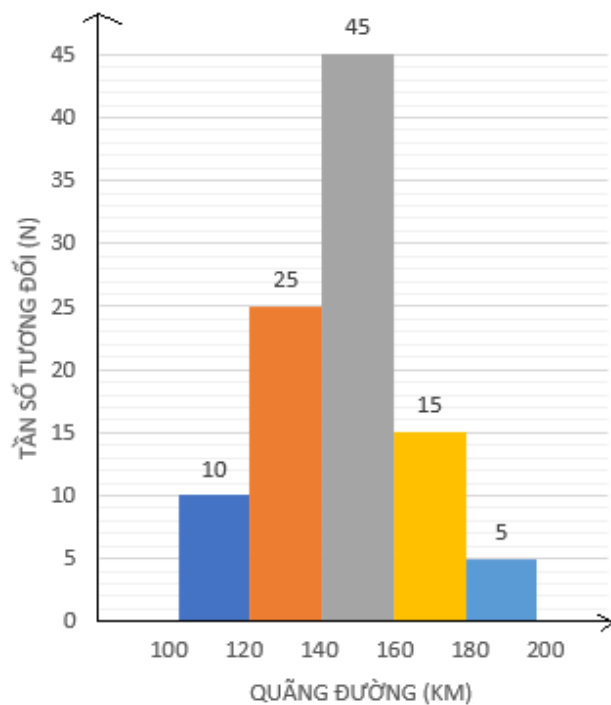
Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Nhóm	[100;120)	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200)
Tần số tương đối (%)	10	25	45	15	5

Biểu đồ dạng đường thẳng:



Biểu đồ dạng cột:



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP**

**Câu 1.** Gieo một con xúc xắc 50 lần cho kết quả như sau:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Tần số	8	7	?	8	6	11

a) Tần số xuất hiện của mặt 3 chấm là

- A. 9                                      **B. 10**                                      C. 11                                      D. 12

b) Tần số tương đối xuất hiện của mặt 5 chấm là:

- A. 6%                                      **B. 8%**                                      **C. 12%**                                      D. 14%

c) Để biểu diễn bảng thống kê trên, không thể chọn loại biểu đồ nào sau đây?

- A. Biểu đồ tranh.**                                      B. Biểu đồ tần số dạng cột.  
C. Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng.                                      D. Biểu đồ cột kép.

**Lời giải**

- a) Chọn đáp án B  
b) Chọn đáp án C  
c) Chọn đáp án A

**Câu 2.** Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm về thời gian đi từ nhà đến trường học của học sinh lớp 9A như sau:

Thời gian đến trường (phút)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)
Tần số tương đối	20%	55%	25%

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, ta dùng giá trị nào đại diện cho nhóm số liệu [10;20)?

- A. 10                                      **B. 15**                                      C. 20                                      D. 30

**Lời giải**

Chọn đáp án B

**Câu 3.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm là 100. Kết quả thống kê như sau:

50 60 62 64 71 73 70 70 70 75  
75 52 55 69 80 75 75 78 79 73  
55 72 71 85 82 90 78 78 75 75  
65 85 87 77 81 79 99 75 70 72

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau: [50; 60), [60; 70), [80; 90), [90; 100).

a) Tần số ghép nhóm của nhóm [70; 80) là:

- A. 20                                      **B. 21**                                      C. 22                                      **D. 23**

b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [50; 60) là:

- A. 10%**                                      **B. 12,5%**                                      C. 5%                                      D. 15%



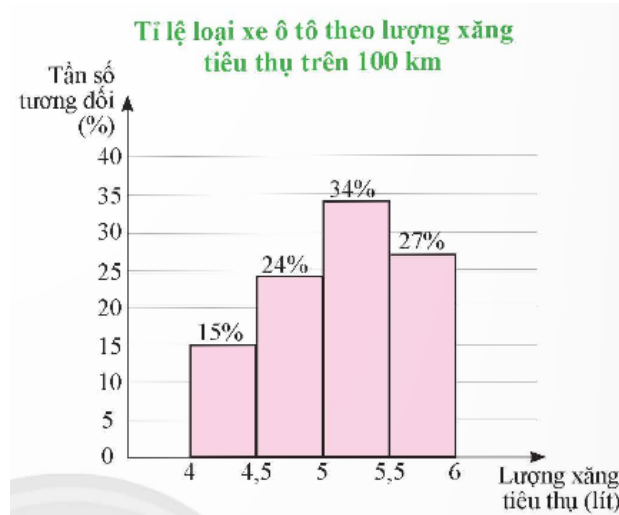
**Lời giải**

a) Chọn đáp án D vì ta đếm được số giá trị nằm trong khoảng từ 70 đến 79 là có 23 giá trị.

b) Chọn đáp án A vì ta đếm được số giá trị nằm trong khoảng từ 50 đến 59 là có 4 giá trị.

Tần số tương đối ghép nhóm là  $\frac{4}{40} \cdot 100\% = 10\%$ .

**Câu 4.** Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát 100 chiếc xe được biểu diễn trong hình bên.



a) Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là

- A. 24%.                      **B. 39%.**                      C. 61%.                      D. 76%.

b) Khoảng tiêu thụ xăng phổ biến nhất là

- A. Từ 4 đến dưới 4,5 lít.                      B. Từ 4,5 đến dưới 5 lít.  
**C. Từ 5 đến dưới 5,5 lít.**                      D. Từ 5,5 đến dưới 6 lít.

c) Trong tất cả những chiếc xe được khảo sát, có bao nhiêu chiếc xe tiêu thụ hết từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng khi đi trên quãng đường 100 km?

- A. 34.**                      B. 27.                      C. 15.                      D. 24.

**Lời giải**

a) **Chọn B**

vì tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là:  $15\% + 24\% = 39\%$ .

b) **Chọn C**

vì lượng tiêu thụ ở khoảng này chiếm tỉ lệ cao nhất.

c) **Chọn A**

vì số xe cần tìm là:  $100 \cdot 34\% = 34$  (xe).

**Câu 5.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian sử dụng pin (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8)
Tần số	2	4	7	6

- a) Cỡ mẫu của cuộc khảo sát là  
 A. 18.                      **B. 19.**                      C. 20.                      D. 22.
- b) Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến dưới 7,8 giờ là  
**A. 11.**                      B. 12.                      C. 13.                      D. 14.
- c) Tỷ lệ máy tính có thời gian sử dụng từ 7,6 giờ trở lên là  
 A. 27,7%.                      **B. 68,42%.**                      C. 33,3%                      D. 72,3%.

**Lời giải**

- a) **Chọn B**  
 vì có  $2 + 4 + 7 + 6 = 19$  giá trị.
- b) **Chọn A**  
 vì số máy cần tìm là  $4 + 7 = 11$ .
- c) **Chọn B**  
 vì tỷ lệ cần tìm là:  $\frac{7+6}{19} \cdot 100\% = 68,42\%$

**Câu 6.** Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

Cự li (m)	[20; 20,2)	[20,2; 20,4)	[20,4; 20,6)	[20,6; 20,8)	[20,8; 21)	[21; 21,2)
Tần số trước đợt tập huấn	3	5	5	2	1	0
Tần số sau đợt tập huấn	1	2	4	5	3	1

- a) Tần số tương đối của vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là  
 A. 18,75%.                      B. 25%.                      C. 31,25%.                      **D. 50%.**
- b) Tần số tương đối của vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là  
 A. 20%.                      **B. 25%.**                      C. 30%.                      D. 35%.
- c) Tần số tương đối của vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm  
**A. 18,75%.**                      B. 30,5%.                      C. 35%.                      D. 37,5%.
- d) Tần số tương đối của vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi  
**A. 12,5%.**                      B. 15,5%.                      C. 35%.                      D. 37,5%.

**Lời giải**

- a) Chọn D

vì tần số tương đối cần tìm là:  $\frac{3+5}{3+5+5+2+1} \cdot 100\% = 50\%$

b) Chọn B

vì tần số tương đối cần tìm là:  $\frac{3+1}{1+2+4+5+3+1} \cdot 100\% = 25\%$  .

c) Chọn A

vì tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở nên trước khi tập huấn là:  $\frac{1+0}{3+5+5+2+1+0} \cdot 100\% = 6,25\%$  so với sau tập huấn tăng  $25\% - 6,25\% = 18,75\%$ .

d) Chọn A

vì sau tập huấn, số vận động viên ném dưới 20,2 m giảm  $3 - 1 = 2$  vận động viên, chiếm  $\frac{2}{16} \cdot 100\% = 12,5\%$