

Mục lục

4	Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai	3
1	Hàm số $y = ax^2$, ($a \neq 0$)	3
	A Kiến thức trọng tâm	3
	B Dạng bài tập cơ bản	4
	<i>⇒ Dạng 1. Tính giá trị của hàm số</i>	4
	<i>⇒ Dạng 2. Tính chất đồng biến, nghịch biến</i>	4
	<i>⇒ Dạng 3. Các bài toán thực tế</i>	5
	<i>⇒ Dạng 4. Đồ thị hàm số $y = ax^2$</i>	6
2	Phương trình bậc hai một ẩn	7
	A Kiến thức trọng tâm	7
	B Các dạng bài tập cơ bản	8
	<i>⇒ Dạng 1. Giải phương trình bậc hai</i>	8
	<i>⇒ Dạng 2. Điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai</i>	9
	<i>⇒ Dạng 3. Sự tương giao của hai đồ thị</i>	11
	<i>⇒ Dạng 4. Các bài toán nâng cao khác</i>	12
3	Hệ thức Vi-ét và ứng dụng	14
	A Kiến thức trọng tâm	14
	B Các dạng bài tập cơ bản	14
	<i>⇒ Dạng 1. Tìm giá trị của biểu thức nghiệm đối xứng</i>	14
	<i>⇒ Dạng 2. Tìm hai số biết tổng và tích của chúng</i>	16
	<i>⇒ Dạng 3. Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m</i>	17
	<i>⇒ Dạng 4. Xét dấu các nghiệm</i>	18
4	Phương trình quy về phương trình bậc hai	19
	A Kiến thức trọng tâm	19
	B Các dạng bài tập cơ bản	19
	<i>⇒ Dạng 1. Phương trình trùng phương, phương trình chứa ẩn ở mẫu và phương trình tích</i>	19
	<i>⇒ Dạng 2. Phương trình trị tuyệt đối và phương trình căn</i>	20
	<i>⇒ Dạng 3. Phương pháp đặt ẩn phụ và cách khác</i>	21

5	Giải bài toán bằng cách lập phương trình	21
A	Kiến thức trọng tâm	21
B	Các dạng bài tập cơ bản	21
	↳ Dạng 1. Bài toán chuyển động	21
	↳ Dạng 2. Bài toán về số và chữ số	22
	↳ Dạng 3. Bài toán vòi nước	23
	↳ Dạng 4. Bài toán có nội dung hình học	23
	↳ Dạng 5. Bài toán về phần trăm - năng suất	23



Thầy NGUYỄN NGỌC DŨNG - THPT TẠ QUANG BỬU

Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai

Chủ đề 1: Hàm số $y = ax^2$, ($a \neq 0$)

A Kiến thức trọng tâm

1 Hàm số $y = ax^2$, ($a \neq 0$)

- Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .
- Tính chất biên thiên của hàm số:
 - Nếu $a > 0$ thì hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$.
 - Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

2 Đồ thị hàm số $y = ax^2$, ($a \neq 0$)

Đồ thị của hàm số $y = ax^2$, với $a \neq 0$ là một đường Parabol:

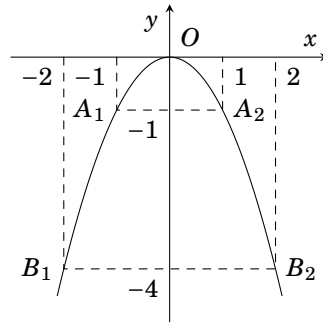
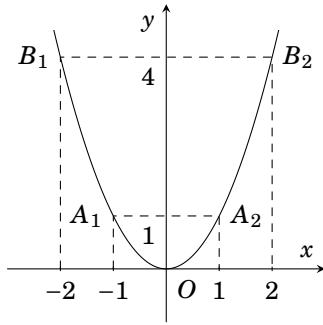
- Có đỉnh là gốc tọa độ $O(0;0)$.
- Có trục đối xứng là Oy .
- Nếu $a > 0$, đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành và nhận điểm O là điểm “thấp nhất”.
- Nếu $a < 0$, đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành và nhận điểm O là điểm “cao nhất”.

3 Cách vẽ đồ thị

Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$, $a \neq 0$ ta đi lấy 5 điểm:

- Điểm $O(0;0)$.
- Cặp điểm A_1, A_2 có hoành độ đối xứng qua O .
- Cặp điểm B_1, B_2 có hoành độ đối xứng qua O .

Nối các điểm B_1, B_2, O, A_1, A_2 theo đường cong ta nhận được đồ thị của hàm số



B Dạng bài tập cơ bản

Dạng 1: Tính giá trị của hàm số

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

- a) Hãy lập bảng tính các giá trị $f(-4), f(-2), f(0), f(2), f(4)$.
- b) Tìm x biết $f(x) = 1, f(x) = 2 - \sqrt{3}$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho hàm số $y = 2x^2$

- a) Hãy lập bảng tính các giá trị $f(-5), f(-3), f(0), f(3), f(5)$.
- b) Tìm x biết $f(x) = 8, f(x) = 6 - 4\sqrt{2}$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^2$.

- a) Tính $f(-3), f(-1), f(0), f(1), f(3), f\left(\frac{3}{2}\right), f\left(\frac{1}{3}\right)$.
- b) Tìm các giá trị của x , biết rằng $y = \frac{1}{27}$. Cũng câu hỏi tương tự với $y = 5$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2$. Biết $x = -2$ thì $y = -\frac{4}{3}$

- a) Tìm hệ số a .
- b) Tính $f(-1,5), f(0,5)$.

Dạng 2: Tính chất đồng biến, nghịch biến

Tính chất biến thiên của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$):

- Nếu $a > 0$ thì hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$.
- Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Hãy nêu tính chất biến thiên của các hàm số sau:

- a) $y = 8x^2$.
- b) $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = (2m - 4)x^2$ với $a = 2m - 4 \neq 0$. Tìm giá trị của m để

- a) Hàm số nghịch biến.
- b) Có giá trị $y = 9$ khi $x = 3$.

- c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất là 0. d) Hàm số có giá trị lớn nhất là 0.

🔗🔗🔗BÀI TẬP VẬN DỤNG🔗🔗🔗

🔗 Bài 1. Hãy nêu tính chất biến thiên của các hàm số sau

- a) $y = 3x^2$. b) $y = -\frac{9}{2}x^2$.
c) $y = (4 - 2\sqrt{3})x^2$. d) $y = (m^2 + 1)x^2$.
e) $y = (m - 1)x^2$.

🔗 Bài 2. Cho hàm số $y = (m^2 - 3m + 2)x^2$. Tìm giá trị m để

- a) Hàm số đồng biến với $x > 0$. b) Có giá trị $y = 8$ khi $x = 2$.
c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất là 0. d) Hàm số có giá trị lớn nhất là 0.

🔗 Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2$. Biết rằng khi $x = 5$ thì $y = \frac{75}{2}$.

- a) Tính giá trị của y khi $x = -3$.
b) Tìm các giá trị của x khi $y = 15$.
c) Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của y khi x biến đổi thỏa mãn điều kiện $-4 \leq x \leq 2$.

 Dạng 3: Các bài toán thực tế

- Xác định kỹ xem từng biến trong công thức (hàm số) có ý nghĩa gì.
- Trả lời câu hỏi của bài toán.

🔗🔗🔗VÍ DỤ MINH HỌA🔗🔗🔗

🔗 Ví dụ 1. Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 100 m. Quãng đường vật chuyển động s (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức $S = 4t^2$.

- a) Sau 1 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự sau 2 giây?
b) Hỏi sau bao lâu vật này tiếp đất?

🔗 Ví dụ 2. Lực F của gió khi thổi vuông góc với cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương của vận tốc v của gió, tức là $F = av^2$ (a là hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 2 m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120 N.

- a) Tính hằng số a .
b) Hỏi khi $v = 10$ m/s thì lực F bằng bao nhiêu? Cùng câu hỏi khi $v = 20$ m/s?
c) Biết rằng cánh buồm đó chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12000 N, hỏi con thuyền có thể đi trong gió bão với vận tốc gió 90 km/h hay không?

Dạng 4: Đồ thị hàm số $y = ax^2$

- a) Các bước vẽ đồ thị hàm số
- Lập bảng giá trị, lấy 5 điểm.
 - Nối 5 điểm lại, ta được đồ thị là đường Parabol.
- b) Lưu ý quan trọng:
- Một điểm thuộc đồ thị khi và chỉ khi **tọa độ** của nó **thỏa công thức** của đồ thị đó.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

- a) Vẽ đồ thị hàm số.
 b) Các điểm $A(0;0)$, $B(2;1)$, $C\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{16}\right)$, $D(3;4)$ có thuộc đồ thị hàm số không?

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^2$

- a) Vẽ đồ thị của hàm số đó.
 b) Tính các giá trị $f(-8)$, $f(-1,3)$, $f(-0,75)$, $f(1,5)$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = -0,75x^2$. Vẽ đồ thị của hàm số, từ đó hãy cho biết x tăng từ -2 đến 4 thì giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của y là bao nhiêu?

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = (m - 1)x^2$

- a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; -1)$. Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.
 b) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có hoành độ bằng 5 .
 c) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có tung độ bằng -4 .
 d) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có tung độ gấp đôi hoành độ.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2$.

- a) Vẽ đồ thị của hàm số.
 b) Những điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số đã cho:
 $A(5; 10)$, $B(-2; 4)$, $C(11; 100)$, $D\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, $E(2\sqrt{3}; 12)$?
 c) Tìm GTLN và GTNN của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2$. Biết rằng điểm $A(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số

- a) Xác định hệ số a .
 b) Điểm $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ có thuộc đồ thị của hàm số đã cho hay không?
 c) Vẽ đồ thị hàm số đã cho.
 d) Tìm GTLN và GTNN của hàm số trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = -2x^2$

- a) Tính $f(1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

- b) Vẽ đồ thị hàm số.
- c) Tìm các điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 4.
- d) Chứng minh rằng hàm số có giá trị lớn nhất là 0.

🔗 Bài 4. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^2$

- a) Vẽ đồ thị hàm số.
- b) Các điểm $A(0;0)$, $B(3;6)$, $C\left(1; \frac{3}{2}\right)$, $D(3;1)$ có thuộc đồ thị hàm số không?

🔗 Bài 5. Cho hàm số $y = -125x^2$

- a) Khảo sát tính đơn điệu của hàm số.
- b) Tìm giá trị của m, n để các điểm $A(1; m)$ và $B(n; 125)$ thuộc đồ thị hàm số trên.

🔗 Bài 6. Cho hàm số $y = (m + 1)x^2$

- a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;2)$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.
- c) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có hoành độ bằng -2 .
- d) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có tung độ bằng -8 .
- e) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có tung độ gấp ba lần hoành độ.

🔗 Bài 7. Cho hàm số $y = (2m - 1)x^2$

- a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;2)$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.
- c) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có hoành độ bằng 5.
- d) Tìm điểm thuộc parabol nói trên có tung độ bằng -7 .

🔗 Bài 8. a) Vẽ $(P): y = x^2$.

- b) Biết các điểm $A, B \in (P)$ và lần lượt có hoành độ bằng 1 và $-\frac{3}{2}$. Tính tung độ của chúng.
- c) Viết phương trình đường thẳng AB .
- d) Viết phương trình đường thẳng (D) song song với AB cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

➡ Chủ đề 2: Phương trình bậc hai một ẩn

A Kiến thức trọng tâm

1 Phương trình bậc hai một ẩn

Phương trình bậc hai một ẩn (nói gọn là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

trong đó x là ẩn số, a, b, c là những số cho trước (hệ số) và $a \neq 0$.

2 Công thức nghiệm

Tính $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

3 Công thức nghiệm thu gọn

Nếu $b = 2b'$, đặt $\Delta' = b'^2 - ac$.

- Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

- Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$
- Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

B Các dạng bài tập cơ bản

Dạng 1: Giải phương trình bậc hai

Sử dụng công thức nghiệm hoặc công thức nghiệm thu gọn để giải phương trình bậc hai.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Không giải phương trình, hãy xác định các hệ số a, b, c , tính biệt thức Δ và xác định số nghiệm của mỗi phương trình sau:

a) $7x^2 - 2x + 3 = 0$.

b) $5x^2 + 2\sqrt{10}x + 2 = 0$.

c) $\frac{1}{2}x^2 + 7x + \frac{2}{3} = 0$.

d) $1,7x^2 - 1,2x - 2,1 = 0$.

Ví dụ 2. Giải phương trình $-6x^2 + 7x - 2 = 0$.

Ví dụ 3. Giải phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0$ theo nhiều cách.

Ví dụ 4. Giải các phương trình:

a) $\frac{4}{3}x^2 - 5x + 3 = 0$.

b) $\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{3}x - 12\sqrt{2} = 0$.

Ví dụ 5. Giải phương trình $\frac{1}{\sqrt{2}-1}x^2 + (\sqrt{2}-1)x - 2 = 0$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $4x^2 - 6x + 7 = 0$.

b) $9x^2 - 6x + 26 = 0$.

c) $x^2 + 4x - 12 = 0$.

d) $x^2 + 8x - 10 = 0$.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$.

b) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$.

c) $5x^2 - x + \frac{5}{49} = 0$.

d) $\frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{15} = 0$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = 0$.

b) $x^2 + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}x + \sqrt{6} = 0$.

c) $\sqrt{2}x^2 - 5x + 3\sqrt{2} = 0$.

d) $\sqrt{6}x^2 + 2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})x + 24 = 0$.

Dạng 2: Điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai

a) Tìm điều kiện của Δ (hoặc Δ') sao cho thỏa yêu cầu bài toán.

b) Một số trường hợp quan trọng:

- Phương trình có nghiệm hoặc vô nghiệm thì chia hai trường hợp $a = 0$ và $a \neq 0$ (nếu a chứa tham số).

- Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.

- Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.

- Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.

! Khi làm bài phải thật chú ý xem hệ số a có chứa tham số hay không.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m^2 - m - 1 = 0$.

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình có nghiệm.

Ví dụ 2. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m + 1)x + m + 2 = 0$.

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có nghiệm.

Ví dụ 3. Cho phương trình $x^2 + 2mx + 4m - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm kép và chỉ ra nghiệm kép đó.


Ví dụ 4. Cho phương trình: $(m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 1 = 0$.

a) Giải phương trình với $m = 2$.


b) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình có một nghiệm.


Ví dụ 5. Cho phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ (2). Tìm các giá trị của m để phương trình:

 **Bài 11.** Cho phương trình $mx^2 - (3m + 1)x + 3 = 0$.


- a) Giải phương trình với $m = 2$.
- b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có nghiệm.

 **Bài 12.** Cho phương trình $mx^2 + 2(m - 1)x - 2 = 0$.


- a) Giải phương trình với $m = \sqrt{3}$.
- b) Tìm m để phương trình có một nghiệm.

 **Bài 13.** Chứng minh rằng với mọi m phương trình sau luôn có nghiệm


$$mx^2 - (3m + 1)x + 2m + 2 = 0.$$

 **Bài 14.** Chứng minh rằng với mọi m phương trình sau luôn có nghiệm


$$m(m - 1)x^2 - (2m - 1)x + 1 = 0.$$

 **Bài 15.** Xác định hệ số a, b, c tính biệt thức Δ rồi tìm nghiệm của các phương trình sau:

- a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$;
- b) $x^2 + 10x + 38 = 0$;
- c) $3x^2 + 8x - 2 = 0$;
- d) $-4x^2 + 9x + 13 = 0$.

 **Bài 16.** Xác định các hệ số a, b, c rồi giải phương trình:

- a) $3x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$;
- b) $\sqrt{3}x^2 - (5 + \sqrt{3})x + 5 = 0$;
- c) $\sqrt{3}x^2 + 2(\sqrt{3} - 3)x - 6 + 4\sqrt{3} = 0$.

 **Bài 17.** Với giá trị nào của m thì phương trình

$$mx^2 - 4(m - 1)x + 4m + 8 = 0.$$

- a) Có nghiệm;
- b) Có nghiệm kép;
- c) Có đúng một nghiệm.

Dạng 3: Sự tương giao của hai đồ thị

- Nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm chính là hoành độ giao điểm của hai đồ thị.
- Một điểm thuộc đồ thị khi và chỉ khi tọa độ của nó thỏa công thức của đồ thị.

VÍ DỤ MINH HỌA

 **Ví dụ 1.**

- a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.
- b) Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính tọa độ hai điểm này khi $m = \frac{3}{2}$.

 **Ví dụ 2.**

- a) Vẽ (P) : $y = x^2$.
 b) Biết các điểm $A, B \in (P)$ và lần lượt có hoành độ bằng 1 và $-\frac{3}{2}$. Tính tung độ của chúng.
 c) Viết phương trình đường thẳng AB .
 d) Viết phương trình đường thẳng (D) song song với AB và cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

Ví dụ 3. Cho parabol (P) : $y = ax^2$ và đường thẳng d : $y = kx + 3$.

- a) Xác định các hệ số a và k , biết parabol và đường thẳng có một điểm chung là $A(3;18)$.
 b) Từ kết quả câu a) hãy tìm giao điểm thứ hai (nếu có) của (P) và d .

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x) = (m - 2)x^2$, ($m \neq 2$).

- a) Xác định m để hàm số nghịch biến $\forall x > 0$.
 b) Xác định m để hàm số đi qua điểm $M(-2; -4)$.
 c) Xác định m để đường thẳng $y = 2x + 1$.
 • Không cắt đồ thị hàm số;
 • Tiếp xúc với đồ thị của hàm số. Tìm tọa độ tiếp điểm.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng d : $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

- a) Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ.
 b) Gọi A, B là hai giao điểm của (P) và d . Tính diện tích tam giác OAB .

Bài 2. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là parabol (P) .

- a) Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm A và B thuộc (P) , biết $x_A = -2; x_B = 4$.
 b) Xác định tọa độ điểm $M \in (P)$, biết đường thẳng tiếp xúc với (P) tại M song song với đường thẳng AB .

Bài 3. Cho parabol (P) : $y = mx^2$ và đường thẳng d : $y = nx + 4$. Xác định m, n để (P) và d tiếp xúc nhau tại điểm có hoành độ $x = -2$.

Bài 4. Cho parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $y = mx + n$. Xác định các hệ số m, n để đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0)$ và tiếp xúc với parabol. Tìm tọa độ của tiếp điểm.

Dạng 4: Các bài toán nâng cao khác

Vận dụng linh hoạt các tính chất về dấu của đa thức, bất đẳng thức, ...

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho ba số dương a, b, c và phương trình

$$x^2 - 2x - \frac{a}{b+c} - \frac{b}{c+a} - \frac{c}{a+b} + \frac{5}{2} = 0.$$

Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm, từ đó xác định điều kiện của a, b, c để phương trình có nghiệm kép.

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hai phương trình:

$$x^2 - mx - 2 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - x + 6m = 0 \quad (2).$$

Tìm giá trị của m để phương trình (1) và phương trình (2) có ít nhất một nghiệm chung biết m là một số nguyên.

🔗 **Ví dụ 3.** Chứng minh rằng:

a) Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ cũng là nghiệm của phương trình $-ax^2 - bx - c = 0$.

b) Hai phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ và phương trình $ax^2 - bx + c = 0$ cùng có nghiệm hoặc cùng vô nghiệm.

🔗 **Ví dụ 4.** Cho hai phương trình:

$$x^2 + ax + b = 0,$$

$$x^2 + cx + d = 0.$$

Biết rằng $ac \geq 2(b + d)$. Chứng minh rằng ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm.

🔗 **Ví dụ 5.** Chứng minh rằng ít nhất một trong hai phương trình sau có hai nghiệm phân biệt.

$$x^2 + mx + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 4x + m = 0 \quad (2).$$

🔗 **Ví dụ 6.** Chứng minh rằng ít nhất một trong hai phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2x - 6m = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 4x + m^2 + 15 = 0 \quad (2).$$

🔗🔗🔗 BÀI TẬP VẬN DỤNG 🔗🔗🔗

🔗 **Bài 1.** Cho hai số dương a, b và phương trình $x^2 - 2x - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 3 = 0$. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm, từ đó xác định điều kiện của a, b để phương trình có nghiệm kép.

🔗 **Bài 2.** Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm:

$$x^2 - 2x - ab(a + b - 2c) - bc(b + c - 2a) - ca(c + a - 2b) + 1 = 0.$$

Khi đó, tìm điều kiện của a, b, c để phương trình có nghiệm kép.

🔗 **Bài 3.** Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh phương trình sau vô nghiệm

$$b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0.$$

Bài 4. Cho hai phương trình: $x^2 - mx + 2 = 0$ và $x^2 - 4x + m = 0$. Tìm m để hai phương trình có ít nhất một nghiệm chung.

Bài 5. Cho hai phương trình: $x^2 + x + a = 0$ và $x^2 + ax + 1 = 0$.

- Với giá trị nào của a thì hai phương trình có nghiệm chung?
- Với giá trị nào của a thì hai phương trình tương đương?

Chủ đề 3: Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

A Kiến thức trọng tâm

1 Hệ thức Vi-ét

Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Áp dụng

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$.
- Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $a \cdot c < 0$.

2 Tìm hai số khi biết tổng và tích

Nếu hai số có tổng là A và tích là P thì hai số đó là các nghiệm của phương trình

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

B Các dạng bài tập cơ bản

Dạng 1: Tìm giá trị của biểu thức nghiệm đối xứng

Cần nhớ các hằng đẳng thức sau

- $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2.$
- $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2.$
- $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2).$

VÍ DỤ MINH HỌA


Ví dụ 1. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích hai nghiệm của các phương trình (nếu có).

- $4x^2 + 7x + 2 = 0;$
- $-3x^2 + x + 1 = 0;$
- $3x^2 - x + 1 = 0;$
- $x^2 + (m - 2)x - m = 0.$


Ví dụ 2. Cho phương trình $\sqrt{3}x^2 - 15x + 3 = 0$.

- Chứng tỏ rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .


b) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.


 **Ví dụ 3 (Bài 62/tr 64 - Sgk).** Cho phương trình: $7x^2 + 2(m-1)x - m^2 = 0$.

- Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?
- Trong trường hợp phương trình có nghiệm, dùng hệ thức Viét, hãy tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình đó theo m .

 **Ví dụ 4.** Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn


$$4(x_1 + x_2) = 7x_1 \cdot x_2.$$

 **Ví dụ 5.** Xác định m để phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$.


 **Ví dụ 6.** Cho phương trình: $x^2 - 2kx - (k-1)(k-3) = 0$. Chứng minh rằng với mọi k , phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{4}(x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) + 3 = 0.$$


❖❖❖ BÀI TẬP VẬN DỤNG ❖❖❖

 **Bài 1.** Không giải phương trình, hãy tìm tổng và tích hai nghiệm của mỗi phương trình sau (nếu có)


- $17x^2 - 2x - 3 = 0$;
- $8x^2 + 6x + 1 = 0$;
- $9x^2 - 2x + 5 = 0$.

 **Bài 2.** Cho phương trình: $\sqrt{2}x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$.


- Chứng tỏ rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .
- Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

 **Bài 3.** Cho phương trình: $\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{6}x - 8 = 0$.

- Chứng tỏ rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .
- Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

 **Bài 4.** Tìm m để phương trình $x^2 + 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó

- Tính theo m giá trị các biểu thức $E = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ và $F = \sqrt[4]{x_1} + \sqrt[4]{x_2}$.
- Tìm m sao cho $x_1^4 + x_2^4 = 32$.
- Tìm m sao cho $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = 47$.

 **Bài 5.** Cho phương trình $x^2 - (2m+3)x + m = 0$.

- Chứng minh rằng phương trình có nghiệm với mọi m .
- Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Dạng 2: Tìm hai số biết tổng và tích của chúng

Nếu hai số có tổng là A và tích là P thì hai số đó là các nghiệm của phương trình

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau

- a) $u + v = 32, uv = 231.$ b) $u + v = -8, uv = -105.$ c) $u + v = 2, uv = 9.$

Ví dụ 2. Tìm các cạnh của hình chữ nhật, biết chu vi bằng 30 m và diện tích bằng 54 m².

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -3 \end{cases}.$$
 b)
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 1 \end{cases}.$$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ xy = -4 \end{cases}.$$

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ xy = 27 \end{cases}.$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tìm hai cạnh của hình chữ nhật biết chu vi bằng 24m và diện tích bằng 27 m².

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x.y = 99 \end{cases};$$
 b)
$$\begin{cases} x + y = -21 \\ x.y = 54 \end{cases}.$$

Bài 3. Giải hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x.y = -\frac{9}{4} \end{cases};$$
 b)
$$\begin{cases} 3(x + y) = 2 \\ x.y = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Bài 4. Giải hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = 280 \end{cases};$$
 b)
$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1 \\ x + y + xy = 3 \end{cases}.$$

Bài 5. Tìm m để phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó hãy lập phương trình có nghiệm như sau:

- a) $-2x_1$ và $-2x_2.$ b) $3x_1$ và $3x_2.$ c) $-x_1^2$ và $-x_2^2.$
 d) $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}.$ e) $x_1 + x_2$ và $-x_1.x_2.$

Bài 6. Xét tổng $a + b + c$ hoặc $a - b + c$ rồi nhằm các nghiệm của các phương trình

a) $15x^2 - 17x + 2 = 0$; b) $30x^2 - 4x - 34 = 0$; c) $2\sqrt{3}x^2 + 2(5 - \sqrt{3})x - 10 = 0$.

🔗 Bài 7.

- a) Chứng tỏ rằng 5 là một nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 35 = 0$. Hãy tìm nghiệm kia.
 b) Chứng tỏ rằng -4 là một nghiệm của phương trình $x^2 + 8x + 16 = 0$. Hãy tìm nghiệm kia.

🔗 Bài 8.

- a) Tìm giá trị của m để phương trình $x^2 + 3mx - 108 = 0$ có một nghiệm là 6. Tìm nghiệm kia.
 b) Tìm giá trị của m để phương trình $mx^2 - 3(m + 1)x + m^2 - 13m - 4 = 0$ có một nghiệm là -2. Tìm nghiệm kia.

📄 Dạng 3: Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m

Ta thực hiện theo các bước sau

- Bước 1. Tìm điều kiện để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 :

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases}$$

- Bước 2. Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = f(m) \\ x_1 \cdot x_2 = g(m) \end{cases} \quad (1)$$

- Bước 3. Khử m từ hệ (1) ta được hệ thức cần tìm.

🔗🔗🔗 VÍ DỤ MINH HỌA 🔗🔗🔗

🔗 Ví dụ 1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0$.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 .
 b) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .

🔗 Ví dụ 2. Cho phương trình $x^2 - 2mx - m^2 = 0$.

Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc m .

🔗 Ví dụ 3. Cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m - 4)x + m - 5 = 0$.

- a) Xác định m để phương trình có hai nghiệm.
 b) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .

🔗🔗🔗 BÀI TẬP VẬN DỤNG 🔗🔗🔗

🔗 Bài 1. Cho phương trình $mx^2 - 2mx + 3 = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc m .

🔗 Bài 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x - m + 1 = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc m .

📁 **Dạng 4: Xét dấu các nghiệm**

a) Phương trình có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow a \cdot c < 0$.

b) Phương trình có hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

c) Phương trình có hai nghiệm dương $0 < x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$.

d) Phương trình có hai nghiệm âm $x_1 \leq x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1.** Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x - m + 1 = 0$. Xác định m để phương trình:

a) Có hai nghiệm trái dấu.

b) Có hai nghiệm dương phân biệt.

🔗 **Ví dụ 2.** Cho phương trình: $(m - 1)x^2 + 2(m + 2)x + m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình:

a) Có một nghiệm.

b) Có hai nghiệm cùng dấu.

🔗 **Ví dụ 3.** Cho phương trình: $mx^2 - 2(3 - m)x + m - 4 = 0$. Xác định m để phương trình:

a) Có hai nghiệm đối nhau.

b) Có đúng một nghiệm âm.

🔗 **Ví dụ 4.** Tìm giá trị của m để các phương trình sau có hai nghiệm phân biệt trái dấu:

a) $x^2 - 3mx - 3m - 1 = 0$;

b) $x^2 - 7x + m^2 - 8 = 0$.

🔗🔗🔗 **BÀI TẬP VẬN DỤNG** 🔗🔗🔗

🔗 **Bài 1.** Cho phương trình $x^2 - 2(m + 7)x + m^2 - 4 = 0$. Xác định m để phương trình

a) Có hai nghiệm trái dấu.

b) Có hai nghiệm cùng dấu.

🔗 **Bài 2.** Cho phương trình $(m - 1)x^2 + 2(m + 2)x + m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình

a) Có hai nghiệm âm phân biệt.

b) Có hai nghiệm dương phân biệt.

🔗 **Bài 3.** Cho phương trình $(m - 1)x^2 + 2mx + m + 1 = 0$. Xác định m để phương trình

a) Có hai nghiệm âm phân biệt.

b) Có hai nghiệm đối nhau.

📌 Chủ đề 4: Phương trình quy về phương trình bậc hai

A Kiến thức trọng tâm

1 Phương trình trùng phương

Phương trình trùng phương có dạng

$$ax^4 + bx^2 + c = 0, (a \neq 0).$$

- Đặt $x^2 = t, (t \geq 0)$.
- Phương trình đã cho trở thành $at^2 + bt + c = 0$;
- Giải tìm t , từ đó tìm x .

2 Phương trình chứa ẩn ở mẫu

Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta làm như sau:

- Đặt điều kiện cho ẩn để các mẫu thức khác 0;
- Quy đồng mẫu, khử mẫu;
- Giải phương trình vừa tìm được;
- So điều kiện để nhận hoặc loại.

B Các dạng bài tập cơ bản

📁 Dạng 1: Phương trình trùng phương, phương trình chứa ẩn ở mẫu và phương trình tích

🔗🔗🔗 VÍ DỤ MINH HOẠ 🔗🔗🔗

🔗 Ví dụ 1. Giải các phương trình:

a) $2x^4 + 7x^2 + 5 = 0$; b) $3x^4 - 5x^2 - 28 = 0$; c) $4x^4 - 25x^2 + 6 = 0$.

🔗 Ví dụ 2 (Bài 56 trang 63 SGK). Giải các phương trình sau

a) $3x^4 - 12x^2 + 9 = 0$; b) $2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$; c) $x^4 + 5x^2 + 1 = 0$.

🔗 Ví dụ 3 (Bài 57.c, 57.d/tr 63 - Sgk). Giải các phương trình sau

a) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}$; b) $\frac{x+0,5}{3x+1} = \frac{7x+2}{9x^2-1}$.

🔗 Ví dụ 4 (Bài 35.b, 35.c/tr 56 - Sgk). Giải các phương trình sau

a) $\frac{x+2}{x-5} + 3 = \frac{6}{2-x}$. b) $\frac{4}{x+1} = \frac{-x^2-x+2}{(x+1)(x+2)}$.

🔗 Ví dụ 5. Giải các phương trình sau

a) $(3x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 0$. b) $(3x^2 - 7x - 10)[2x^2 + (1 - \sqrt{5})x + \sqrt{5} - 3] = 0$.

🔗 Ví dụ 6. Giải các phương trình sau

a) $(2x^2 + x - 4)^2 - (2x - 1)^2 = 0$. b) $(x^2 + 2x - 5)^2 = (x^2 - x + 5)^2$.

❖❖❖ BÀI TẬP VẬN DỤNG ❖❖❖

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $2x^4 - 7x^2 + 5 = 0;$

b) $5x^4 - 9x^2 = 0;$

c) $3x^4 - x^2 - 234 = 0;$

d) $11x^4 + 3x - 2 = 3x - 15x^2 - 6.$

Bài 2. Giải phương trình $\frac{x^2 - 3x + 5}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{1}{x - 3}.$

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $\frac{x}{1-x} = \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)};$

b) $\frac{2x+22}{(x-1)(x+2)} = \frac{x-4}{x+2};$

c) $\frac{3x^2 - 15x}{x^2 - 9} = x - \frac{x}{x-3}.$

Bài 4. Giải các phương trình sau

a) $(x - 1)^3 + 3x - 2 = x^3 - x^2 + x - 1;$

b) $(x + 2)^2 + (x - 2)^2 = 3x + 2;$

c) $(x^2 + x)^2 + (x + 1)^2 = 2(x + 1)^3 - 4x + 4.$

Bài 5. Đưa về phương trình tích rồi giải phương trình:

a) $(2x + 3)^2 - 10x - 15 = 0;$

b) $x^2(x + 1) - 3x = 3x^2 - 2x - 2;$

c) $(x^2 - x - 1)^2 = (2x + 1)^2.$

Dạng 2: Phương trình trị tuyệt đối và phương trình căn

a) Phương trình trị tuyệt đối:

• $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}.$

• $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \end{cases}.$

b) Phương trình căn thức:

• $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \geq 0.$

• $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}.$

❖❖❖ VÍ DỤ MINH HỌA ❖❖❖

Ví dụ 1. Giải phương trình $|x^2 - 2x - 2| = |x^2 + 2x|.$

Ví dụ 2. Giải phương trình $|x^2 + x| = -x^2 + x + 2.$

Ví dụ 3. Giải các phương trình:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = \sqrt{x + 1};$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 3} = \sqrt{2x^2 - 7x + 9}.$

Ví dụ 4. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 3} = x - 1.$

THẦY NGUYỄN NGỌC DŨNG - THPT TẠ QUANG BỬU

📁 **Dạng 3: Phương pháp đặt ẩn phụ và cách khác**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1.** Giải phương trình $(x + 4)(x + 5)(x + 7)(x + 8) = 4$.

🔗 **Ví dụ 2.** Giải phương trình $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24 = 0$.

🔗 **Ví dụ 3.** Giải phương trình $3x^2 - 14|x| - 5 = 0$.

(1)

🔗 **Ví dụ 4.** Giải phương trình $3x^2 + 2x - 34 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} = 0$.

🔗🔗🔗 **BÀI TẬP VẬN DỤNG** 🔗🔗🔗

🔗 **Bài 1.** Giải phương trình $(2x - 1)(x - 1)(x - 3)(2x + 3) = -9$.

🔗 **Bài 2.** Giải các phương trình sau bằng cách đặt ẩn phụ:

a) $(x^2 - 2x)^2 + 4x^2 - 8x + 3 = 0$;

b) $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x + 1) = 6$;

c) $\left(x^2 - \frac{6}{x^2}\right)^2 + 6\left(x^2 - \frac{6}{x^2}\right) = -5$;

d) $x^2 - 2x + 3\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 6$.

🔗 **Bài 3.** Giải phương trình

a) $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$;

b) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = -\frac{5}{2}$.

🔗 **Bài 4.** Giải các phương trình

a) $(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16$;

b) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 8$.

📁 **Chủ đề 5: Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

A Kiến thức trọng tâm

Các bước giải toán bằng cách lập phương trình:

- 1) Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn;
- 2) Lập phương trình:
 - Biểu diễn các đại lượng chưa biết qua ẩn và các đại lượng đã biết.
 - Dựa vào mối quan hệ giữa các đại lượng đã biết để lập phương trình.
- 3) Giải phương trình;
- 4) Kết luận.

B Các dạng bài tập cơ bản

📁 **Dạng 1: Bài toán chuyển động**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1.** Một đoàn xe vận tải dự định điều số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại và mỗi xe ban đầu phải chở thêm nửa tấn nữa. Tính số xe phải điều theo dự định.

🔗 **Ví dụ 2 (Bài 65/tr65-SGK).** Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi). Sau 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường Hà Nội - Bình Sơn dài 900 km.

🔗 **Ví dụ 3 (Bài 52/tr60 - SGK).** Khoảng cách giữa hai bên sông A và B là 30 km. Một canô đi từ bến A đến bến B, nghỉ 40 phút ở bến B rồi quay lại bến A. Kể từ lúc khởi hành đến khi về lại bến A hết tất cả 6 giờ. Hãy tìm vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của nước chảy là 3 km/h.

🔗 **Ví dụ 4 (Bài 43/tr58-GGK).** Một xuồng du lịch đi từ thành phố Cà Mau đến Đất Mũi theo một đường sông dài 120 km. Trên đường đi, xuồng nghỉ lại 1 giờ tại thị trấn Năm Căn. Khi về, xuồng đi theo đường khác dài hơn đường lúc đi là 5 km với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc của xuồng lúc đi, biết rằng thời gian về bằng thời gian đi.

🔗 **Ví dụ 5.** Hai bến sông A và B cách nhau 40 km. Cùng một lúc với canô đi xuôi từ A có một chiếc bè trôi từ A với vận tốc 3 km/h. Sau khi đi đến B canô trở về bến A ngay và gặp bè khi đã trôi được 8 km. Tính vận tốc riêng của canô. Biết vận tốc của canô không thay đổi.

🔗 **Ví dụ 6.** Một người đi xe máy trên quãng đường AB dài 120 km với vận tốc định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường với vận tốc đó, người lái xe tăng vận tốc thêm 10 km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian xe lăn bánh trên đường, biết người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

📁 **Dạng 2: Bài toán về số và chữ số**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1 (Bài 41/tr58-SGK).** Trong lúc học nhóm, bạn Hùng yêu cầu bạn Minh và bạn Lan mỗi người chọn một số sao cho hai số này hơn kém nhau là 5 và tích của chúng phải bằng 150. Vậy hai bạn Minh và Lan phải chọn những số nào?

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm hai số biết hiệu của chúng bằng 8 và tổng các bình phương của chúng bằng 424.

🔗 **Ví dụ 3 (Bài 64/tr64-SGK).** Bài toán yêu cầu tìm tích của một số dương với một số lớn hơn nó 2 đơn vị nhưng bạn Quân nhầm đầu bài lại tính tích của một số dương với một số bé hơn nó 2 đơn vị. Kết quả của bạn Quân là 120. Hỏi nếu làm đúng đầu bài đã cho thì kết quả phải là bao nhiêu?

🔗 **Ví dụ 4 (Bài 44/tr59-SGK).** Đồ em tìm được một số mà một nửa của nó trừ đi một nửa đơn vị rồi nhân với một nửa của nó bằng một nửa đơn vị.

🔗 **Ví dụ 5 (Bài 45/tr59-SGK).** Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm hai số đó.

🔗 **Ví dụ 6.** Một lớp học được nhà trường phát phần thưởng ba lần và chia đều cho các em học sinh. Lần thứ nhất chia hết 66 quyển vở nhưng vắng 5 em, lần thứ hai chia hết 125 quyển vở nhưng vắng 2 em, còn lần thứ ba thì không vắng em nào và chia hết 216 quyển vở. Biết một học sinh có mặt cả ba lần đã nhận được số vở (trong lần ba) bằng tổng số vở đã nhận trong hai lần đầu. Tính số học sinh.

📁 **Dạng 3: Bài toán vòi nước**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1.** Có hai vòi nước. Người ta mở vòi thứ nhất cho vòi chảy đầy một bể nước cạn rồi khóa lại. Sau đó mở vòi thứ hai cho nước chảy ra hết với thời gian lâu hơn so với thời gian vòi một chảy là 4 giờ. Nếu cùng mở cả hai vòi thì bể đầy sau 19 giờ 15 phút. Hỏi vòi thứ nhất chảy trong bao lâu mới đầy bể khi vòi thứ hai khóa lại.

📁 **Dạng 4: Bài toán có nội dung hình học**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1 (Bài 46/tr59-SGK).** Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 240 m^2 . Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính kích thước của mảnh đất.

🔗 **Ví dụ 2.** Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật. Biết hình chữ nhật có chu vi bằng 340 m và diện tích bằng 7200 m^2 .

🔗 **Ví dụ 3 (Bài 66/tr64-SGK).** Cho tam giác ABC có $BC = 16 \text{ cm}$, đường cao $AH = 12 \text{ cm}$. Một hình chữ nhật $MNPQ$ có đỉnh M thuộc cạnh AB , đỉnh N thuộc cạnh AC còn hai đỉnh P và Q thuộc cạnh BC . Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB sao cho diện tích của hình chữ nhật đó bằng 36 cm^2 .

🔗 **Ví dụ 4.** Một thửa ruộng hình chữ nhật, một người đi theo chiều dài hết 1 phút 5 giây, đi theo chiều rộng hết 39 giây. Người ta làm một lối đi xung quanh thửa ruộng rộng 1,5 m thì diện tích còn lại là 5529 m^2 . Tính kích thước của thửa đất.

📁 **Dạng 5: Bài toán về phần trăm - năng suất**

🔗🔗🔗 **VÍ DỤ MINH HỌA** 🔗🔗🔗

🔗 **Ví dụ 1 (Bài 63/tr64-SGK).** Sau hai năm, số dân của một thành phố tăng từ 2000000 người lên 2020050 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của thành phố đó tăng bao nhiêu phần trăm?

🔗 **Ví dụ 2 (Bài 49/tr59-SGK).** Hai đội thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 4 ngày xong công việc. Nếu họ làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc?

🔗 **Ví dụ 3.** Muốn làm xong công việc cần 480 công thợ. Người ta có thể thuê một trong hai nhóm thợ A hoặc B. Biết nhóm A ít hơn nhóm B là 4 người và nếu giao cho nhóm B thì công việc hoàn thành sớm hơn 10 ngày so với nhóm A. Hỏi số người của mỗi nhóm.

🔗 **Ví dụ 4 (Bài 42/tr58-SGK).** Bác Thời vay 2000000 đồng để làm kinh tế gia đình trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra cuối năm bác phải trả cả vốn lẫn lãi. Song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm một năm nữa, số lãi của năm đầu được gộp vào với vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm phải trả tất cả là 2420000 đồng. Hỏi lãi suất cho vay là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

🔗 **Ví dụ 5.** Một tổ sản xuất theo kế hoạch phải làm được 720 sản phẩm. Nếu tăng năng suất lên 10 sản phẩm mỗi ngày thì so với giảm năng suất đi 20 sản phẩm mỗi ngày thời gian hoàn thành ngắn hơn 4 ngày. Tính năng suất dự định

🔗🔗🔗 **BÀI TẬP VẬN DỤNG** 🔗🔗🔗

🔗 **Bài 1.** Tìm hai số biết hiệu của chúng bằng 5 và tổng các bình phương của chúng bằng 125.

🔗 **Bài 2.** Tìm hai số biết tổng của chúng bằng 25 và hiệu các bình phương của chúng cũng bằng 25.

🔗 **Bài 3.** Lúc 7 giờ sáng một ô tô khởi hành từ A để đến B cách A 120 km. Sau khi đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường ô tô dừng lại 20 phút để nghỉ rồi đi chậm hơn trước 8 km/h. Ô tô đến B lúc 10 giờ. Hỏi ô tô nghỉ lúc mấy giờ?

🔗 **Bài 4.** Một người đi từ A đến B rồi lại trở về A. Lúc về đi được 30 km người đó nghỉ 20 phút. Sau khi nghỉ xong, người đó đi với vận tốc nhanh hơn trước 6 km/h. Tính vận tốc lúc đi. Biết quãng đường AB dài 90 km và thời gian đi bằng thời gian về kể cả nghỉ.

🔗 **Bài 5.** Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 33 km với vận tốc xác định. Khi từ B về A người đó đi bằng đường khác dài hơn đường trước 29 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi 3 km/h. Tính vận tốc lúc đi. Biết thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 1 giờ 30 phút.

🔗 **Bài 6.** Một ô tô đi từ A đến B rồi quay về A ngay. Sau khi ô tô đi được 15 km thì một người đi xe đạp từ B về A. Tính vận tốc mỗi xe. Biết:

- Quãng đường AB dài 24 km.

- Vận tốc ô tô nhanh hơn xe đạp 37 km/h.
- Ô tô quay trở về A sớm hơn xe đạp đến B là 44 phút.

Bài 7. Một ô tô dự định đi quãng đường AB dài 60 km. Trong thời gian nhất định, trên nửa quãng đường AB do đường xấu nên ô tô chỉ đi với vận tốc ít hơn dự định 6 km/h. Để đến B đúng dự định, ô tô phải đi quãng đường còn lại với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự định 10 km/h. Tính thời gian dự định đi hết quãng đường.

Bài 8. Một tổ lao động hoàn thành đào đắp 8000 m³ đất trong một thời gian nhất định. Nếu mỗi ngày vượt mức 50 m³ thì tổ lao động hoàn thành kế hoạch sớm 8 ngày. Tính thời gian dự định.

Bài 9. Một nông trường phải trồng 75 ha rừng với năng suất đã định từ trước. Nhưng trong thực tế, khi bắt tay vào trồng rừng thì mỗi tuần nông trường trồng thêm được 5 ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80 ha. Do vậy, họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 tuần. Tính năng suất dự định của nông trường.

Bài 10. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta làm một lối đi xung quanh khu vườn rộng 2 m. Diện tích còn lại là 4256. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Bài 11. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn nếu cả hai vòi cùng chảy một lúc thì sau 4 giờ mới đầy bể. Nếu từng vòi chảy một thì thời gian vòi I chảy nhanh hơn vòi II là 6 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể.

Bài 12. Hai vòi nước cùng chảy vào bể trong 6 giờ 40 phút thì đầy. Nếu chảy riêng từng vòi một thì mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể. Biết rằng vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất 3 giờ.

★ Lớp TOÁN THẦY DŨNG ★

THẦY NGUYỄN NGỌC DŨNG - THPT TẠ QUANG BŨU