

CHƯƠNG 3
BÀI 9. PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- + Học sinh phát biểu được khái niệm số nghịch đảo và biết cách tìm số nghịch đảo của một số khác 0.
- + Phát biểu và vận dụng được quy tắc chia hai phân số.

❖ **Kĩ năng**

- + Thực hiện được phép chia phân số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Số nghịch đảo

- Hai số được gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.
- Mỗi số khác 0 có duy nhất một số nghịch đảo với số đó.

Ví dụ: 2 và $\frac{1}{2}$ là hai số nghịch đảo

Quy tắc chia phân số

- Muốn chia một phân số hoặc một số nguyên cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

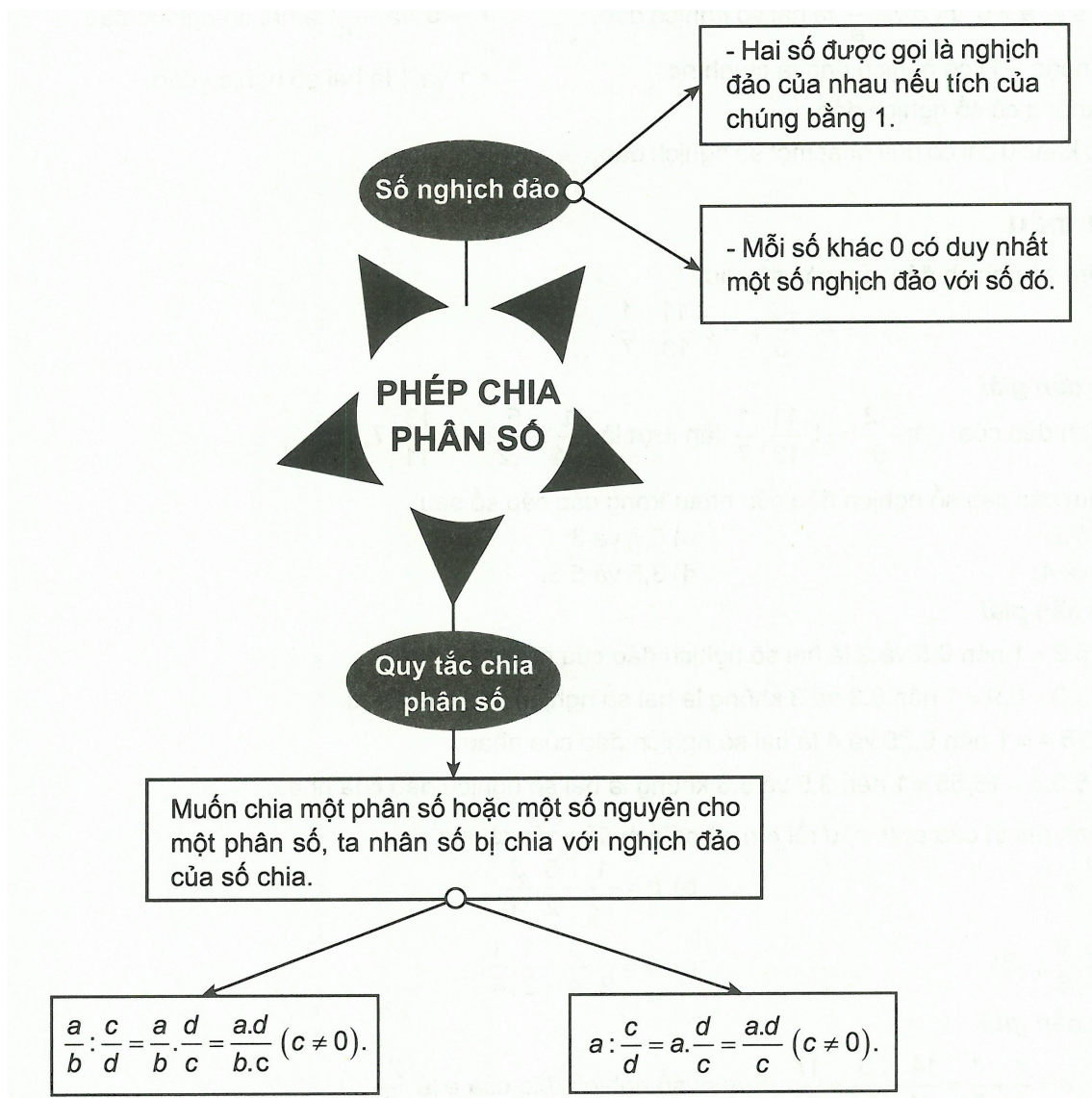
Ví dụ:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 4} = \frac{3}{2};$$

$$3 : \frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{5}{3} = 5.$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}; \quad a : \frac{c}{d} = a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{c} \quad (c \neq 0).$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm số nghịch đảo của một số cho trước

Phương pháp giải

Hai số gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

Nhận xét:

- Với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $a \neq 0, b \neq 0$ thì $\frac{a}{b}$ và $\frac{b}{a}$ là hai số nghịch đảo.
- Với $a \in \mathbb{Z}, a \neq 0$ thì a và $\frac{1}{a}$ là hai số nghịch đảo.
- Số 1 (hoặc -1) có nghịch đảo là chính nó.
- Số 0 không có số nghịch đảo.
- Mỗi số khác 0 chỉ có duy nhất một số nghịch đảo.

Ví dụ:

- $\frac{2}{3}$ và $\frac{3}{2}$ là hai số nghịch đảo.
- -5 và $\frac{1}{-5}$ là hai số nghịch đảo.
- 1 và 1 là hai số nghịch đảo.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm số nghịch đảo của các số sau:

$$-4; \frac{-2}{5}; -1; \frac{11}{13}; \frac{1}{7}.$$

Hướng dẫn giải

Số nghịch đảo của $-4; \frac{-2}{5}; -1; \frac{11}{13}; \frac{1}{7}$ lần lượt là $\frac{1}{-4}; \frac{5}{-2}; -1; \frac{13}{11}; 7$.

Ví dụ 2. Tìm các cặp số nghịch đảo của nhau trong các cặp số sau:

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 0,5 và 2; | b) 0,3 và 3; |
| c) 0,25 và 4; | d) 3,5 và 5,3. |

Hướng dẫn giải

- Vì $0,5 \cdot 2 = 1$ nên 0,5 và 2 là hai số nghịch đảo của nhau.
- Vì $0,3 \cdot 3 = 0,9 \neq 1$ nên 0,3 và 3 không là hai số nghịch đảo của nhau.
- Vì $0,25 \cdot 4 = 1$ nên 0,25 và 4 là hai số nghịch đảo của nhau.
- Vì $3,5 \cdot 5,3 = 18,55 \neq 1$ nên 3,5 và 5,3 không là hai số nghịch đảo của nhau.

Ví dụ 3. Tính giá trị của a, b, c, d rồi tìm số nghịch đảo của chúng.

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| a) $a = \frac{2}{3} + \frac{1}{7}$; | b) $b = \frac{1}{12} - \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{10}$; |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------|

$$c) c = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{6} \cdot (-5);$$

$$d) d = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \text{ Ta có } a = \frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{14}{21} + \frac{3}{21} = \frac{17}{21}. \text{ Suy ra số nghịch đảo của } a \text{ là } \frac{21}{17}.$$

$$b) \text{ Ta có } b = \frac{1}{12} - \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{12} - \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 10} = \frac{1}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12} - \frac{9}{12} = \frac{-8}{12} = \frac{-2}{3}.$$

Suy ra số nghịch đảo của b là $\frac{-3}{2}$.

$$c) \text{ Ta có } c = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{6} \cdot (-5) = \frac{2 \cdot 9 \cdot (-5)}{3 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-5)}{3 \cdot 2 \cdot 3} = -5$$

Suy ra số nghịch đảo của c là $\frac{-1}{5}$.

$$d) \text{ Ta có } d = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Suy ra số nghịch đảo của d là 2.

Ví dụ 4. Cho $A = \frac{1}{90} + \frac{1}{72} + \frac{1}{56} + \frac{1}{42} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

Tìm A rồi tìm số nghịch đảo của nó.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{90} + \frac{1}{72} + \frac{1}{56} + \frac{1}{42} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{10 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{10-9}{10 \cdot 9} + \frac{9-8}{9 \cdot 8} + \frac{8-7}{8 \cdot 7} + \frac{7-6}{7 \cdot 6} + \frac{6-5}{6 \cdot 5} + \frac{5-4}{5 \cdot 4} + \frac{4-3}{4 \cdot 3} + \frac{3-2}{3 \cdot 2} + \frac{2-1}{2 \cdot 1} \\ &= \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(1 - \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{-1}{10} + 1 \\ &= \frac{-1}{10} + \frac{10}{10} \\ &= \frac{9}{10}. \end{aligned}$$

Vậy số nghịch đảo của A là $\frac{10}{9}$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Bài tập cơ bản

Câu 1: Tìm số nghịch đảo của các số sau : -5 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{-7}{4}$; 1 .

Câu 2: Tìm các cặp số nghịch đảo trong các cặp số sau :

- a) $\frac{5}{3}$ và $3,5$ b) $0,5$ và 5 c) $2,4$ và $\frac{5}{12}$ d) $3,1$ và $1,3$

Câu 3: Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{7} : \frac{5}{14} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{7}{12} \right)$ rồi tìm số nghịch đảo của nó.

Bài tập nâng cao

Câu 4: Tính giá trị của các biểu thức sau rồi tìm số nghịch đảo của chúng :

- a) $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{10}\right)$;
b) $B = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right)$.

Câu 5: Cho $A = \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64}$; $B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{21}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{28}\right)$.

- a) Tính A, B rồi tìm số nghịch đảo của chúng.
b) Tìm tổng của các số nghịch đảo của A và B .

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

Số nghịch đảo của các số -5 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{-7}{4}$; 1 lần lượt là $\frac{1}{-5}$; 3 ; $\frac{4}{-7}$; 1 .

Câu 2:

Xét tích của các cặp số đã cho. Ta thấy chỉ có $2,4 \cdot \frac{5}{12} = 1$ nên $2,4$ và $\frac{5}{12}$ là hai số nghịch đảo của nhau.

Câu 3:

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{7} : \frac{5}{14} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{7}{12} \right) \\ &= \frac{1}{7} \cdot \frac{14}{5} - \frac{3}{2} \left(\frac{2}{12} - \frac{7}{12} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{-5}{12} \\
&= \frac{2}{5} - \frac{-5}{8} \\
&= \frac{16}{40} + \frac{25}{40} \\
&= \frac{41}{40}.
\end{aligned}$$

Vậy số nghịch đảo của A là $\frac{40}{41}$.

Câu 4:

$$\begin{aligned}
\text{a) Ta có: } A &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10}\right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{9}{10} \\
&= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 10} \\
&= \frac{1}{10}.
\end{aligned}$$

Vậy số nghịch đảo của A là 10.

$$\begin{aligned}
\text{b) Ta có: } B &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \\
&= \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{36}\right) \\
&= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \\
&= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 6} \\
&= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdot \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \\
&= \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{2} \\
&= \frac{7}{12}.
\end{aligned}$$

Vậy số nghịch đảo của B là $\frac{12}{7}$.

Câu 5:

a) Tính tương tự **câu 4**, ta được $A = \frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned} B &= \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{21}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{28}\right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{20}{21} \cdot \frac{27}{28} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3^2}{2 \cdot 5} \cdot \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} \cdot \frac{2^2 \cdot 5}{3 \cdot 7} \cdot \frac{3^3}{2^2 \cdot 7} \\ &= \frac{2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2} \\ &= \frac{3}{7}. \end{aligned}$$

Số nghịch đảo của A và B lần lượt là $\frac{4}{3}$ và $\frac{7}{3}$.

b) Tổng của các số nghịch đảo của A và B là $\frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{11}{3}$.

Dạng 2: Thực hiện phép chia phân số**Phương pháp giải**

Muốn chia một phân số hay một số nguyên cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}; \quad a : \frac{c}{d} = a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{c} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{Z}; b, c, d \neq 0).$$

Muốn chia một phân số cho một số nguyên ta giữ nguyên tử của phân số và nhân mẫu với số nguyên.

$$\boxed{\frac{c}{d} : a = \frac{c}{d \cdot a} \quad (a, c, d \in \mathbb{Z}; a, d \neq 0).$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Thực hiện các phép chia

a) $\frac{-4}{5} : \frac{1}{11}$;

b) $\frac{3}{7} : \frac{-3}{11}$;

Ví dụ 1:

$$\frac{-2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{(-2) \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{-3}{10};$$

$$(-3) : \frac{6}{7} = (-3) \cdot \frac{7}{6} = \frac{(-3) \cdot 7}{6} = \frac{-7}{2}.$$

Ví dụ 2:

$$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}.$$

c) $0 : \frac{23}{20}$;

d) $\frac{-9}{4} : 3$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{-4}{5} : \frac{1}{11} = \frac{-4}{5} \cdot 11 = \frac{-4 \cdot 11}{5} = \frac{-44}{5}$.

b) $\frac{3}{7} : \frac{-3}{11} = \frac{3}{7} \cdot \frac{11}{-3} = \frac{11}{7 \cdot (-1)} = \frac{11}{-7} = \frac{-11}{7}$.

c) $0 : \frac{23}{20} = 0$.

d) $\frac{-9}{4} : 3 = \frac{-9}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{-3}{4}$.

Ví dụ 2.

a) Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

$\frac{3}{7} : 1; \quad \frac{3}{7} : \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{7} : \frac{5}{4}$.

b) So sánh số chia với 1 trong mỗi trường hợp trên.

c) So sánh giá trị tìm được với số bị chia rồi rút ra kết luận.

Hướng dẫn giải**Trường hợp 1.** $\frac{3}{7} : 1 = \frac{3}{7}$. Số chia bằng 1. Thương bằng số bị chia.**Trường hợp 2.** $\frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{14}$. Số chia $\frac{2}{5}$ nhỏ hơn 1.Ta thấy $\frac{15}{14} > 1$ và $\frac{3}{7} < 1$ nên thương lớn hơn số bị chia.**Trường hợp 3.** $\frac{3}{7} : \frac{5}{4} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$. Số chia $\frac{5}{4}$ lớn hơn 1.Ta thấy $\frac{3}{7} = \frac{15}{35} > \frac{12}{35}$ nên thương nhỏ hơn số bị chia.**Bình luận:** Trong phép chia có tử và mẫu là các số nguyên dương:

– Nếu số chia bằng 1 thì thương bằng số bị chia.

– Nếu số chia nhỏ hơn 1 thì thương lớn hơn số bị chia.

– Nếu số chia lớn hơn 1 thì thương nhỏ hơn số bị chia.

Ví dụ 3. Cho hai phân số $\frac{8}{15}$ và $\frac{18}{35}$. Tìm số lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số này cho số đó ta được kết quả là số nguyên.**Hướng dẫn giải**Giả sử số lớn nhất phải tìm là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ và $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$.Để $\frac{a}{b}$ lớn nhất thì a phải lớn nhất và b phải nhỏ nhất. (1)

Ta có $\frac{8}{15} : \frac{a}{b} = \frac{8}{15} \cdot \frac{b}{a} = \frac{8b}{15a}$ là số nguyên thì $8b : 15a$.

Mà $\text{ƯCLN}(8,15)=1$ nên $8 : a$ và $b : 15$. (2)

Lại có $\frac{18}{35} : \frac{a}{b} = \frac{18}{35} \cdot \frac{b}{a} = \frac{18b}{35a}$ là số nguyên thì $18b : 35a$.

Mà $\text{ƯCLN}(18,35)=1$ nên $18 : a$ và $b : 35$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $a = \text{ƯCLN}(8,18) = 2$.

$$b = \text{BCNN}(15,35) = 105.$$

Vậy phân số cần tìm là $\frac{2}{105}$.

$$\text{Thử lại } \frac{8}{15} : \frac{2}{105} = \frac{8}{15} \cdot \frac{105}{2} = 4 \cdot 7 = 28.$$

$$\frac{18}{35} : \frac{2}{105} = \frac{18}{35} \cdot \frac{105}{2} = 9 \cdot 3 = 27.$$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Thực hiện các phép tính

$$\text{a) } \frac{-4}{27} : \frac{2}{-9};$$

$$\text{b) } \frac{4}{7} : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{7} \right).$$

Câu 2: Thực hiện các phép chia

$$\text{a) } \frac{39}{25} : \frac{26}{5};$$

$$\text{b) } \frac{-85}{54} : \frac{17}{63};$$

$$\text{c) } \frac{-3}{4} : \frac{15}{8};$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} : (-15).$$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

$$\text{a) } \frac{-4}{27} : \frac{2}{-9} = \frac{-4}{27} \cdot \frac{-9}{2} = \frac{(-2) \cdot (-1)}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{b) } \frac{4}{7} : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{7} \right) = \frac{4}{7} : \frac{16}{21} = \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{16} = \frac{3}{4}.$$

Câu 2:

$$\text{a) } \frac{39}{25} : \frac{26}{5} = \frac{39}{25} \cdot \frac{5}{26} = \frac{39 \cdot 5}{25 \cdot 26} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{b) } \frac{-85}{54} : \frac{17}{63} = \frac{-85}{54} \cdot \frac{63}{17} = \frac{-85 \cdot 63}{54 \cdot 17} = \frac{-35}{6}.$$

$$\text{c) } \frac{-3}{4} : \frac{15}{8} = \frac{-3}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{-3 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} : (-15) = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{-15} = \frac{1}{-27}.$$

Dạng 3: Viết một phân số dưới dạng thương của hai phân số

Phương pháp giải

Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Viết tử và mẫu dưới dạng tích của hai số nguyên.

Bước 2. Lập tích các phân số có tử và mẫu được chọn trong các số nguyên đó.

Bước 3. Chuyển phép nhân phân số thành phép chia cho số nghịch đảo.

Ví dụ: Viết phân số $\frac{2}{9}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương khác nhau.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \frac{2}{9} = \frac{1.2}{3.3} = \frac{1.2}{3.9}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{3} : \frac{3}{2} = \frac{2}{3} : 3 = \frac{1}{9} : \frac{1}{2} = \frac{2}{1} : 9.$$

Vậy phân số $\frac{2}{9}$ có thể viết dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương khác nhau.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Viết phân số $\frac{8}{15}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có một chữ số

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \frac{8}{15} = \frac{2.4}{3.5} = \frac{1.8}{3.5}. \text{ Suy ra}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3} : \frac{5}{4}; \quad \frac{8}{15} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{4} : \frac{3}{2};$$

$$\frac{8}{15} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{5} : \frac{3}{4}; \quad \frac{8}{15} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{3} : \frac{5}{2};$$

$$\frac{8}{15} = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{1}{3} : \frac{5}{8}; \quad \frac{8}{15} = \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{5} : 3;$$

$$\frac{8}{15} = \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{3} = \frac{1}{5} : \frac{3}{8}; \quad \frac{8}{15} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{3} : 5.$$

Ví dụ 2. Viết phân số $\frac{143}{530}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có hai chữ số.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \frac{143}{530} = \frac{11.13}{10.53}. \text{ Suy ra}$$

$$\frac{143}{530} = \frac{11}{10} \cdot \frac{13}{53} = \frac{11}{10} : \frac{53}{13};$$

$$\frac{143}{530} = \frac{13}{53} \cdot \frac{11}{10} = \frac{13}{53} : \frac{10}{11};$$

$$\frac{143}{530} = \frac{11}{53} \cdot \frac{13}{10} = \frac{11}{53} : \frac{10}{13};$$

$$\frac{143}{530} = \frac{13}{10} \cdot \frac{11}{53} = \frac{13}{10} : \frac{53}{11}.$$

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Viết phân số $\frac{6}{35}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có một chữ số.

Câu 2: Viết phân số $\frac{221}{209}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có hai chữ số.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

Ta có $\frac{6}{35} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 7}$, suy ra

$$\frac{6}{35} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{5} : \frac{7}{3}; \quad \frac{6}{35} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{7} : \frac{5}{2}; \quad \frac{6}{35} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{7} : \frac{5}{3}; \quad \frac{6}{35} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{5} : \frac{7}{2};$$

$$\frac{6}{35} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{5} : \frac{7}{6}; \quad \frac{6}{35} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{7} : 5; \quad \frac{6}{35} = \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{7} : \frac{5}{6}; \quad \frac{6}{35} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{6}{5} : 7.$$

Câu 2:

Ta có $\frac{221}{209} = \frac{13 \cdot 17}{11 \cdot 19}$. Suy ra

$$\frac{221}{209} = \frac{13}{11} \cdot \frac{17}{19} = \frac{13}{11} : \frac{19}{17};$$

$$\frac{221}{209} = \frac{17}{19} \cdot \frac{13}{11} = \frac{17}{19} : \frac{11}{13};$$

$$\frac{221}{209} = \frac{13}{19} \cdot \frac{17}{11} = \frac{13}{19} : \frac{11}{17};$$

$$\frac{221}{209} = \frac{17}{11} \cdot \frac{13}{19} = \frac{17}{11} : \frac{19}{13}.$$

Dạng 4: Tìm x

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm x biết:

a) $\frac{2}{7} \cdot x = \frac{3}{5};$

b) $\frac{4}{7} \cdot x - \frac{2}{3} = \frac{1}{5};$

c) $|x| \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{-5} : \frac{-4}{15};$

d) $\frac{5}{12} - \frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{3}.$

Hướng dẫn giải

a) Ta có

$$\frac{2}{7} \cdot x = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} : \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2}$$

$$x = \frac{21}{10}$$

Vậy $x = \frac{21}{10}$.

b) Ta có

$$\frac{4}{7} \cdot x - \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{7} \cdot x = \frac{1}{5} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{7} \cdot x = \frac{3}{15} + \frac{10}{15}$$

$$\frac{4}{7} \cdot x = \frac{13}{15}$$

$$x = \frac{13}{15} : \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{13}{15} \cdot \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{91}{60}$$

Vậy $x = \frac{91}{60}$.

c) Ta có

$$|x| \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{-5} : \frac{-4}{15}$$

$$|x| \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{-5} \cdot \frac{15}{-4}$$

$$|x| \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{2}$$

$$|x| = \frac{9}{2} : \frac{1}{3}$$

$$|x| = \frac{9}{2} \cdot 3$$

$$|x| = \frac{27}{2}$$

$$x = \pm \frac{27}{2}$$

Vậy $x = -\frac{27}{2}$ hoặc $x = \frac{27}{2}$.

d) Ta có

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{12} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{12} - \frac{4}{12}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{12}$$

$$x = \frac{1}{12} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{1}{9}$$

Vậy $x = \frac{1}{9}$.

Ví dụ 2. Tìm x biết:

$$a) \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3}\right) \cdot x = \frac{28}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right);$$

$$b) x + \frac{12}{25}x = 74.$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có

$$\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3}\right) \cdot x = \frac{28}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)$$

$$\left(\frac{3}{21} - \frac{7}{21}\right) \cdot x = \frac{28}{3} \cdot \left(\frac{7}{28} - \frac{4}{28}\right)$$

$$\frac{-4}{21} \cdot x = \frac{28}{3} \cdot \frac{3}{28}$$

$$\frac{-4}{21} \cdot x = 1$$

$$x = 1 : \frac{-4}{21}$$

$$x = \frac{-21}{4}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-21}{4}.$$

b) Ta có

$$x + \frac{12}{25}x = 74$$

$$x \cdot \left(1 + \frac{12}{25}\right) = 74$$

$$x \cdot \left(\frac{25}{25} + \frac{12}{25}\right) = 74$$

$$x \cdot \frac{37}{25} = 74$$

$$x = 74 : \frac{37}{25}$$

$$x = 74 \cdot \frac{25}{37}$$

$$x = 50.$$

$$\text{Vậy } x = 50.$$

Ví dụ 3. Tìm số nguyên x biết :

$$a) \frac{4}{7} \cdot \frac{3x-8}{5} + \frac{2}{15} = \frac{-2}{21};$$

$$b) \frac{2}{9} \cdot \frac{5x+1}{3} - \frac{5}{18} = \frac{49}{54}.$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3x-8}{5} + \frac{2}{15} = \frac{-2}{21}$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3x-8}{5} = \frac{-2}{21} - \frac{2}{15}$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3x-8}{5} = \frac{-8}{35}$$

$$\frac{3x-8}{5} = \frac{-8}{35} : \frac{4}{7}$$

$$\frac{3x-8}{5} = \frac{-8}{35} \cdot \frac{7}{4}$$

$$\frac{3x-8}{5} = \frac{-2}{5}$$

b) Ta có

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5x+1}{3} - \frac{5}{18} = \frac{49}{54}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5x+1}{3} = \frac{49}{54} + \frac{5}{18}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5x+1}{3} = \frac{32}{27}$$

$$\frac{5x+1}{3} = \frac{32}{27} : \frac{2}{9}$$

$$\frac{5x+1}{3} = \frac{32}{27} \cdot \frac{9}{2}$$

$$\frac{5x+1}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow 3x - 8 = -2$$

$$3x = -2 + 8$$

$$3x = 6$$

$$x = 6 : 3$$

$$x = 2.$$

Vậy $x = 2$.

$$\Rightarrow 5x + 1 = 16$$

$$5x = 16 - 1$$

$$5x = 15$$

$$x = 15 : 5$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Tìm x biết :

$$a) \frac{7}{6} \cdot x = \frac{-21}{4};$$

$$b) \frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot x = \frac{7}{24};$$

$$c) \frac{2}{5}|x| = \frac{2}{-3} : \frac{-5}{7};$$

$$d) \frac{7}{9} - \frac{5}{3} \cdot x = \frac{-1}{6}.$$

Câu 2: Tìm x biết:

$$a) \frac{1}{7} - \frac{3}{4}x = \frac{3}{5};$$

$$b) \frac{1}{4}x - \left| \frac{-7}{5} \right| = \frac{-5}{3};$$

$$c) \frac{3}{2}x + \frac{5}{6} = x - \frac{3}{4}.$$

Câu 3: Tìm số nguyên x biết:

$$a) \frac{2x-3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{21}{10};$$

$$b) \frac{9}{8} \cdot \frac{5-3x}{7} + \frac{1}{2} = \frac{7}{14}.$$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

a) Ta có

$$\frac{7}{6} \cdot x = \frac{-21}{4}$$

$$x = \frac{-21}{4} : \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{-21}{4} \cdot \frac{6}{7}$$

$$x = \frac{-9}{2}.$$

Vậy $x = \frac{-9}{2}$.

b) Ta có

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot x = \frac{7}{24}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{7}{24} - \frac{-1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{19}{24}$$

$$x = \frac{19}{24} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{19}{24} \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{19}{18}.$$

Vậy $x = \frac{19}{18}$.

c) Ta có

$$\frac{2}{5}|x| = \frac{2}{-3} : \frac{-5}{7}$$

$$\frac{2}{5}|x| = \frac{2}{-3} \cdot \frac{7}{-5}$$

$$\frac{2}{5}|x| = \frac{14}{15}$$

$$|x| = \frac{14}{15} : \frac{2}{5}$$

$$|x| = \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{2}$$

$$|x| = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{7}{3}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-7}{3} \text{ hoặc } x = \frac{7}{3}.$$

d) Ta có

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{3} \cdot x = \frac{-1}{6}$$

$$\frac{5}{3} \cdot x = \frac{7}{9} - \frac{-1}{6}$$

$$\frac{5}{3} \cdot x = \frac{28}{36} + \frac{6}{36}$$

$$\frac{5}{3} \cdot x = \frac{17}{18}$$

$$x = \frac{17}{18} : \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{17}{18} \cdot \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{17}{30}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{17}{30}.$$

Câu 2:

a) Ta có

$$\frac{1}{7} - \frac{3}{4}x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{1}{7} - \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{-16}{35}$$

$$x = \frac{-16}{35} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{-64}{105}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-64}{105}.$$

b) Ta có

$$\frac{1}{4}x - \left| \frac{-7}{5} \right| = \frac{-5}{3}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{7}{5} = \frac{-5}{3}$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{-5}{3} + \frac{7}{5}$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{-4}{15}$$

$$x = \frac{-4}{15} : \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{-16}{15}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-16}{15}.$$

c) Ta có

$$\frac{3}{2}x + \frac{5}{6} = x - \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2}x - x = \frac{-3}{4} - \frac{5}{6}$$

$$x \cdot \left(\frac{3}{2} - 1 \right) = \frac{-19}{12}$$

$$x \cdot \frac{1}{2} = \frac{-19}{12}$$

$$x = \frac{-19}{12} : \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-19}{6}.$$

Vậy $x = \frac{-19}{6}$.

Câu 3:

a) Ta có

$$\frac{2x-3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{21}{10}$$

$$\frac{2x-3}{4} = \frac{21}{10} : \frac{6}{5}$$

$$\frac{2x-3}{4} = \frac{21}{10} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{2x-3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 7$$

$$2x = 7 + 3$$

$$2x = 10$$

$$x = 10 : 2$$

$$x = 5.$$

Vậy $x = 5$.

b) Ta có

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{5-3x}{7} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{7}$$

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{5-3x}{7} = \frac{-1}{7} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{5-3x}{7} = \frac{-9}{14}$$

$$\frac{5-3x}{7} = \frac{-9}{14} : \frac{9}{8}$$

$$\frac{5-3x}{7} = \frac{-9}{14} \cdot \frac{8}{9}$$

$$\frac{5-3x}{7} = \frac{-4}{7}$$

$$\Rightarrow 5 - 3x = -4$$

$$3x = 5 - (-4)$$

$$3x = 9$$

$$x = 9 : 3$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

Dạng 5: Bài toán có lời văn

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Một tấm bìa hình chữ nhật có diện tích $\frac{2}{15} \text{m}^2$. Biết chiều dài là $\frac{2}{5} \text{m}$, tính chiều rộng của tấm bìa đó.

Hướng dẫn giải

Chiều rộng của tấm bìa là

$$\frac{2}{15} : \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{3} \text{m}.$$

Ví dụ 2. An đi xe đạp từ nhà đến trường với vận tốc 12km/h hết $\frac{2}{5}$ giờ. Khi về, An đạp xe với vận tốc 15km/h. Tính thời gian An đi từ trường về nhà.

Hướng dẫn giải

Quãng đường từ nhà An đến trường là

$$12 \cdot \frac{2}{5} = \frac{24}{5} \text{km}$$

Thời gian An đi từ trường về nhà là

$$\frac{24}{5} : 15 = \frac{24}{5} \cdot \frac{1}{15} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25} \text{(giờ)}$$

Ví dụ 3. Hai người đang cùng thực hiện một công việc. Sau khi hoàn thành được $\frac{3}{5}$ công việc thì người thứ nhất nghỉ. Người thứ hai phải một mình hoàn thành nốt công việc còn lại và mỗi giờ người đó làm được $\frac{1}{10}$ công việc. Hỏi sau bao lâu người thứ hai hoàn thành được công việc?

Hướng dẫn giải

Coi khối lượng công việc mà cả hai người đang thực hiện là 1 đơn vị.

Người thứ hai phải hoàn thành nốt số phần công việc là:

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{(công việc)}$$

Thời gian để người thứ hai hoàn thành công việc là:

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{10} = \frac{2}{5} \cdot 10 = 4 \text{(giờ)}$$

Vậy sau 4 giờ thì người thứ hai hoàn thành được công việc.

Ví dụ 4. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 40km/h. Khi đi đến B người đó nghỉ 1 giờ rồi quay trở về A với vận tốc 50km/h. Thời gian cả đi và về (kể cả thời gian nghỉ) 5 giờ 30 phút. Hỏi:

- a) Thời gian người đó đi 1km lúc đi và thời gian người đó đi 1km lúc về?

b) Quãng đường AB dài bao nhiêu kilômét?

Hướng dẫn giải

a) Lúc đi người đó đi với vận tốc 40km/h, tức là người đó đi 40km trong 1 giờ.

Suy ra, 1 (km) lúc đi người đó đi trong $\frac{1}{40}$ (giờ).

Tương tự, vận tốc lúc về của người đó là 50km/h.

Suy ra, 1 (km) lúc về người đó đi trong $\frac{1}{50}$ (giờ).

b) Giả sử quãng đường AB là a (km) ($a > 0$).

Vì 1 (km) lúc đi người đó đi trong $\frac{1}{40}$ (giờ) nên a (km) người đó đi trong $\frac{a}{40}$ (giờ).

Tương tự, thời gian người đó đi lúc về là $\frac{a}{50}$ (giờ).

Đổi 5 giờ 30 phút = $5 + \frac{30}{60}$ (giờ) = $5 + \frac{1}{2}$ (giờ) = $\frac{11}{2}$ (giờ).

Vì thời gian cả đi và về (tính cả thời gian nghỉ) là $\frac{11}{2}$ giờ nên ta có

$$\frac{a}{40} + \frac{a}{50} + 1 = \frac{11}{2}$$

$$\frac{a}{40} + \frac{a}{50} = \frac{11}{2} - 1$$

$$\frac{9a}{200} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{9a}{200} = \frac{900}{200}$$

$$9a = 900$$

$$a = 900 : 9$$

$$a = 100.$$

Vậy quãng đường AB dài 100km.

Ví dụ 5. Tìm hai số, biết rằng $\frac{9}{11}$ của số này bằng $\frac{6}{7}$ của số kia và tổng của hai số đó là 258.

Hướng dẫn giải

Gọi hai số cần tìm là a và b .

Theo đề bài ta có $\frac{9}{11} \cdot a = \frac{6}{7} \cdot b$. Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{\frac{6}{7}}{\frac{9}{11}} = \frac{6}{7} : \frac{9}{11} = \frac{6}{7} \cdot \frac{11}{9} = \frac{22}{21}$.

Khi đó bài toán trở thành:

“Tìm hai số biết tổng là 258 và tỉ số của chúng là $\frac{22}{21}$ ”.

$$\text{Suy ra } a = 258 : (22 + 21) \cdot 22 = 132.$$

$$b = 258 : (22 + 21) \cdot 21 = 126.$$

Vậy hai số cần tìm là 132 và 126.

Bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1: Người ta cần đóng một thùng nước nậm 210 lít vào các chai loại $\frac{3}{4}$ lít. Hỏi đóng được tất cả bao nhiêu chai nước mắm ?

Câu 2: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $\frac{35}{2} \text{ m}^2$. Biết chiều rộng là $\frac{15}{4} \text{ m}$, tính chu vi của mảnh vườn đó.

Câu 3: Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 40km/h thì mất 3 giờ. Nếu người đó đi ô tô thì chỉ mất $\frac{5}{3}$ giờ đã tới nơi. Hỏi người đó đi ô tô với vận tốc bằng bao nhiêu ?

Câu 4: Có hai vòi cùng chảy vào một bể đã chứa $\frac{1}{4}$ bể nước. Nếu vòi thứ nhất chảy tiếp một mình thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu vòi thứ hai chảy tiếp một mình thì sau 3 giờ đầy bể. Hỏi :

- Trong 1 giờ mỗi vòi đã chảy được một lượng nước bằng bao nhiêu phần bể ?
- Trong 1 giờ cả hai vòi đã chảy được một lượng nước bằng bao nhiêu phần bể ?

Câu 5: Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc 80km/h. Khi đi đến B người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc 70km/h. Thời gian cả đi và về (kể cả thời gian nghỉ) là 4 giờ 15 phút. Hỏi :

- Thời gian ô tô đi 1km lúc đi và thời gian ô tô đi 1km lúc về là bao nhiêu ?
- Quãng đường AB dài bao nhiêu kilômét ?

Câu 6: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho khi chia a cho $\frac{6}{7}$ và chia a cho $\frac{10}{11}$ ta đều được kết quả là một số tự nhiên.

Câu 7: Tích của hai phân số là $\frac{3}{7}$, nếu thêm vào thừa số thứ nhất 2 đơn vị thì tích là $\frac{13}{21}$. Tìm hai phân số đó.

Câu 8: Tìm hai số biết rằng $\frac{7}{9}$ của số này bằng $\frac{28}{33}$ của số kia và hiệu của hai số đó bằng 9.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

Đóng được số chai nước mắm là $210 : \frac{3}{4} = 210 \cdot \frac{4}{3} = 280$ (chai).

Câu 2:

Chiều dài của mảnh vườn là $\frac{35}{2} : \frac{15}{4} = \frac{35}{2} \cdot \frac{4}{15} = \frac{14}{3}$ (m).

Chu vi của mảnh vườn là $\left(\frac{14}{3} + \frac{15}{4}\right) \cdot 2 = \frac{101}{6}$ (m)

Câu 3:

Quãng đường AB là $4 \cdot 30 = 120$ (km)

Vận tốc của người đó khi đi ô tô là $120 : \frac{5}{3} = 120 \cdot \frac{3}{5} = 72$ (km/h).

Câu 4:

a) Phần bể còn lại chưa có nước là $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ bể.

Như vậy, vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ được $\frac{3}{4}$ bể. Do đó trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy được số phần bể là

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8} \text{ bể.}$$

Tương tự, trong 1 giờ vòi thứ hai chảy được số phần bể là $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$ bể.

b) Trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được số phần bể là $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ bể.

Câu 5:

a) Lúc đi ô tô đi với vận tốc 80km/h, tức là ô tô đi 80km trong 1 giờ.

Suy ra, 1 km lúc đi người đó đi trong $\frac{1}{80}$ giờ.

Tương tự, vận tốc lúc về của người đó là 70km/h.

Suy ra, 1 km lúc về người đó đi trong $\frac{1}{70}$ giờ.

b) Giả sử quãng đường AB là a (km) ($a > 0$).

Vi 1 km lúc đi người đó đi trong $\frac{1}{80}$ (giờ) nên a (km) người đó đi trong $\frac{a}{80}$ giờ.

Tương tự, thời gian người đó đi lúc về là $\frac{a}{70}$ giờ.

$$\text{Đôi 30 phút} = \frac{30}{60} \text{ giờ} = \frac{1}{2} \text{ giờ.}$$

$$4 \text{ giờ } 15 \text{ phút} = 4 \text{ giờ} + \frac{15}{60} \text{ giờ} = 4 + \frac{1}{4} \text{ giờ} = \frac{17}{4} \text{ (giờ)}$$

Vì thời gian cả đi và về (tính cả thời gian nghỉ) là $\frac{17}{4}$ giờ nên ta có

$$\frac{a}{80} + \frac{a}{70} + \frac{1}{2} = \frac{17}{4}$$

$$\frac{a}{80} + \frac{a}{70} = \frac{17}{4} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{3a}{112} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{3a}{112} = \frac{420}{112}$$

$$3a = 420$$

$$a = 420 : 3$$

$$a = 140.$$

Vậy quãng đường AB dài 140km.

Câu 6:

$$\text{Ta có } a : \frac{6}{7} = a \cdot \frac{7}{6} = \frac{7a}{6}.$$

$\frac{7a}{6}$ là một số tự nhiên thì $7a : 6$, suy ra $a : 6$ (vì 6 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau). (1)

Tương tự, $a : \frac{10}{11} = a \cdot \frac{11}{10} = \frac{11a}{10}$ là số tự nhiên thì $a : 10$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a \in BC(6,10)$.

Để a nhỏ nhất thì $a = \text{BCNN}(6,10) = 30$.

$$\text{Thử lại } 30 : \frac{6}{7} = 30 \cdot \frac{7}{6} = 5 \cdot 7 = 35;$$

$$30 : \frac{10}{11} = 30 \cdot \frac{11}{10} = 3 \cdot 11 = 33.$$

Vậy số phải tìm là 30.

Câu 7:

Gọi hai phân số cần tìm là a và b . Theo đề bài ta có $a \cdot b = \frac{3}{7}$ và $(a+2) \cdot b = \frac{13}{21}$.

Ta có

$$(a+2).b = \frac{13}{21}$$

$$a.b + 2.b = \frac{13}{21}$$

$$\frac{3}{7} + 2.b = \frac{13}{21}$$

$$\Rightarrow 2.b = \frac{13}{21} - \frac{3}{7}$$

$$2.b = \frac{4}{21}$$

$$b = \frac{4}{21} : 2$$

$$b = \frac{2}{21}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{3}{7} : b = \frac{3}{7} : \frac{2}{21} = \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{2} = \frac{9}{2}$$

Vậy hai phân số cần tìm là $\frac{9}{2}$ và $\frac{2}{21}$.

Câu 8:

Gọi hai số cần tìm là a và b .

$$\text{Theo bài ra ta có : } \frac{7}{9}.a = \frac{28}{33}.b \text{ suy ra } \frac{a}{b} = \frac{28}{33} : \frac{7}{9} = \frac{28}{33} \cdot \frac{9}{7} = \frac{4.3}{11} = \frac{12}{11}.$$

Bài toán trở thành: “Tìm hai số biết hiệu bằng 9 và tỉ số của hai số đó bằng $\frac{12}{11}$ ”

$$\text{Suy ra } a = 9 : (12 - 11).12 = 108;$$

$$b = 9 : (12 - 11).11 = 99.$$

Dạng 6: Tính giá trị của một biểu thức

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lí

$$\text{a) } \frac{5}{9} : \left(\frac{11}{13} \cdot \frac{5}{9} \right); \quad \text{b) } \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} : \frac{-4}{7} \cdot \frac{8}{9}; \quad \text{c) } \frac{5}{6} : \frac{17}{25} + \frac{5}{6} : \frac{9}{25} - \frac{5}{6} : \frac{1}{25}.$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } \frac{5}{9} : \left(\frac{11}{13} \cdot \frac{5}{9} \right) = \frac{5}{9} : \left(\frac{5}{9} \cdot \frac{11}{13} \right) = \left(\frac{5}{9} : \frac{5}{9} \right) : \frac{11}{13} = 1 : \frac{11}{13} = \frac{13}{11}.$$

$$b) \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} : \frac{-4}{7} \cdot \frac{8}{9} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \right) : \frac{-4}{7} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 8}{5 \cdot (-4) \cdot 9} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot (-1) \cdot 9} = \frac{28}{-45}.$$

$$c) \frac{5}{6} : \frac{17}{25} + \frac{5}{6} : \frac{9}{25} - \frac{5}{6} : \frac{1}{25} = \frac{5}{6} : \left(\frac{17}{25} + \frac{9}{25} - \frac{1}{25} \right) = \frac{5}{6} : \frac{25}{25} = \frac{5}{6} : 1 = \frac{5}{6}.$$

Ví dụ 2. Tính giá trị của các biểu thức

$$a) A = \left[\left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{16}{48} \right] \cdot \frac{81}{128};$$

$$b) B = \left(\frac{4}{3} + \frac{8}{3} \right) \cdot \left(\frac{7}{4} - \frac{6}{4} \right) : \left(\frac{6}{5} + \frac{12}{5} + \frac{1}{5} \right).$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \left[\left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{16}{48} \right] \cdot \frac{81}{128} \\ &= \left[\left(\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{8} \right) : \frac{16}{48} \right] \cdot \frac{81}{128} \\ &= \left(\frac{3}{8} : \frac{16}{48} \right) \cdot \frac{81}{128} \\ &= \frac{3}{8} \cdot \frac{48}{16} \cdot \frac{81}{128} \\ &= \frac{3 \cdot 48 \cdot 81}{8 \cdot 16 \cdot 128} \\ &= \frac{3 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 81}{8 \cdot 16 \cdot 128} \\ &= \frac{3 \cdot 3 \cdot 81}{8 \cdot 128} \\ &= \frac{729}{1024}. \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{4}{3} + \frac{8}{3} \right) \cdot \left(\frac{7}{4} - \frac{6}{4} \right) : \left(\frac{6}{5} + \frac{12}{5} + \frac{1}{5} \right) \\ &= \frac{12}{3} \cdot \frac{1}{4} : \frac{19}{5} \\ &= 1 : \frac{19}{5} \\ &= \frac{5}{19}. \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Tính nhanh giá trị của các biểu thức sau

$$a) M = \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{9}};$$

$$b) N = \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}} : \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \text{ Ta có } M = \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{9}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right)}{4 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

b) Ta có

$$N = \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} : \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} : \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} = \frac{2}{7} : \frac{1}{7} = \frac{2}{7} : \frac{2}{7} = 1.$$

Bài tập tự luyện dạng 6

Câu 1: Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$;

b) $3 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$;

c) $\frac{3}{15} \cdot \frac{5}{9} : \frac{-18}{17} \cdot \frac{14}{17}$;

d) $\frac{-5}{8} \cdot \frac{2}{13} + \frac{-5}{8} \cdot \frac{11}{13} + 1$.

Câu 2: Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $\left(\frac{4}{9} - \frac{7}{11}\right) : \frac{4}{9}$;

b) $\frac{4}{5} : \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{-5}{4}\right) : \left(\frac{16}{25} - \frac{1}{5}\right)$;

c) $\frac{11}{12} : \left(\frac{7}{9} + \frac{-1}{3}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{15}\right)$;

d) $\frac{-2}{5} \cdot \left(\frac{9}{8} + \frac{16}{32} - \frac{3}{4}\right) - \frac{9}{10}$.

Câu 3: Tính

a) $A = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$;

b) $B = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$.

Câu 4: Tính nhanh giá trị của các biểu thức sau

a) $P = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6}}{\frac{4}{4} - \frac{6}{7} + \frac{11}{11}}$;

b) $Q = \frac{\frac{4}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{13}}{\frac{5}{3} + \frac{5}{9} - \frac{5}{13}} : \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{5}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{28}}$

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

a) $\frac{31}{30}$;

b) $\frac{47}{12}$;

c) $\frac{-7}{81}$;

d) $\frac{3}{8}$.

Câu 2:

a) $\frac{-19}{44}$;

b) $\frac{-20}{11}$;

c) $\frac{83}{48}$;

d) $\frac{-5}{4}$.

Câu 3:

a) Ta có

$$A = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1 - 2} + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = -1 + \frac{3}{5} = \frac{-2}{5}.$$

b) Ta có

$$B = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}} + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{7}{4}} = -2 + \frac{4}{7} = \frac{-10}{7}.$$

Câu 4:

$$a) P = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{6}{4} - \frac{6}{7} + \frac{6}{11}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{11} \right)}{6 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{11} \right)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$b) Q = \frac{\frac{4}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{13}}{\frac{5}{3} + \frac{5}{9} - \frac{5}{13}} : \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{5}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{28}} = \frac{4 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} \right)} : \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7} \right)} = \frac{4}{5} : \frac{1}{5} = \frac{4}{5} : \frac{4}{5} = 1.$$