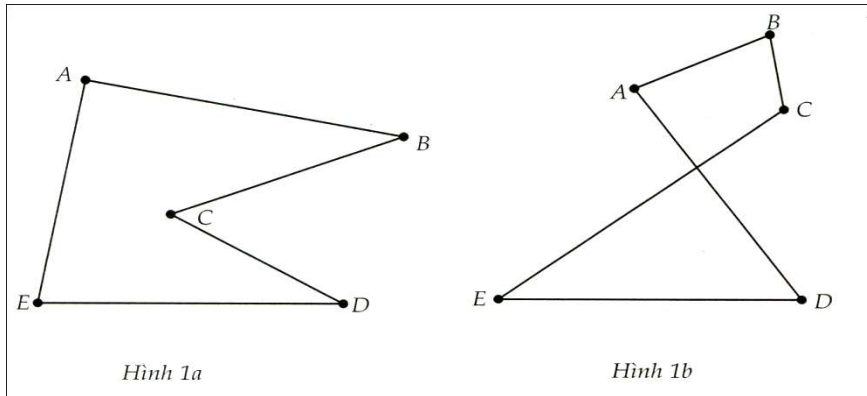


# ĐA GIÁC - ĐA GIÁC ĐỀU

## I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

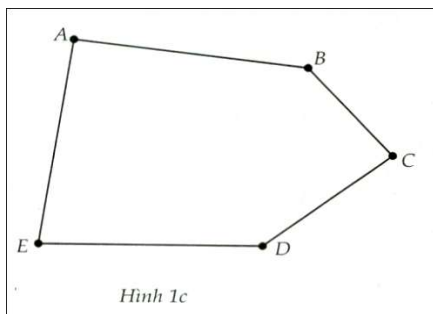
### 1. Đa giác

Đa giác  $A_1A_2\dots A_n$  là hình gồm  $n$  đoạn thẳng  $A_1A_2; A_2A_3; \dots; A_nA_1$  trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng (Hình 1a; 1b).



### 2. Đa giác lồi

Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác (Hình 1c).



*Lưu ý:* Trong chương trình THCS, chúng ta sẽ chỉ xét các đa giác lồi. Vì vậy, nếu không giải thích gì thêm, chúng ta viết "đa giác" để thay cho "đa giác lồi".

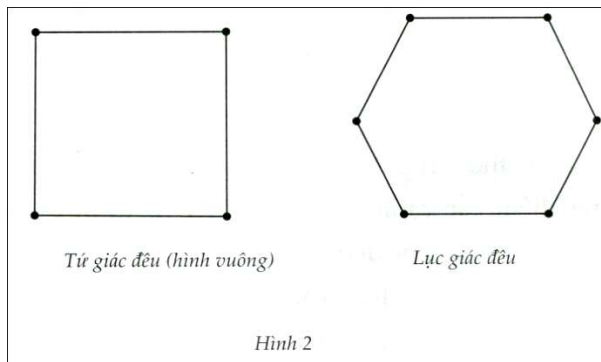
### 3. Các khái niệm khác

\* Một đa giác có  $n$  đỉnh được gọi  $n$ -giác.

*Ví dụ:* tam giác, tứ giác, ngũ giác, thập giác, ..., 100 - giác.

\* Đường chéo của đa giác là các đoạn thẳng nối hai đỉnh không kề nhau của đa giác đó.

\* Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau (Hình 2).



## B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

### A. CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

#### Dạng 1. Nhận biết đa giác

*Phương pháp giải:* Sử dụng định nghĩa đa giác trong phần Tóm tắt lý thuyết ở trên.

**Bài 1:** Cho lục giác  $ABCDEF$ . Kẻ các đường chéo  $AC$ ,  $AD$ ,  $AE$ . Kể tên các đa giác có trong hình vẽ

**Bài 2:** Cho tam giác đều  $ABC$ , các đường cao  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $I$ ,  $K$ ,  $M$  theo thứ tự là trung điểm của  $HA$ ,  $HB$ ,  $HC$ . Chứng minh rằng  $DKFIEM$  là lục giác đều.

**Bài 3:** Đa giác nào có số đường chéo bằng số cạnh?

#### Dạng 2: Tính chất về góc của đa giác.

*Phương pháp giải:* Tổng các góc trong của đa giác  $n$  cạnh ( $n > 2$ ) là  $(n-2).180^\circ$ .

#### Bài 4:

a) Tính tổng các góc của đa giác 17 cạnh.

b) Đa giác bao nhiêu cạnh thì có tổng các góc bằng  $2160^\circ$ ?

**Bài 5:** Góc ngoài của đa giác là góc kề bù với một góc của đa giác. Ta coi ở mỗi đỉnh của đa giác có một góc ngoài. Chứng minh rằng tổng các góc ngoài của đa giác bằng  $360^\circ$ .

#### Dạng 3: Tính chất về đường chéo của đa giác.

*Phương pháp giải:* Xét số đường chéo xuất phát từ một đỉnh.

**Bài 6:** Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 42.

**Bài 7:** Chứng minh rằng trong ngũ giác, tổng các đường chéo lớn hơn chu vi.

**Dạng 4: Đa giác đều.**

*Phương pháp giải:* Sử dụng định nghĩa đa giác đều, công thức tính góc của đa giác đều:

Số đo mỗi góc của  $n$  - giác đều là  $\frac{(n-2).180^{\circ}}{n}$ .

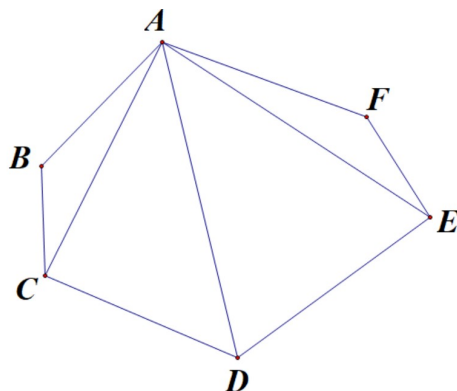
**Bài 8:** Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều, lục giác đều (đa giác đều 6 cạnh), bát giác đều (đa giác đều 8 cạnh).

**Bài 9:** Tính số cạnh của một đa giác đều, biết mỗi góc của nó bằng  $140^{\circ}$ .

**Bài 10:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $EF$ ,  $N$  là trung điểm của  $BD$ . Chứng minh rằng  $AMN$  là tam giác đều.

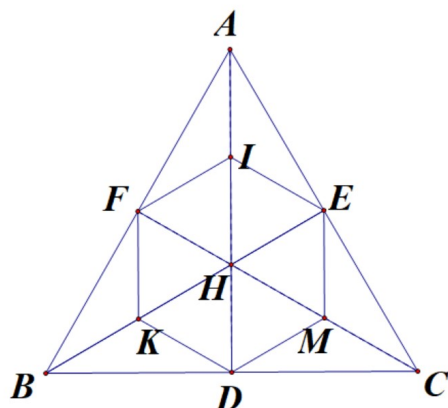
## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

**Bài 1:**



- 4 tam giác:  $ABC, ACD, ADE, AEF$ .
- 3 tứ giác:  $ABCD, ACDE, ADEF$ .
- 2 ngũ giác:  $ABCDE, ACDEF$ .
- 1 lục giác:  $ABCDEF$ .

**Bài 2:**



Xét  $\triangle HDC$  vuông tại  $D$ ,  $DM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên  $DM = HM$ . Ta lại có  $\widehat{C}_1 = 30^\circ$  nên  $\widehat{H}_1 = 60^\circ$ . Do đó  $\triangle HDM$  là tam giác đều.

Tương tự các tam giác  $HME, HEI, HIF, HFK, HKD$  là các tam giác đều.

Lục giác  $DKFIEM$  có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau (bằng  $120^\circ$ ) nên là lục giác đều.

**Bài 3:**

Gọi số cạnh của đa giác là  $n$ . Khi ấy tổng số đường chéo của đa giác là:  $\frac{n(n-3)}{2}$

$$\Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n^2 - 5n = 0 \Rightarrow n(n-5) = 0 \Rightarrow n = 5$$

**Bài 4:**

a)  $(17-2).180^\circ = 2700^\circ$

b) Gọi số cạnh của đa giác là  $n$ . Khi ấy tổng số đo các góc của đa giác là:  
 $(n-2).180^\circ = 2160^\circ \Rightarrow n = 14$ .

**Bài 5:**

Tổng các góc trong và ngoài của đa giác tại một đỉnh bằng  $180^\circ$ , tại  $n$  đỉnh bằng  $n.180^\circ$

Ta đã biết tổng các góc trong của đa giác bằng  $(n-2).180^\circ$

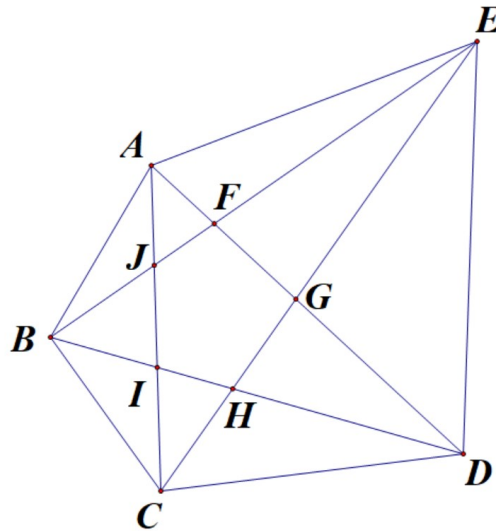
Vậy tổng các góc ngoài của đa giác bằng:  $n.180^\circ - (n-2).180^\circ = 2.180^\circ = 360^\circ$ .

**Bài 6:**

Gọi số cạnh của đa giác là  $n$ . Khi ấy tổng số đường chéo của đa giác là:  $\frac{n(n-3)}{2}$

$$\Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} - n = 42 \Rightarrow n^2 - 5n - 84 = 0 \Rightarrow (n-12)(n+7) = 0 \Rightarrow n = 12$$

**Bài 7:**



Đặt tên các giao điểm của các đường chéo như hình vẽ. Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác:

$$AF + FE > AE$$

$$EG + GD > ED$$

$$HD + HC > CD$$

$$IC + IB > CB$$

$$JB + JA > AB$$

Cộng vế ta thấy vế trái lớn hơn chu vi của ngũ giác. Mà vế phải lại nhỏ hơn tổng độ dài các đường chéo  $\Rightarrow$  đpcm

**Bài 8:** Số đo mỗi góc của:

- Ngũ giác đều:  $\frac{(5-2).180^\circ}{5} = 108^\circ$

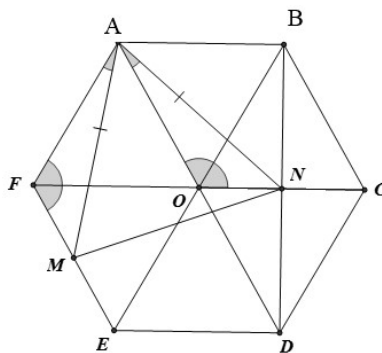
- Lục giác đều:  $\frac{(6-2).180^\circ}{6} = 120^\circ$

- Bát giác đều:  $\frac{(8-2).180^\circ}{8} = 135^\circ$

**Bài 9:** Gọi số cạnh của đa giác đều là  $n$ . Khi ấy số đo mỗi góc là  $\frac{(n-2).180^\circ}{n} = 140^\circ$

$$\Rightarrow (n-2).180^\circ = n.140^\circ \Rightarrow n = 9$$

**Bài 10:**



Gọi  $O$  là giao điểm của  $AD, BE, CF$ .

Tam giác  $OBC, OCD$  có  $OB = OC = OD$ ,  $\widehat{OCB} = \widehat{OCD} = 60^\circ$

$\Rightarrow$  Tam giác  $OBC, OCD$  đều

$\Rightarrow OBCD$  là hình thoi

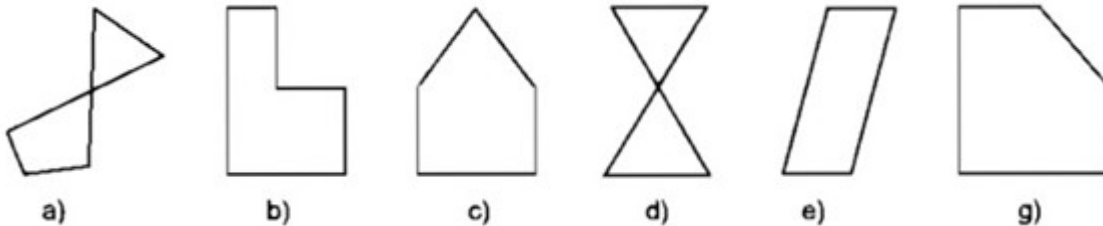
$\Rightarrow N$  là trung điểm của  $OC$ ,  $\triangle AFM = \triangle AON$  (c.g.c).

Từ đó  $AM = AN$  và  $\widehat{MAN} = 60^\circ$  nên  $\triangle AMN$  là tam giác đều.

## B. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

### Dạng 1: Nhận biết đa giác.

**Bài 1:** Trong các hình dưới đây hình nào là đa giác lồi? Vì sao?



**Bài 2:** Cho mỗi hình sau có phải đa giác đều không?

- a) Hình thoi
- b) Hình chữ nhật

**Bài 3:** Mỗi câu sau đây đúng hay sai ?

- a. Tam giác và tứ giác không phải là đa giác
- b. Hình gồm  $n$  đoạn thẳng đôi một có một điểm chung được gọi là đa giác (với  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 2)
- c. Hình gồm  $n$  đoạn thẳng ( $n$  là số tự nhiên lớn hơn 2) trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng được gọi là đa giác.
- d. Hình tạo bởi nhiều hình tam giác được gọi là đa giác
- e. Đa giác luôn nằm trong nửa mặt phẳng cho trước được gọi là đa giác lồi
- f. Đa giác luôn nằm trong nửa mặt phẳng có bờ là một đường thẳng chứa một cạnh của nó được gọi là đa giác lồi
- g. Hình gồm hai đa giác lồi cho trước là một đa giác lồi.

### Dạng 2: Tính chất về góc của đa giác.

**Bài 4:** Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều, lục giác đều, bát giác đều ( đa giác đều 8 cạnh).

**Bài 5:** Tính tổng các góc của đa giác 15 cạnh.

### Dạng 3: Tính chất về đường chéo của đa giác.

**Bài 6:** Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 7.

**Bài 7:**

- a) Tính số đường chéo của đa giác  $n$  cạnh.  
b) Đa giác nào có số đường chéo bằng số cạnh?

**Dạng 4: Đa giác đều.**

**Bài 8:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $EF$ ,  $N$  là trung điểm của  $BD$ . Chứng minh rằng  $AMN$  là tam giác đều.

**Bài 9:** Tính số cạnh của một đa giác đều, biết mỗi góc của nó bằng  $135^\circ$ .

**Bài 10:** Cho tam giác đều  $ABC$  các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $I, K, M$  theo thứ tự là trung điểm của  $HA, HB, HC$ . Chứng minh rằng  $DKFIEM$  là lục giác đều.



## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

### Bài 1:

Các hình c,e,g là các đa giác lồi vì đa giác nằm trên một nửa mặt phẳng với bờ chứa bất kì cạnh nào của đa giác.

Các hình a,b,d không phải là đa giác lồi vì đa giác nằm trên hai nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng chứa cạnh của đa giác.

### Bài 2:

a) Hình thoi có tất cả các cạnh bằng nhau nhưng các góc có thể không bằng nhau nên hình thoi không buộc phải là đa giác đều.

b) Hình chữ nhật có tất cả các góc bằng nhau nhưng các cạnh có thể không bằng nhau nên hình chữ nhật không buộc phải là đa giác đều.

### Bài 3:

a. Sai; b. Sai; c. Đúng; d. Sai; e. Sai; f. Sai; g. Sai

**Bài 4:** Mỗi góc của ngũ giác đều bằng:  $\frac{(5-2).180^\circ}{5} = 108^\circ$

Mỗi góc của lục giác đều bằng:  $\frac{(6-2).180^\circ}{6} = 120^\circ$

Mỗi góc của bát giác đều bằng:  $\frac{(8-2).180^\circ}{8} = 135^\circ$

**Bài 5:** 26 v. (Tạo được 13 tam giác)

**Bài 6: Tìm cách giải.** Bài này biết mối liên hệ giữa số đường chéo và số cạnh nên hiển nhiên chúng ta đặt số cạnh của đa giác là  $n$  biểu thị số đường chéo là  $\frac{n(n-3)}{2}$  từ đó ta tìm được số cạnh.

### Trình bày lời giải

Đặt số cạnh của đa giác là  $n$  ( $n \geq 3$ ) thì số đường chéo là  $\frac{n(n-3)}{2}$  theo đề bài ta có:

$$\frac{n(n-3)}{2} - n = 7 \Leftrightarrow n^2 - 5n - 14 = 0 \Leftrightarrow (n+2)(n-7) = 0$$

Vì  $n \geq 3$  nên  $n-7 = 0 \Leftrightarrow n = 7$  Vậy số cạnh của đa giác là 7.

### Bài 7:

a) Từ mỗi đỉnh của hình  $n$  – giác lồi, kẻ được  $n-1$  đoạn thẳng đến các đỉnh còn lại, trong đó có hai đoạn thẳng là cạnh của đa giác,  $n-3$  đoạn thẳng là đường chéo.

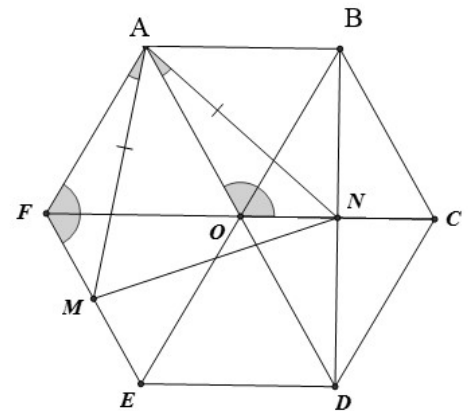
Đa giác có  $n$  đỉnh nên kẻ được  $n(n-3)$  đường chéo, trong đó mỗi đường chéo tính 2

lần. Vậy số đường chéo của hình  $n$ - giác lồi là  $\frac{n(n-3)}{2}$ .

b) Giải phương trình  $\frac{n(n-3)}{2} = n$ . Ta được  $n = 5$

**Bài 8:** Gọi  $O$  là giao điểm của  $AD, BE, CF$ . Dễ dàng chứng minh  $N$  là trung điểm của  $OC$ ,  $\Delta AFM = \Delta AON$  (c.g.c).

Từ đó  $AM = AN$  và  $\widehat{MAN} = 60^\circ$  nên  $\Delta AMN$  là tam giác đều.



**Bài 9:** Gọi  $n$  là số cạnh của đa giác đều.

Ta có  $\frac{(n-2).180^\circ}{n} = 135^\circ$  nên  $\frac{n-2}{n} = \frac{135}{180} = \frac{3}{4}$ .

Do đó  $4(n-2) = 3n$ . Vậy  $n = 8$ .

**Bài 10:** Xét  $\Delta HDC$  vuông tại  $D$ ,  $DM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên  $DM = HM$ . Ta lại có  $\widehat{C}_1 = 30^\circ$  nên  $\widehat{H}_1 = 60^\circ$ . Do đó  $\Delta HDM$  là tam giác đều.

Tương tự các tam giác  $HME, HEI, HIF, HFK, HKD$  là các tam giác đều.

Lục giác  $DKFIEM$  có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau (bằng  $120^\circ$ ) nên là lục giác đều.

