

# CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI - CĂN BẬC BA

## BÀI 1 – CĂN BẬC HAI

### A. NỘI DUNG LÝ THUYẾT.

#### 1. Nhắc lại:

Căn bậc hai của một số  $a$  không âm là số  $x$  sao cho  $x^2 = a$

Hay nói cách khác, căn bậc hai của một số  $a$  không âm là số  $x$  mà  bình phương lên thì bằng  $a$ .

- Nếu số  $a = 0$  thì nó có một căn bậc hai là chính nó, ta viết  $\sqrt{0} = 0$
- Nếu số  $a > 0$  thì nó có hai căn bậc hai
  - + Căn bậc hai dương:  $+\sqrt{a}$
  - + Căn bậc hai âm:  $-\sqrt{a}$

**Ví dụ:** Ta có 4 và  $-4$  là căn bậc hai của 16 vì  $4^2 = (-4)^2 = 16$ .

- + Căn bậc hai dương của 16 là  $+4$
- + Căn bậc hai âm của 16 là  $-4$

#### 2. Định nghĩa:

- + Với số dương  $a$ , khi đó số  $\sqrt{a}$  được gọi là căn bậc hai số học của  $a$ .
- + Số 0 được gọi là căn bậc hai số học của 0.

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP QUAN TRỌNG.

#### DẠNG 1 – TÌM CĂN BẬC HAI CỦA MỘT SỐ.

**Phương pháp giải:** Bám sát vào định nghĩa và tính chất của căn bậc hai.

**Định nghĩa:** Căn bậc hai của một số  $a$  không âm là số  $x$  mà  bình phương lên thì bằng  $a$ .

**Tính chất:**

- Nếu số  $a = 0$  thì nó có một căn bậc hai là chính nó, ta viết  $\sqrt{0} = 0$
- Nếu số  $a > 0$  thì nó có hai căn bậc hai
  - + Căn bậc hai dương:  $+\sqrt{a}$
  - + Căn bậc hai âm:  $-\sqrt{a}$
- Với số dương  $a$ , khi đó số  $\sqrt{a}$  được gọi là căn bậc hai số học của  $a$ .

**☞ Ví dụ 1: Tìm các căn bậc hai của các số sau**

1) 81

2) 25

3) 7

4) 8

5) -144

**Hướng dẫn giải:**

☞ Căn bậc hai của 81.

$$\text{Ta có } 9^2 = (-9)^2 = 81.$$

Suy ra:

+ Căn bậc hai dương của 81 là +9 hay 9.

+ Căn bậc hai âm của 81 là -9.

☞ Căn bậc hai của 25.

$$\text{Ta có } 5^2 = (-5)^2 = 25.$$

Suy ra:

+ Căn bậc hai dương của 25 là +5 hay 5.

+ Căn bậc hai âm của 25 là -5.

☞ Căn bậc hai của 7.

$$\text{Ta có } \sqrt{7} = (-\sqrt{7})^2 = 7.$$

Suy ra:

+ Căn bậc hai dương của 7 là  $+\sqrt{7}$  hay  $\sqrt{7}$ .+ Căn bậc hai âm của 7 là  $-\sqrt{7}$ .

☞ Căn bậc hai của 8.

$$\text{Ta có } \sqrt{8} = (-\sqrt{8})^2 = 8.$$

Suy ra:

+ Căn bậc hai dương của 7 là  $+\sqrt{8}$  hay  $\sqrt{8}$ .+ Căn bậc hai âm của 7 là  $-\sqrt{8}$ .

**Lưu ý:**

- + Một số học sinh sử dụng máy tính bỏ túi bấm máy tính và cho kết quả  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ .



Bấm máy tính và cho kết quả  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ .

- + Học sinh cần lưu ý là phép biến đổi  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  được học ở bài §3 - *Liên hệ giữa phép nhân, chia & phép khai phương*. Nếu học sinh gặp dạng bài tập trên trước khi học bài §3 thì **KHÔNG** được sử dụng phép biến đổi  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ .

☞ Căn bậc hai của  $-144$ .

Ta có  $-144$  là một số âm nên không tồn tại căn bậc hai.

Vậy không tồn tại căn bậc hai của  $-144$ .

**Ví dụ 2: Tìm  $x$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3).**

1)  $x^2 = 9$

2)  $x^2 = 7$

3)  $x^2 = -5$

**Hướng dẫn giải:**

☞ 1)  $x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{9}$  hoặc  $x = -\sqrt{9}$

$\Leftrightarrow x = 3$  hoặc  $x = -3$

☞ 2)  $x^2 = 7$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{7}$  hoặc  $x = -\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow x \approx 2,646$  hoặc  $x \approx -2,646$

☞ 3)  $x^2 = -5$

Ta có  $x^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Suy ra  $x^2 = -5 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

**📖 Lưu ý: Hai dạng toán dễ nhầm lẫn**

$x^2 = 9.$	$\sqrt{x} = 9.$
$\Leftrightarrow x = \sqrt{9}$ hoặc $x = -\sqrt{9}$	$\Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 9^2$ ( <i>Bình phương 2 vế</i> )
$\Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -3$	$\Leftrightarrow x = 81.$
Vậy $x = 3$ hoặc $x = -3$	Vậy $x = 81$

**📁 BÀI TẬP TỰ ÔN TẬP.**

**Câu 1. Tìm căn bậc hai số học rồi suy ra căn bậc hai của các số sau:**

225	16	9	625	36
1	49	289	256	169
484	576	676	121	441

**Câu 2. Tìm nghiệm các phương trình sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai):**

1)  $x^2 = 7$

2)  $x^2 = -3$

3)  $x^2 = 6,5$

4)  $x^2 = 26$

5)  $x^2 = 14$

6)  $x^2 = 8$

**Câu 3. Tìm  $x \geq 0$  biết:**

1)  $\sqrt{x} = 3$

2)  $\sqrt{x} = 5$

3)  $\sqrt{x} = 7$

4)  $\sqrt{x} = -11$

5)  $\sqrt{x} = 9$

6)  $\sqrt{x} = 16$

## DẠNG 2 - SO SÁNH BIỂU THỨC KHÔNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH.

**Phương pháp giải:** Sử dụng các tính chất của căn bậc hai:

+ Với  $a, b \geq 0$ :  $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

+ Với  $m > 0$ :  $\begin{cases} m < 1 \Leftrightarrow m < \sqrt{m} \\ m > 1 \Leftrightarrow m > \sqrt{m} \end{cases}$

+ Với  $m > 0$ :  $\begin{cases} m < 1 \Leftrightarrow \sqrt{m} < 1 \\ m > 1 \Leftrightarrow \sqrt{m} > 1 \end{cases}$

**✎ Ví dụ:** Không sử dụng máy tính hãy so sánh các biểu thức sau

1) 2 và  $\sqrt{5}$ .

2) 7 và  $\sqrt{47}$ .

3)  $\sqrt{3} + \sqrt{11}$  &  $3 + \sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải:**

☞ 1) 2 và  $\sqrt{5}$ .

Phân tích	Trình bày
$2^2 = 4$	Ta có: $0 < 4 < 5$ nên $\sqrt{4} < \sqrt{5}$ hay $2 < \sqrt{5}$ . Vậy $2 < \sqrt{5}$ .
$\sqrt{5}^2 = 5$	
Rõ ràng $4 < 5 \Rightarrow 2 < \sqrt{5}$	

☞ 2) 7 và  $\sqrt{47}$ .

Phân tích	Trình bày
$7^2 = 49$	Ta có: $0 < 47 < 49$ nên $\sqrt{47} < \sqrt{49}$ Hay $\sqrt{47} < 7$ . Vậy $\sqrt{47} < 7$ .
$47^2 = 47$	
Rõ ràng $49 > 47 \Rightarrow 7 > \sqrt{47}$	

☞ 3)  $\sqrt{3} + \sqrt{11}$  &  $3 + \sqrt{5}$ .

Phân tích	Trình bày
Ta có:	Ta có:
$(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 = 14 + 2\sqrt{3}\sqrt{11}$	$(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 = 14 + 2\sqrt{3}\sqrt{11}$

<p><math>(3 + \sqrt{5})^2 = 14 + 6\sqrt{5}</math></p> <p>Ta sẽ so sánh <math>2\sqrt{3}\sqrt{11}</math> &amp; <math>6\sqrt{5}</math></p> <p><math>(2\sqrt{3}\sqrt{11})^2 = 2^2(\sqrt{3})^2(\sqrt{11})^2 = 2 * 3 * 11</math>  <math>= 132</math></p> <p><math>(6\sqrt{5})^2 = 180</math> (làm tương tự trên)</p> <p>Ta có:</p> <p><math>0 &lt; 132 &lt; 180</math> nên <math>\sqrt{132} &lt; \sqrt{180}</math></p> <p>hay <math>2\sqrt{3}\sqrt{11} &lt; 6\sqrt{5}</math></p> <p>Vậy <math>\sqrt{3} + \sqrt{11} &lt; 3 + \sqrt{5}</math></p>	<p><math>(3 + \sqrt{5})^2 = 14 + 6\sqrt{5}</math></p> <p>Ta cũng có:</p> <p><math>(2\sqrt{3}\sqrt{11})^2 = 2^2(\sqrt{3})^2(\sqrt{11})^2</math>  <math>= 2 * 3 * 11 = 132</math></p> <p><math>(6\sqrt{5})^2 = 180.</math></p> <p>Ta có: <math>0 &lt; 132 &lt; 180</math> nên <math>\sqrt{132} &lt; \sqrt{180}</math></p> <p>hay <math>2\sqrt{3}\sqrt{11} &lt; 6\sqrt{5}</math></p> <p>Suy ra <math>14 + 2\sqrt{3}\sqrt{11} &lt; 14 + 6\sqrt{5}</math></p> <p>Hay <math>(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 &lt; (3 + \sqrt{5})^2</math></p> <p>Do đó <math>\sqrt{3} + \sqrt{11} &lt; 3 + \sqrt{5}</math></p> <p>Vậy <math>\sqrt{3} + \sqrt{11} &lt; 3 + \sqrt{5}</math></p>
---	---

**📁 BÀI TẬP TỰ ÔN TẬP.**

**Câu 1. Không sử dụng máy tính hãy so sánh các biểu thức sau**

- 1)  $2$  &  $\sqrt{5}$                       2)  $4$  &  $\sqrt{15}$                       3)  $18$  &  $\sqrt{341}$
- 4)  $16$  &  $\sqrt{237}$                       5)  $\sqrt{2} + \sqrt{7}$  &  $2 + \sqrt{5}$                       6)  $\sqrt{11} - \sqrt{3}$  &  $\sqrt{8} - \sqrt{6}$
- 7)  $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$  &  $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$

**DẠNG 3 – BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CĂN THỨC SỬ DỤNG THƯỚC KẼ VÀ COMPA.**

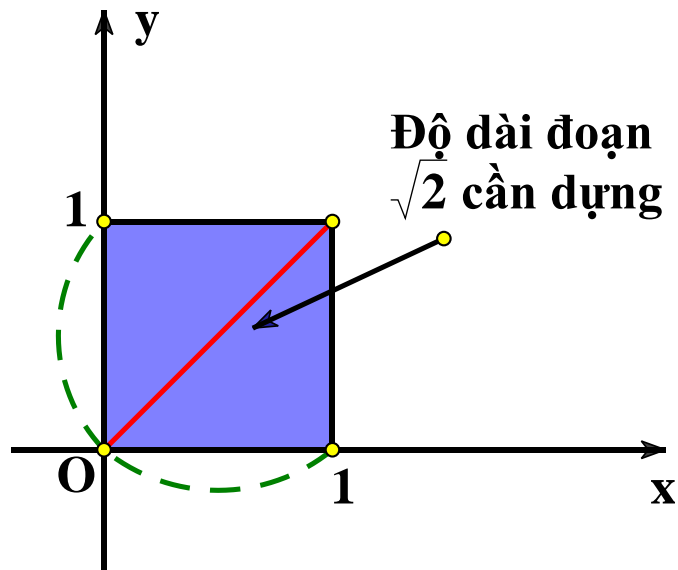
**Phương pháp giải:** Sử dụng các tính chất về dựng hình, đặc biệt là dựng hình vuông, tam giác vuông cho biết độ dài.

**Ví dụ:** Hãy vẽ đoạn thẳng biểu diễn giá trị của các biểu thức sau, lấy đơn vị là decimet.

- 1)  $\sqrt{2}$ .                                      2)  $\sqrt{3}$ .                                      3)  $\sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải:**

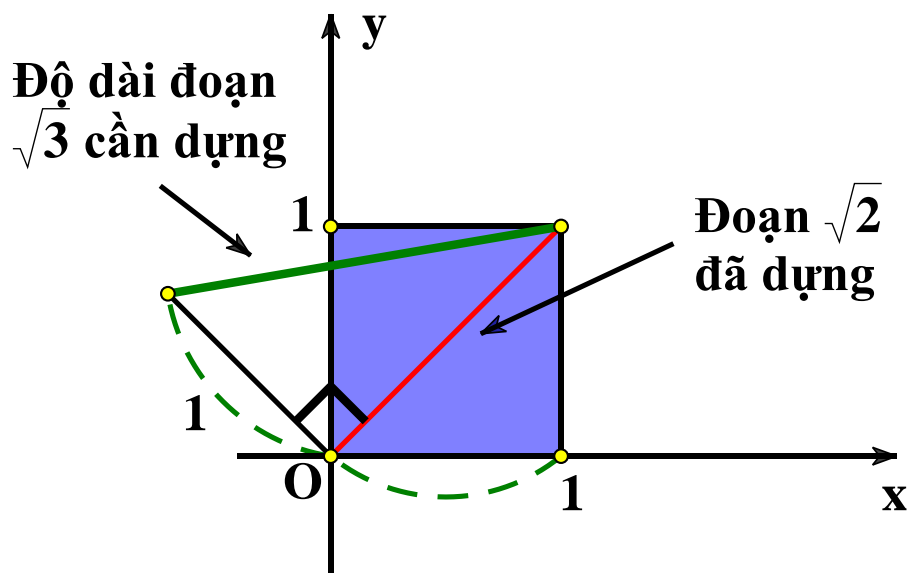
☞ 1)  $\sqrt{2}$ .



Nhận thấy,  $\sqrt{2}$  là đường chéo của hình vuông có cạnh là 1 đơn vị.

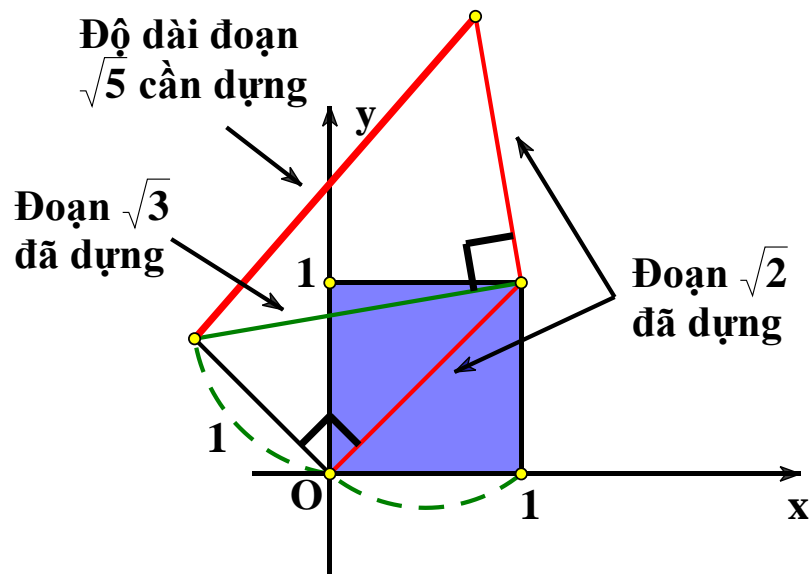
Ta dựng hình vuông có cạnh là 1 đơn vị. Độ dài đoạn  $\sqrt{2}$  chính là độ dài đường chéo (màu đỏ).

☞ 2)  $\sqrt{3}$ .



Áp dụng định lý Pythagore để dựng đoạn có độ dài căn 3. Ta có  $(\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3$ .

☞ 3)  $\sqrt{5}$ .



Áp dụng định lý Pythagore để dựng đoạn có độ dài căn 5. Ta có  $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = 5$ .



# CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

## BÀI 2 – CĂN THỨC BẬC HAI

### A. NỘI DUNG LÝ THUYẾT.

#### 1. Căn thức bậc hai:

Cho biểu thức đại số A, khi đó:

- +  $\sqrt{A}$  được gọi là *căn thức bậc hai* của A.
- + A được gọi là biểu thức lấy căn (hoặc biểu thức dưới dấu căn).
- +  $\sqrt{A}$  được xác định (hay có nghĩa) khi A lấy giá trị không âm.

#### 2. Tìm điều kiện xác định của căn bậc hai của A.

Hoạt động tìm giá trị của ẩn để A lấy giá trị không âm được gọi là tìm điều kiện xác định của  $\sqrt{A}$ .

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP QUAN TRỌNG.

#### DẠNG 4 – TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA CĂN BẬC HAI.

##### Phương pháp giải:

- Một biểu thức  $A = \sqrt{f(x)}$  xác định (hay có nghĩa) khi và chỉ khi  $f(x) \geq 0$ .
- Một biểu thức  $B = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$  xác định (hay có nghĩa) khi và chỉ khi  $f(x) > 0$ .

##### ✎ Ví dụ 1: Tìm x để các biểu thức sau xác định:

$$1) A = \sqrt{4x - 6} \quad 2) B = \frac{2}{\sqrt{1-3x}} \quad 3) C = \sqrt{4 - x^2} \quad 4) D = \sqrt{-x^2 + 7x - 12}$$

☞ 1)  $A = \sqrt{4x - 6}$

Xác định khi:  $4x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$

☞ 2)  $B = \frac{2}{\sqrt{1-3x}}$

Xác định khi:  $\begin{cases} 1 - 3x \geq 0 \\ 1 - 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$

☞ 3)  $C = \sqrt{4 - x^2}$

Xác định khi:  $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (2 - x)(2 + x) \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$

☞ 4)  $D = \sqrt{-x^2 + 7x - 12}$

Xác định khi:  $-x^2 + 7x - 12 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 3)(4 - x) \geq 0 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 4$

### DẠNG 5 – RÚT GỌN CÁC CĂN THỨC ĐƠN GIẢN.

#### Phương pháp giải:

Sử dụng các tính chất của căn bậc hai:

1)  $\sqrt{A^2} = |A|$

2)  $\sqrt{A}$  có nghĩa khi  $A \geq 0$

3) Với 2 số  $a, b \geq 0$ :  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

4) Với 2 số  $a \geq 0, b > 0$ :  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

5) Với 2 biểu thức  $A, B \geq 0$ :  $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

6) Với 2 biểu thức  $A \geq 0, B > 0$ :  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

☞ Ví dụ 1: Tính giá trị các biểu thức sau.

1)  $A = \sqrt{256}$

2)  $B = \sqrt{(-8)^2}$

3)  $C = \sqrt{14^2}$

4)  $D = \sqrt{(-4)^2}$

5)  $E = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}$

6)  $F = \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$

7)  $G = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

8)  $H = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

#### Hướng dẫn giải:

☞ 1)  $A = \sqrt{256}$

Ta có  $A = \sqrt{256} = \sqrt{16^2} = |16| = 16$

hoặc  $A = \sqrt{256} = \sqrt{(-16)^2} = |-16| = 16$

☞ 2)  $B = \sqrt{(-8)^2}$

Ta có  $B = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$

☞ 3)  $C = \sqrt{14^2}$

Ta có  $C = \sqrt{14^2} = |14| = 14$

☞ 4)  $D = \sqrt{(-4)^2}$

Ta có  $D = \sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$

☞ 5)  $E = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}$

Ta có  $E = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = |\sqrt{3} + 1| = \sqrt{3} + 1.$

☞ 6)  $F = \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$

Ta có  $F = \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2} = |\sqrt{5} - 4| = 4 - \sqrt{5}.$

☞ 7)  $G = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

Ta có  $G = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1.$

☞ 8)  $H = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

Ta có  $H = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}.$

**☞ Ví dụ 2:** Tính giá trị các biểu thức sau.

$$1) A = \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}}$$

$$2) A = \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}$$

**Hướng dẫn giải:**

☞ 1)  $A = \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}}$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8(\sqrt{2} - 1)}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{(4 - \sqrt{2})^2}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4(4 - \sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4$$

$$\text{☞ 2) } A = \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}}}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10(2 + \sqrt{3})}}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{(5 - \sqrt{3})^2}}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{3} + 5(5 - \sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{25}.$$

$$= 5.$$

📁 BÀI TẬP TỰ ÔN TẬP.

**Câu 1. Hoàn thành bảng sau:**

<b><math>a</math></b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b><math>a^2</math></b>						
<b><math>\sqrt{a^2}</math></b>						

**Câu 2. Rút gọn các biểu thức sau:**

$$1) A = \sqrt{41 + 12\sqrt{5}}$$

$$2) A = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$$

$$3) A = \sqrt{27 - 10\sqrt{2}}$$

$$4) A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$5) A = \sqrt{28 + 6\sqrt{3}}$$

$$6) A = \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$$

$$7) A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

$$8) A = \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$$

$$9) A = \sqrt{79 + 20\sqrt{3}}$$

$$10) A = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

**Câu 3. Rút gọn các biểu thức sau:**

$$1) A = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{6 - 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}} + \sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{5 + 32\sqrt{69 - 16\sqrt{5}}}}$$

$$2) A = \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{25 - 4\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}} + \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}}$$

$$3) A = \sqrt{4\sqrt{2} - \sqrt{4 + 16\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}} + \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{228 + 50\sqrt{67 - 16\sqrt{3}}}}$$

## CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

### BÀI 3 – LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA & PHÉP KHAI PHƯƠNG

#### A. NỘI DUNG LÝ THUYẾT.

- Với 2 số  $a, b$  không âm, ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
- Với 2 biểu thức  $A, B$  không âm, ta có:  $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$
- Với số  $a$  không âm và số  $b$  dương, ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- Với biểu thức  $A$  không âm và biểu thức  $B$  dương, ta có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

#### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP QUAN TRỌNG.

#### DẠNG 6 – ÁP DỤNG PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA, PHÉP KHAI PHƯƠNG ĐỂ TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC.

##### Phương pháp giải:

Sử dụng các tính chất phép nhân, phép chia, phép khai phương để tính giá trị biểu thức.

$$+ \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0. \quad + \sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}; \quad \text{biểu thức } A, B \geq 0.$$

$$+ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0; b > 0. \quad + \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}; \quad A \geq 0; B > 0.$$

##### ☞ Ví dụ 1: Tính giá trị các biểu thức sau.

1)  $A = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{25}$

2)  $B = \sqrt{0,49} \cdot \sqrt{0,0256} \cdot \sqrt{6,25}$

3)  $C = \sqrt{40} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{63} \cdot \sqrt{1,6}$

4)  $D = \sqrt{80} \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{170}$

5)  $E = \sqrt{\frac{25}{169} \cdot \frac{9}{36} \cdot \frac{121}{625}}$

6)  $F = \sqrt{\frac{0,4}{34} \cdot \frac{17}{0,01} \cdot \frac{90}{256}}$

7)  $G = \sqrt{\frac{21^2 - 20^2}{165^2 - 124^2}}$

8)  $H = \frac{5}{\sqrt{25^2 - 20^2}}$

##### Hướng dẫn giải:

$$\Rightarrow 1) A = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{0,9^2} \cdot \sqrt{0,2^2} \cdot \sqrt{5^2} = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 5 = \mathbf{0,9}$$

$$\Rightarrow 2) B = \sqrt{0,49} \cdot \sqrt{0,0256} \cdot \sqrt{6,25} = \sqrt{0,7^2} \cdot \sqrt{0,16^2} \cdot \sqrt{2,5^2} = 0,7 \cdot 0,16 \cdot 2,5 = \mathbf{0,28}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3) C &= \sqrt{40} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{63} \cdot \sqrt{1,6} = (\sqrt{4} \cdot \sqrt{10}) \cdot \sqrt{7} \cdot (\sqrt{7} \cdot \sqrt{9}) \cdot \sqrt{1,6} \\ &= \sqrt{4} \cdot (\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}) \cdot \sqrt{9} \cdot (\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{10}) = 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 = \mathbf{168} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4) D &= \sqrt{80} \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{170} = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10}) \cdot (\sqrt{17} \cdot \sqrt{2}) \cdot \sqrt{25} \cdot (\sqrt{17} \cdot \sqrt{10}) \\ &= (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) \cdot \sqrt{4} \cdot (\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}) \cdot (\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}) \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 5 = \mathbf{3400} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 5) E = \sqrt{\frac{25}{169} \cdot \frac{9}{36} \cdot \frac{121}{625}} = \sqrt{\frac{25}{169}} \sqrt{\frac{9}{36}} \sqrt{\frac{121}{625}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{169}} \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{36}} \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{625}} = \frac{5}{13} \frac{3}{6} \frac{11}{25} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{130}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 6) F &= \sqrt{\frac{0,4}{34} \cdot \frac{17}{0,01} \cdot \frac{90}{256}} = \sqrt{\frac{0,4}{34}} \sqrt{\frac{17}{0,01}} \sqrt{\frac{90}{256}} = \frac{\sqrt{0,4}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{17}} \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{0,01}} \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{256}} = \frac{(\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{10}) \sqrt{17} \sqrt{9}}{\sqrt{2} \sqrt{17} \sqrt{0,01} \sqrt{256}} \\ &= \frac{\sqrt{4} \sqrt{17} \sqrt{9}}{\sqrt{2} \sqrt{17} \sqrt{0,01} \sqrt{256}} = \frac{2 \sqrt{17} \cdot 3}{\sqrt{2} \sqrt{17} \cdot 0,1 \cdot 16} = \frac{\mathbf{15\sqrt{2}}}{\mathbf{8}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 7) G = \sqrt{\frac{21^2 - 20^2}{165^2 - 124^2}} = \sqrt{\frac{(21 - 20)(21 + 20)}{(165 - 124)(165 + 124)}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 41}{41 \cdot 289}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{41}} \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{289}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{17}}$$

$$\Rightarrow 8) H = \frac{5}{\sqrt{25^2 - 20^2}} = \frac{5}{\sqrt{(25 - 20)(25 + 20)}} = \frac{5}{\sqrt{5 \cdot 45}} = \frac{5}{\sqrt{5} \sqrt{5} \sqrt{9}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

**☞ Ví dụ 2:** Rút gọn các biểu thức sau.

$$1) S = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{578} + \sqrt{128} - \sqrt{242} + \sqrt{72}$$

$$2) S = \sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{432} + \sqrt{27} - \sqrt{147} + \sqrt{12}$$

$$3) S = \sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{245} + \sqrt{180} + \sqrt{720} + \sqrt{320}$$

$$4) S = \sqrt{12} - \sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{98} + \sqrt{108} + \sqrt{432} + \sqrt{192} + \sqrt{128}$$

$$5) S = -\sqrt{27} + \sqrt{50} - \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{8} + \sqrt{147} + \sqrt{98} + \sqrt{32}$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\Rightarrow 1) S = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{578} + \sqrt{128} - \sqrt{242} + \sqrt{72}$$

$$= \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{289 \cdot 2} + \sqrt{64 \cdot 2} - \sqrt{121 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2}.$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{9}\sqrt{2} - \sqrt{4}\sqrt{2} + \sqrt{25}\sqrt{2} - \sqrt{289}\sqrt{2} + \sqrt{64}\sqrt{2} - \sqrt{121}\sqrt{2} + \sqrt{36}\sqrt{2}. \\
 &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 17\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + 6\sqrt{2}. \\
 &= -8\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{☞ 2) } S &= \sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{432} + \sqrt{27} - \sqrt{147} + \sqrt{12} \\
 &= \sqrt{3} - \sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{144 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{49 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3}. \\
 &= \sqrt{3} - \sqrt{16}\sqrt{3} + \sqrt{25}\sqrt{3} - \sqrt{144}\sqrt{3} + \sqrt{9}\sqrt{3} - \sqrt{49}\sqrt{3} + \sqrt{4}\sqrt{3}. \\
 &= \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}. \\
 &= -12\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{☞ 3) } S &= \sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{245} + \sqrt{180} + \sqrt{720} + \sqrt{320} \\
 &= \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5} - \sqrt{16 \cdot 5} + \sqrt{49 \cdot 5} + \sqrt{36 \cdot 5} + \sqrt{144 \cdot 5} + \sqrt{64 \cdot 5}. \\
 &= \sqrt{4}\sqrt{5} - \sqrt{9}\sqrt{5} - \sqrt{16}\sqrt{5} + \sqrt{49}\sqrt{5} + \sqrt{36}\sqrt{5} + \sqrt{144}\sqrt{5} + \sqrt{64}\sqrt{5}. \\
 &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 7\sqrt{5} + 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} + 8\sqrt{5}. \\
 &= 28\sqrt{5}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{☞ 4) } S &= \sqrt{12} - \sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{98} + \sqrt{108} + \sqrt{432} + \sqrt{192} + \sqrt{128} \\
 &= \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{49 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 3} + \sqrt{144 \cdot 3} + \sqrt{64 \cdot 3} + \sqrt{64 \cdot 2}. \\
 &= \sqrt{4}\sqrt{3} - \sqrt{9}\sqrt{2} - \sqrt{16}\sqrt{2} + \sqrt{49}\sqrt{2} + \sqrt{36}\sqrt{3} + \sqrt{144}\sqrt{3} + \sqrt{64}\sqrt{3} + \sqrt{64}\sqrt{2}. \\
 &= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 8\sqrt{2}. \\
 &= (-3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2}) + (2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3}). \\
 &= 8\sqrt{2} + 28\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{☞ 5) } S &= -\sqrt{27} + \sqrt{50} - \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{8} + \sqrt{147} + \sqrt{98} + \sqrt{32} \\
 &= -\sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{49 \cdot 3} + \sqrt{49 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2}. \\
 &= -\sqrt{9}\sqrt{3} + \sqrt{25}\sqrt{2} - \sqrt{4}\sqrt{3} + \sqrt{16}\sqrt{3} + \sqrt{4}\sqrt{2} + \sqrt{49}\sqrt{3} + \sqrt{49}\sqrt{2} + \sqrt{16}\sqrt{2}. \\
 &= -3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}. \\
 &= (5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) + (-3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3}). \\
 &= 18\sqrt{2} + 6\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$



## CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

### BÀI 4 – BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

#### A. NỘI DUNG LÝ THUYẾT.


##### 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

- Với hai biểu thức  $A, B$  trong đó  $B \geq 0$  ta có:
- $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$

##### 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

- Với hai biểu thức  $A, B$  trong đó  $B \geq 0$  ta có:
  - + Nếu  $A \geq 0$  ta có  $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$
  - + Nếu  $A < 0$  ta có  $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$

##### 3. Khử mẫu biểu thức lấy căn:

- Với hai biểu thức  $A, B$  trong đó  $B \neq 0; A \cdot B \geq 0$  ta có  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$
-  **Chú giải:**  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A \cdot B}{B \cdot B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$

##### 4. Trục căn thức ở mẫu:

- Với hai biểu thức  $A, B$  trong đó  $B > 0$  ta có:  $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$
- Với các biểu thức  $A, B, C$  trong đó  $A \geq 0; A \neq B^2$  ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$
- Với các biểu thức  $A, B, C$  trong đó  $A \geq 0; B \geq 0; A \neq B$  ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}$

##### Chú giải:

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{\sqrt{B}\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{\sqrt{B^2}} = \frac{A\sqrt{B}}{|B|}$$

$$\frac{C}{\sqrt{A - B}} = \frac{C(\sqrt{A + B})}{(\sqrt{A - B})(\sqrt{A + B})} = \frac{C(\sqrt{A + B})}{A - B^2}$$

$$\frac{C}{\sqrt{A} + B} = \frac{C(\sqrt{A} - B)}{(\sqrt{A} + B)(\sqrt{A} - B)} = \frac{C(\sqrt{A} - B)}{A - B^2}$$

$$\frac{C}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})} = \frac{C(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{A - B}$$

$$\frac{C}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{(\sqrt{A} + \sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B})} = \frac{C(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}$$

## B. CÁC DẠNG BÀI TẬP QUAN TRỌNG.

### DẠNG 7 – CÁC DẠNG BÀI TẬP BIẾN ĐỔI CƠ BẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

#### Phương pháp giải:

Sử dụng các tính chất phép nhân, phép chia, phép khai phương để tính giá trị biểu thức.

$$+ \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0. \quad + \sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}; \quad \text{biểu thức } A, B \geq 0.$$

$$+ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0; b > 0. \quad + \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}; \quad A \geq 0; B > 0.$$

☞ Ví dụ 1: Đưa thừa số vào trong dấu căn.

1)  $2\sqrt{3}$ .

2)  $7\sqrt{5}$ .

3)  $-3\sqrt{2}$ .

4)  $-4\sqrt{7}$ .

5)  $3a\sqrt{2a}; a \geq 0$ .

6)  $\frac{1}{ab}\sqrt{a^2b^2}; ab > 0$ .

#### Hướng dẫn giải:

☞ 1)  $2\sqrt{3} = \sqrt{4}\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$

☞ 2)  $7\sqrt{5} = \sqrt{49}\sqrt{5} = \sqrt{49 \cdot 5} = \sqrt{245}$

☞ 3)  $-3\sqrt{2} = -\sqrt{9}\sqrt{2} = -\sqrt{9 \cdot 2} = -\sqrt{18}$

☞ 4)  $-4\sqrt{7} = -\sqrt{16}\sqrt{7} = -\sqrt{16 \cdot 7} = -\sqrt{112}$

☞ 5)  $3a\sqrt{2a} = \sqrt{(3a)^2}\sqrt{2a} = \sqrt{(3a)^2 \cdot 2a} = \sqrt{18a^3}$

$$\Rightarrow 6) \frac{1}{ab} \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{ab}\right)^2 \sqrt{a^2 b^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{ab}\right)^2 a^2 b^2} = 1$$

**☞ Ví dụ 2:** Khử mẫu biểu thức lấy căn:

$$1) \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$2) \sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$3) -\sqrt{\frac{18}{13}}$$

$$4) \sqrt{\frac{a}{2}} \text{ với } a \geq 0$$

$$5) \sqrt{\frac{3}{2a}} \text{ với } a \geq 0$$

$$6) \sqrt{\frac{3ab}{2}} \text{ với } ab > 0$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\Rightarrow 1) \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3.5}{5.5}} = \sqrt{\frac{15}{5^2}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{15}}{|5|} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\Rightarrow 2) \sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{2.7}{7.7}} = \sqrt{\frac{14}{7^2}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7^2}} = \frac{\sqrt{14}}{|7|} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\Rightarrow 3) -\sqrt{\frac{18}{13}} = -\sqrt{\frac{18.13}{13.13}} = -\sqrt{\frac{234}{13^2}} = -\frac{\sqrt{234}}{\sqrt{13^2}} = -\frac{\sqrt{234}}{|13|} = -\frac{\sqrt{234}}{13}$$

$$\Rightarrow 4) -\sqrt{\frac{a}{2}} = -\sqrt{\frac{a.2}{2.2}} = -\sqrt{\frac{2a}{2^2}} = -\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2^2}} = -\frac{\sqrt{2a}}{|2|} = -\frac{\sqrt{2a}}{2}$$

$$\Rightarrow 5) \sqrt{\frac{3}{2a}} = \sqrt{\frac{3.2a}{2a.2a}} = \sqrt{\frac{6a}{(2a)^2}} = \frac{\sqrt{6a}}{\sqrt{(2a)^2}} = \frac{\sqrt{6a}}{|2a|} = \frac{\sqrt{6a}}{2a}$$

$$\Rightarrow 6) \sqrt{\frac{3ab}{2}} = \sqrt{\frac{3ab.2}{2.2}} = \sqrt{\frac{6ab}{2^2}} = \frac{\sqrt{6ab}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{6ab}}{|2|} = \frac{\sqrt{6ab}}{2}$$

**☞ Ví dụ 3:** Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau:

$$1) \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$2) \frac{3}{2\sqrt{7}}$$

$$3) \frac{5}{-\sqrt{a}}$$

$$4) \frac{-b}{2\sqrt{ac}}$$

$$5) \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\Rightarrow 1) \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow 2) \frac{3}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{2 \cdot 7} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$$

$$\Rightarrow 3) \frac{5}{-\sqrt{a}} = \frac{5\sqrt{a}}{-\sqrt{a}\sqrt{a}} = \frac{5\sqrt{a}}{-a} = -\frac{5\sqrt{a}}{a}$$

$$\Rightarrow 4) \frac{-b}{2\sqrt{ac}} = \frac{-b\sqrt{ac}}{2\sqrt{ac}\sqrt{ac}} = -\frac{b\sqrt{ac}}{2ac}$$

$$\Rightarrow 5) \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1$$

**✎ Ví dụ 4:** Sắp xếp theo thứ tự tăng dần:

1)  $3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, 4\sqrt{2}, \sqrt{29}$

2)  $6\sqrt{2}, 3\sqrt{7}, \sqrt{38}, 2\sqrt{14}$

**Hướng dẫn giải:**

$\Rightarrow 1) 3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, 4\sqrt{2}, \sqrt{29}$

$$3\sqrt{5} = \sqrt{9}\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}.$$

$$2\sqrt{6} = \sqrt{4}\sqrt{6} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24}.$$

$$4\sqrt{2} = \sqrt{16}\sqrt{2} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{32}.$$

Ta có:  $0 < 24 < 29 < 32 < 45 \Rightarrow \sqrt{24} < \sqrt{29} < \sqrt{32} < \sqrt{45}$

Hay  $2\sqrt{6} < \sqrt{29} < 4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$

Vậy  $2\sqrt{6} < \sqrt{29} < 4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$

$\Rightarrow 2) 6\sqrt{2}, 3\sqrt{7}, \sqrt{38}, 2\sqrt{14}$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{36}\sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72}.$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{9}\sqrt{7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}.$$

$$2\sqrt{14} = \sqrt{4}\sqrt{14} = \sqrt{4 \cdot 14} = \sqrt{56}.$$

Ta có:  $0 < 38 < 56 < 63 < 72 \Rightarrow \sqrt{38} < \sqrt{56} < \sqrt{63} < \sqrt{72}$

Hay  $\sqrt{38} < 2\sqrt{14} < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}$

$$\text{Vậy } \sqrt{38} < 2\sqrt{14} < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}$$

**📁 BÀI TẬP TỰ ÔN TẬP.**

**Câu 1. Tính giá trị biểu thức:**

$$1) S = \sqrt{18} + \sqrt{288} + \sqrt{50} - \sqrt{72} - \sqrt{8} + \sqrt{98} - \sqrt{32}$$

$$2) S = \sqrt{75} + \sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{32} - \sqrt{72} + \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{50}$$

$$3) S = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}} + \sqrt{\frac{41}{9} + \frac{4}{3}\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$4) S = \sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{2}}{256}} - \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{16}} + \sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{2}}{144}} + \sqrt{\frac{51 + 10\sqrt{2}}{2304}}$$

$$5) S = \sqrt{\frac{28 + 6\sqrt{3}}{25}} + \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{225}} - \sqrt{\frac{7 + 4\sqrt{3}}{100}} + \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{9}} + \sqrt{\frac{39 + 12\sqrt{3}}{100}}$$

$$6) S = \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$$

$$7) S = \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}}$$

$$8) S = \sqrt{4\sqrt{2} - \sqrt{4 + 16\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}} + \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{228 + 50\sqrt{67 - 16\sqrt{3}}}}$$

**Câu 2. Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau:**

$$1) \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$3) \frac{10}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$4) \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}}$$

$$5) \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$$

**Câu 3. Rút gọn:**

$$1) S = \sqrt{\frac{36a^2b^6c^8}{4}} \text{ với } a < 0; b < 0$$

$$2) S = \sqrt{\frac{1}{abc}} \left( \sqrt{\frac{abc^2}{4}} + \sqrt{\frac{ab^5c^3}{9}} \right) \text{ với } a > 0; b > 0; c > 0$$

$$3) S = \sqrt{\sqrt{90a^2 + \sqrt{54a^4 - \sqrt{40} - \sqrt{24}}} - \sqrt{24}} \cdot \frac{1}{\sqrt{20 + 2\sqrt{6}}} \text{ với } a > 1$$

$$4) S = \frac{36}{ab^2c} \left( \sqrt{\frac{a^2b^4}{16}} + \sqrt{\frac{ab^3c}{81}} \right) \text{ với } a > 0; b > 0; c > 0$$

**Câu 4. Giải phương trình:**

$$1) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 4$$

$$2) \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 2$$

$$3) \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = 2 - x \text{ (với } x < 2)$$

$$4) \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} = x^2 + 5x + 4 \text{ (với } x^2 + 5x + 4 > 0)$$

$$5) \sqrt{5x + 1} = 4$$

$$6) \sqrt{3 - x} = 7$$

**Câu 5. Cho biểu thức:**

$$A = \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} - \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}$$

a) Tìm điều kiện xác định của **A**

b) Rút gọn **A**

c) Tính **A** tại  $x = 1,5$  &  $x = 5$

**Câu 6. Cho biểu thức:**

$$A = \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}$$

a) Tìm điều kiện xác định của **A**

b) Rút gọn **A**

c) Tính **A** tại  $x = \frac{2}{3}$  &  $x = 5$

**Câu 7. Cho biểu thức:**

$$A = \sqrt{x + 2\sqrt{2x - 4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x - 4}}$$

a) Tìm điều kiện xác định của **A**

b) Rút gọn **A**

c) Tính **A** tại  $x = 1$  &  $x = 20$

**Câu 8. Cho biểu thức:**

$$A = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}} \text{ với } x \geq 2 \text{ hoặc } x < 0$$

a) Rút gọn A

b) Tìm x để  $A \geq \sqrt{32}$

### DẠNG 8 – BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

**Phương pháp giải:**

Sử dụng các tính chất phép nhân, phép chia, phép khai phương để tính giá trị biểu thức.

$$+ \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0. \quad + \sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}; \quad \text{biểu thức } A, B \geq 0.$$

$$+ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0; b > 0. \quad + \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}; \quad A \geq 0; B > 0.$$

**LƯU Ý:**

Một biểu thức  $A = \sqrt{f(x)}$  xác định (hay có nghĩa) khi và chỉ khi  $f(x) \geq 0$ .

Một biểu thức  $B = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$  xác định (hay có nghĩa) khi và chỉ khi  $f(x) > 0$ .

**☞ Ví dụ 1: Rút gọn các biểu thức sau.**

$$1) A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \text{ với } x > 1$$

$$2) A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-1} \right) \text{ với } x > 1$$

$$3) A = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1 \text{ với } x > 1$$

$$4) A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}} \text{ với } x \neq 4; x \neq 16; x > 0$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\Rightarrow 1) A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \text{ với } x > 1$$

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \\ &= \left( \frac{x+2}{\sqrt{x^3}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \\ &= \left( \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \\ &= \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \frac{2}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2) A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-1} \right) \text{ với } x > 1$$

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-1} \right) \\ &= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \frac{(\sqrt{x}+1)+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3) A = \frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1 \text{ với } x > 1$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1 \\ &= \frac{\sqrt{x}(x\sqrt{x}+1)}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} + 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}^3 + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + 1 \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} - (2\sqrt{x} + 1) + 1 \\
 &= x - \sqrt{x}
 \end{aligned}$$

☞ 4)  $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$  với  $x \neq 4; x \neq 16; x > 0$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}} \\
 &= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) - 5 - (\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\
 &= \frac{x - \sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 4)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\
 &= \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 2}
 \end{aligned}$$

**☞ Ví dụ 2:** Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức sau đạt giá trị nguyên.

1)  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$

2)  $A = \frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} - 4}$

3)  $A = \frac{2\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 1}$

☞ 1)  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2) + 1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$$

A nhận giá trị nguyên khi  $\frac{1}{\sqrt{x} - 2}$  nguyên hay  $1 : (\sqrt{x} - 2)$  hay  $(\sqrt{x} - 2) | 1$

Các ước của 1 là:  $-1; 1$

$$\sqrt{x} - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 9$$

$$\sqrt{x} - 2 = -1 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy  $x = 9; x = 1$  thì  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$  nhận giá trị nguyên.

$$\text{☞ 2) } A = \frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} - 4}$$

$$A = \frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} - 4} = \frac{(\sqrt{x} - 4) - 6}{\sqrt{x} - 4} = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 4} - \frac{6}{\sqrt{x} - 4} = 1 - \frac{6}{\sqrt{x} - 4}$$

A nhận giá trị nguyên khi  $\frac{6}{\sqrt{x} - 4}$  nguyên hay  $6 : (\sqrt{x} - 4)$  hay  $(\sqrt{x} - 4) | 6$

Các ước của 1 là:  $-1; 1; -2; 2; -3; 3; -6; 6$

$$\sqrt{x} - 4 = 1 \Leftrightarrow x = 25$$

$$\sqrt{x} - 4 = -1 \Leftrightarrow x = 9$$

$$\sqrt{x} - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 36$$

$$\sqrt{x} - 4 = -2 \Leftrightarrow x = 4$$

$$\sqrt{x} - 4 = 3 \Leftrightarrow x = 49$$

$$\sqrt{x} - 4 = -3 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\sqrt{x} - 4 = 6 \Leftrightarrow x = 100$$

$$\sqrt{x} - 4 = -6 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy  $x \in \{25; 9; 36; 4; 49; 1; 100\}$  thì  $A = \frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} - 4}$  nhận giá trị nguyên.

$$\text{☞ 3) } A = \frac{2\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 1}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2(\sqrt{x} - 1) - 6}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} - \frac{6}{\sqrt{x} - 1} = 2 - \frac{6}{\sqrt{x} - 1}$$

A nhận giá trị nguyên khi  $\frac{6}{\sqrt{x} - 1}$  nguyên hay  $6 : (\sqrt{x} - 1)$  hay  $(\sqrt{x} - 1) | 6$

Các ước của 1 là:  $-1; 1; -2; 2; -3; 3; -6; 6$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 4$$

$$\sqrt{x} - 1 = -1 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\sqrt{x} - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 9$$

$$\sqrt{x} - 1 = -2 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$\sqrt{x} - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 16$$

$$\sqrt{x} - 1 = -3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$\sqrt{x} - 1 = 6 \Leftrightarrow x = 49$$

$$\sqrt{x} - 1 = -6 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy  $x \in \{4; 0; 9; 16; 49\}$  thì  $A = \frac{2\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 1}$  nhận giá trị nguyên.

# CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

## BÀI 5 – CĂN BẬC BA

### A. NỘI DUNG LÝ THUYẾT.

#### 1. Định nghĩa:

*Căn bậc ba của một số a là một số x sao cho  $x^3 = a$*

#### 2. Chú ý:

*Mọi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.*

$$1) A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$$

$$2) \sqrt[3]{AB} \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} \sqrt[3]{B}$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}} \text{ với } B \neq 0$$

$$4) \sqrt[3]{A^3} = (\sqrt[3]{A})^3 = A$$

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP QUAN TRỌNG.

#### DẠNG 9 – CÁC DẠNG BÀI TẬP LIÊN QUAN CĂN BẬC BA

##### Phương pháp giải:

Áp dụng định nghĩa và các tính chất của căn bậc ba.

##### ☞ Ví dụ 1: So sánh.

$$1) 2\sqrt[3]{3} \text{ \& } \sqrt[3]{23}$$

$$2) 5\sqrt[3]{3} \text{ \& } 7$$

$$3) \sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} \text{ \& } 5$$

$$4) 7\sqrt[3]{6} \text{ \& } 6\sqrt[3]{7}$$

##### Hướng dẫn giải:

☞ 1)  $2\sqrt[3]{3} \text{ \& } \sqrt[3]{23}$

$$2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$$

Ta có:  $23 < 24$  suy ra  $\sqrt[3]{23} < \sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$

Vậy  $2\sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{23}$

☞ 2)  $5\sqrt[3]{3} \text{ \& } 7$

$$5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{375}$$

$$7 = \sqrt[3]{7^3} = \sqrt[3]{343}$$

Ta có:  $343 < 375$  suy ra  $\sqrt[3]{343} < \sqrt[3]{375}$  hay  $5\sqrt[3]{3} > 7$

Vậy  $5\sqrt[3]{3} > 7$

☞ 3)  $\sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} & 5$

$$\sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} = \sqrt[3]{216} \quad 5 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125}$$

Ta có:  $125 < 216$  suy ra  $\sqrt[3]{125} < \sqrt[3]{216}$  hay  $\sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} > 5$

Vậy  $\sqrt[3]{(6\sqrt{6})^2} > 5$

☞ 4)  $7\sqrt[3]{6} & 6\sqrt[3]{7}$

$$7\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{7^3\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{7^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{2058}$$

$$6\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{6^3\sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{6^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{1512}$$

Ta có:  $1512 < 2058$  suy ra  $\sqrt[3]{1512} < \sqrt[3]{2058}$  hay  $7\sqrt[3]{6} > 6\sqrt[3]{7}$

Vậy  $7\sqrt[3]{6} > 6\sqrt[3]{7}$

**☞ Ví dụ 2: Tính giá trị các biểu thức.**

1)  $A = (\sqrt[3]{4} + 1)^3 - (\sqrt[3]{4} - 1)^3$

2)  $B = (\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})$

3)  $C = \sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{216}$

4)  $D = (\sqrt[3]{-343} + \sqrt[3]{0,064} + \sqrt[3]{729})\sqrt[3]{27}$

**Hướng dẫn giải:**

☞ 1)  $A = (\sqrt[3]{4} + 1)^3 - (\sqrt[3]{4} - 1)^3$

$$= [(\sqrt[3]{4} + 1) - (\sqrt[3]{4} - 1)] [(\sqrt[3]{4} + 1)^2 + (\sqrt[3]{4} + 1)(\sqrt[3]{4} - 1) + (\sqrt[3]{4} - 1)^2]$$

$$= 2 [((\sqrt[3]{4})^2 + 2\sqrt[3]{4} + 1) + ((\sqrt[3]{4})^2 - 1) + ((\sqrt[3]{4})^2 - 2\sqrt[3]{4} + 1)]$$

$$= 2 [3(\sqrt[3]{4})^2 + 1]$$

$$= 6\sqrt[3]{16} + 2$$

Hoặc

$$\begin{aligned}
 &= \left[ (\sqrt[3]{4})^3 + 3(\sqrt[3]{4})^2 + 3\sqrt[3]{4} + 1 \right] - \left[ (\sqrt[3]{4})^3 - 3(\sqrt[3]{4})^2 + 3\sqrt[3]{4} - 1 \right] \\
 &= (\sqrt[3]{4})^3 + 3(\sqrt[3]{4})^2 + 3\sqrt[3]{4} + 1 - (\sqrt[3]{4})^3 + 3(\sqrt[3]{4})^2 - 3\sqrt[3]{4} + 1 \\
 &= 6(\sqrt[3]{4})^2 + 2 \\
 &= 6\sqrt[3]{16} + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 2) \mathbf{B} &= (\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) \\
 &= \sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) - \sqrt[3]{6}(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) + \sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) \\
 &= \sqrt[3]{9\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{9\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{6\sqrt[3]{3}} - \sqrt[3]{6\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{4\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{4\sqrt[3]{2}} \\
 &= \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{8} \\
 &= \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{8} \\
 &= 3 + 2 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 3) \mathbf{C} &= \sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{216} \\
 &= \sqrt[3]{(-4)^3} - \sqrt[3]{5^3} + \sqrt[3]{6^3} \\
 &= -4 - 5 + 6 \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 4) \mathbf{D} &= (\sqrt[3]{-343} + \sqrt[3]{0,064} + \sqrt[3]{729})\sqrt[3]{27} \\
 &= (\sqrt[3]{(-7)^3} - \sqrt[3]{0,4^3} + \sqrt[3]{9^3})\sqrt[3]{3^3} \\
 &= [-7 - 0,4 + 9]3 \\
 &= 4,8
 \end{aligned}$$

**✎ Ví dụ 3: Tìm x.**

$$1) \sqrt[3]{2x + 1} = 3$$

$$2) \sqrt[3]{2 - 3x} = -2$$

$$3) \sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$$

$$4) \sqrt[3]{x - 1} + 1 = x$$

**Hướng dẫn giải:**

☞ 1)  $\sqrt[3]{2x+1} = 3$

$$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{2x+1})^3 = 3^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 27 \Leftrightarrow x = 13$$

Vậy tập nghiệm  $S = \{ 13 \}$

☞ 2)  $\sqrt[3]{2-3x} = -2$

$$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{2-3x})^3 = (-2)^3 \Leftrightarrow 2-3x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

Vậy tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$

☞ 3)  $\sqrt[3]{x^3+9x^2} = x+3$

$$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{x^3+9x^2})^3 = (x+3)^3 \Leftrightarrow x^3+9x^2 = (x+3)^3 \Leftrightarrow x^3+9x^2 = (x+3)^3$$

$$\Leftrightarrow x^3+9x^2 = x^3+9x^2+27x+27 \Leftrightarrow 27x+27 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy tập nghiệm  $S = \{ 1 \}$

☞ 4)  $\sqrt[3]{x-1} + 1 = x$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x-1} = x-1 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x-1})^3 = (x-1)^3 \Leftrightarrow x-1 = (x-1)^3$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[(x-1)^2-1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ (x-1)^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ (x-1)^2=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=0 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm  $S = \{ 0; 1; 2 \}$

## CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

### ÔN TẬP CHƯƠNG I

#### Bài số 1

**Câu 1.** So sánh:

1)  $\sqrt{6} + 5$  & 7

3)  $\sqrt{8} - 2$  & 1

2)  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  & 3

4)  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$  &  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$

**Câu 2.** Rút gọn:

1)  $A = \sqrt{\frac{41 + 12\sqrt{5}}{9}} - \sqrt{\frac{6 - 2\sqrt{5}}{4}} + \frac{\sqrt{27 - 10\sqrt{2}}}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}}$

2)  $B = \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{16}} + \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{9}} - \sqrt{\frac{28 + 6\sqrt{3}}{25}}$

3)  $C = \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}}$

**Câu 3.** Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để các biểu thức sau nguyên:

1)  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$

2)  $A = \frac{2\sqrt{x} - 5}{2\sqrt{x} + 1}$

3)  $A = \frac{\sqrt{x} - 12}{\sqrt{x} - 4}$

4)  $A = \frac{4\sqrt{x} + 8}{2\sqrt{x} - 1}$

5)  $A = \frac{9\sqrt{x} + 3}{3\sqrt{x} + 6}$

6)  $A = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$

**Câu 4.** Cho  $A = \frac{x\sqrt{x} - 1}{x + \sqrt{x} + 1} : \frac{x^2 - 2x + 1}{x + x\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để A nguyên.

b) Tìm  $x$  để  $A \geq -2$ .

c) Tìm  $x$  để  $A = 1, 2$ .

----- Hết -----



## Bài số 2

**Câu 1.** Tính giá trị biểu thức:

$$1) A = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{45} - \sqrt{20})$$

$$2) B = \left( \frac{\sqrt{21} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} - 1} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) \left( \frac{1}{2}\sqrt{6} - \sqrt{\frac{3}{2}} + 3\sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

$$3) C = 2\sqrt{3} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \left( \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3}$$

$$4) D = \left( \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}$$

$$5) E = \frac{(\sqrt{28} - \sqrt{12} - \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{21}}{(2 + \sqrt{5} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{5} - \sqrt{3})}$$

**Câu 2.** Tìm  $x$ :

$$1) 5\sqrt{2x} - 2\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 2$$

$$2) \sqrt{4x + 20} - 3\sqrt{5 + x} + 7\sqrt{9x + 45} = 20$$

$$3) \sqrt{1 - 4x + 4x^2} = 5$$

$$4) \sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0$$

$$5) \sqrt[3]{5x + 2} = -2$$

$$6) \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + x} - 1 = x$$

**Câu 3.** Cho biểu thức A như sau:

$$A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}} \quad (\text{Với } x > 0; y > 0)$$

a) Rút gọn A.

b) Tính A biết  $x = 9$  &  $y = 25$ .

----- Hết -----

## Đáp án Bài số 1

Câu 1. So sánh

$$\sqrt{6} + 5 > 7$$

$$\sqrt{8} - 2 < 1$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} > 3$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} < \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

Câu 2. Rút gọn:

$$\begin{aligned} 1) & \sqrt{\frac{41 + 12\sqrt{5}}{9}} - \sqrt{\frac{6 - 2\sqrt{5}}{4}} + \frac{\sqrt{27 - 10\sqrt{2}}}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{5} + 6)^2}}{\sqrt{9}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}}{\sqrt{4}} + \frac{\sqrt{(5 - \sqrt{2})^2}}{\sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{|\sqrt{5} + 6|}{3} - \frac{|\sqrt{5} - 1|}{2} + \frac{|5 - \sqrt{2}|}{|1 + \sqrt{2}| - \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 6}{3} - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + \frac{5 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 6}{3} - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + 5 - \sqrt{2} \\ &= \frac{(\sqrt{5} + 6)2 - (\sqrt{5} - 1)3 + (5 - \sqrt{2})6}{6} \\ &= \frac{45 - 6\sqrt{2} - \sqrt{5}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{16}} + \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{9}} - \sqrt{\frac{28 + 6\sqrt{3}}{25}} \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}}{\sqrt{16}} + \frac{\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2}}{\sqrt{9}} - \frac{\sqrt{(1 + 3\sqrt{3})^2}}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{|\sqrt{2} - 1|}{4} + \frac{|1 + \sqrt{3}|}{3} - \frac{|1 + 3\sqrt{3}|}{5} \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{4} + \frac{1 + \sqrt{3}}{3} - \frac{1 + 3\sqrt{3}}{5} \end{aligned}$$

$$= \frac{15(\sqrt{2} - 1) + 20(1 + \sqrt{3}) - 12(1 + 3\sqrt{3})}{60}$$

$$= \frac{15\sqrt{2} - 16\sqrt{3} - 7}{60}$$

$$3) \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{10 - 8(\sqrt{2} - 1)}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4\sqrt{(4 - \sqrt{2})^2}}$$

$$= \sqrt{4\sqrt{2} + 4(4 - \sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4$$

**Câu 3.** Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để các biểu thức sau nguyên:

$$1) A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2) + 1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$$

$A$  nhận giá trị nguyên khi  $\frac{1}{\sqrt{x} - 2}$  nguyên hay  $1 : (\sqrt{x} - 2)$  hay  $(\sqrt{x} - 2) | 1$

Các ước của 1 là:  $-1; 1$

$$\sqrt{x} - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 9$$

$$\sqrt{x} - 2 = -1 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy  $x = 9; x = 1$  thì  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 4.** Cho  $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{x^2-2x+1}{x+x\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$

**a) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A$  nguyên.**

$$\begin{aligned} A &= \frac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{x^2-2x+1}{x+x\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{(x-1)^2}{x(1+\sqrt{x})} \\ &= (\sqrt{x}-1) \cdot \frac{x(1+\sqrt{x})}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

$$A = \frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

$\Rightarrow A$  nguyên khi  $1 : (x-1)$  hay  $(x-1)$  là ước của 1.

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases}$$

**b) Tìm  $x$  để  $A \geq -2$ .**

$$A = \frac{x}{x-1} \geq -2 \Leftrightarrow \frac{x}{x-1} + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

**c) Tìm  $x$  để  $A = 1, 2$ .**

$$A = \frac{x}{x-1} = 1,2 \Leftrightarrow x = 1,2(x-1) \Leftrightarrow x = 6$$

## Đáp án Bài số 2

Câu 1. Tính giá trị biểu thức:

$$\begin{aligned}
 1) \mathbf{A} &= \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{45} - \sqrt{20}) \\
 &= \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{9}\sqrt{5} - \sqrt{4}\sqrt{5}) \\
 &= |\sqrt{3} - \sqrt{5}|(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \\
 &= (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - \sqrt{5} \\
 &= (5 - 3) - \sqrt{5} \\
 &= 2 - \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \mathbf{B} &= \left( \frac{\sqrt{21} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} - 1} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) \left( \frac{1}{2}\sqrt{6} - \sqrt{\frac{3}{2}} + 3\sqrt{\frac{2}{3}} \right) \\
 &= \left[ \frac{\sqrt{3}(\sqrt{7} - 1)}{\sqrt{7} - 1} - \frac{-\sqrt{3}(1 - \sqrt{5})}{1 - \sqrt{5}} \right] \left( \frac{1}{2}\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{6} + \sqrt{6} \right) \\
 &= (\sqrt{3} + \sqrt{3})\sqrt{6} \\
 &= 2\sqrt{3}\sqrt{6} \\
 &= 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \mathbf{C} &= 2\sqrt{3} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \left( \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3} \\
 &= 2\sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \left( \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3} + \sqrt{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 &= 2\sqrt{3} + |2 - \sqrt{3}| + \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 &= 2\sqrt{3} + (2 - \sqrt{3}) + \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 &= \frac{8}{3} + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$4) \mathbf{D} = \left( \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(5 - \sqrt{5})^2 + (5 + \sqrt{5})^2}{(5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})} \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \\
 &= \frac{(5 - \sqrt{5})^2 + (5 + \sqrt{5})^2}{(5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})} \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} \\
 &= 3|2 - \sqrt{3}| \\
 &= 3(2 - \sqrt{3}) \\
 &= 6 - 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \text{ E} &= \frac{(\sqrt{28} - \sqrt{12} - \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{21}}{(2 + \sqrt{5} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{5} - \sqrt{3})} \\
 &= \frac{(\sqrt{4}\sqrt{7} - \sqrt{4}\sqrt{3} - \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{3}\sqrt{7}}{(2 + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{(2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} - \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{3}\sqrt{7}}{(2 + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})\sqrt{7} + 2\sqrt{3}\sqrt{7}}{(2 + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3})\sqrt{7}}{6 + 4\sqrt{5}} \\
 &= \frac{7}{6 + 4\sqrt{5}} \\
 &= \frac{7(2\sqrt{5} - 3)}{22}
 \end{aligned}$$

**Câu 2. Tìm x:**

$$1) 5\sqrt{2x} - 2\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 2$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x \geq 0 \\ 8x \geq 0 \\ 18x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$$

$$(1) \Leftrightarrow 5\sqrt{2x} - 4\sqrt{2x} + 21\sqrt{2x} = 2 \Leftrightarrow 22\sqrt{2x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2x} = \frac{1}{11}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{1}{121} \Leftrightarrow x = \frac{1}{242} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{1}{242} \right\}$

$$2) \sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + 7\sqrt{9x+45} = 20$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 4x+20 \geq 0 \\ 5+x \geq 0 \\ 9x+45 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$(1) \Leftrightarrow 2\sqrt{5+x} - 3\sqrt{5+x} + 21\sqrt{5+x} = 20 \Leftrightarrow 20\sqrt{5+x} = 20 \Leftrightarrow \sqrt{5+x} = 1$$

$$\Leftrightarrow 5+x = 1 \Leftrightarrow x = -4 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-4\}$

$$3) \sqrt{1-4x+4x^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1-2x)^2} = 5 \Leftrightarrow |1-2x| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = 5 \\ 1-2x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-2; 3\}$

$$4) \sqrt{x^2-9} - 3\sqrt{x-3} = 0$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2-9 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 3 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(x+3)} - 3\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3}\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x-3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}(\sqrt{x+3} - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = 0 \\ \sqrt{x+3} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \\ \sqrt{x+3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x+3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 6 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{3; 6\}$

$$5) \sqrt[3]{5x+2} = -2$$

$$\Leftrightarrow 5x+2 = (-2)^3 \Leftrightarrow 5x+2 = -8 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-2\}$

$$6) \sqrt[3]{x^3+2x^2+x} - 1 = x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3+2x^2+x} = x+1 \Leftrightarrow x^3+2x^2+x = (x+1)^3 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-1\}$

**Câu 3.** Cho biểu thức A như sau:

$$A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}} \quad (\text{Với } x > 0; y > 0)$$

a) Rút gọn A.

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{x+y}{xy} \right) : \frac{(\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}) + (y\sqrt{x} + x\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(x+y)} \\
 &= \left( \frac{2}{\sqrt{x}\sqrt{y}} + \frac{x+y}{xy} \right) : \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y) + \sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}(x+y)} \\
 &= \frac{2\sqrt{xy} + x + y}{xy} : \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y + \sqrt{xy})}{\sqrt{xy}(x+y)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} : \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)}{\sqrt{xy}(x+y)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \\
 &= \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}
 \end{aligned}$$

b) Tính A biết  $x = 9$  &  $y = 25$ .

$$A = \frac{1}{\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$