

CHUYÊN ĐỀ 1. ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN
BÀI 3. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP. TẬP HỢP CON

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- +Hiểu được một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có thể có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.
- +Hiểu khái niệm tập hợp con và hai tập hợp bằng nhau.

❖ **Kĩ năng**

- +Đếm đúng số phần tử của một tập hợp hữu hạn.
- +Biết cách tìm tập con của một tập hợp.
- +Sử dụng đúng kí hiệu \in và \subset .

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Số phần tử của một tập hợp

Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.

Chú ý:

Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập hợp rỗng.
Tập hợp rỗng kí hiệu là \emptyset .

2. Tập hợp con

Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B .

Kí hiệu $A \subset B$ hay $B \supset A$.

3. Hai tập hợp bằng nhau

Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$.

Ví dụ. $A = \{3\};$

$$B = \{a; b\};$$

$$C = \{1; 2; 3; \dots; 100\};$$

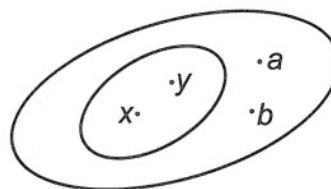
$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}.$$

Tập hợp A có một phần tử, tập hợp B có hai phần tử, tập hợp C có 100 phần tử, tập hợp \mathbb{N} có vô số phần tử.

Ví dụ. Tập hợp các số tự nhiên x sao cho $x.3 = 1$ là tập hợp rỗng.

Ví dụ. $A = \{x; y\}; B = \{a; b; x; y\}.$

$$A \subset B.$$

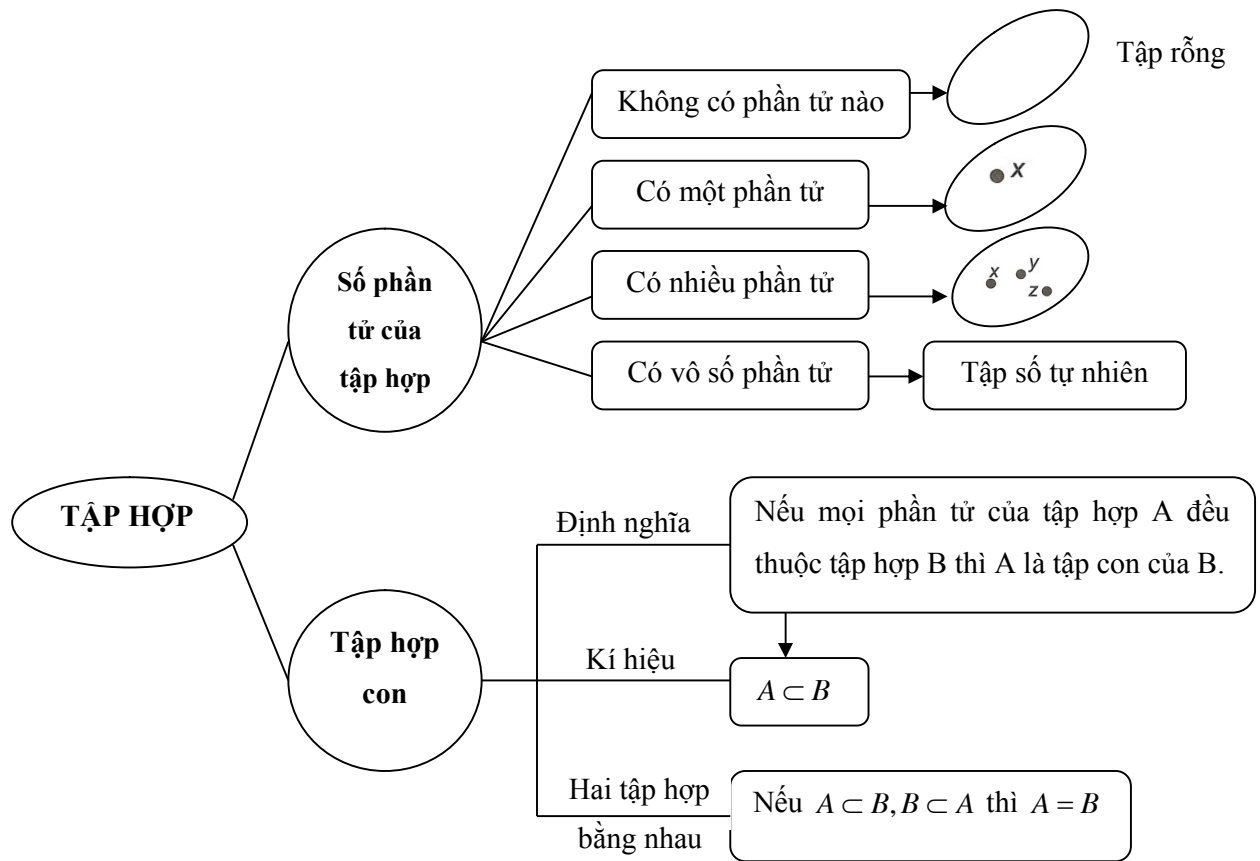


Ví dụ. $A = \{2; 4; 7\}; B = \{4; 7; 2\}.$

$$A = B.$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

SỐ PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP. TẬP HỢP CON



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Phần tử của tập hợp

🔧 Phương pháp giải

Để tính số phần tử của một tập hợp ta có thể:

- Viết tập hợp dưới dạng liệt kê các phần tử rồi đếm chúng.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp rồi tính số phần tử của chúng, sử dụng công thức:

$$(\text{Số cuối} - \text{số đầu}) : \text{Khoảng cách giữa hai số liên tiếp} + 1$$

Nhận xét: Tập hợp các số tự nhiên liên tiếp từ a đến b có $b - a + 1$ phần tử.

🔧 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử và tính số phần tử của chúng:

- Tập hợp A các số tự nhiên lớn hơn 5 nhưng không vượt quá 15.
- Tập hợp B các số tự nhiên x thỏa mãn $10 \leq x < 14$.
- Tập hợp C các số tự nhiên có hai chữ số nhỏ hơn 20.

Hướng dẫn giải

a) $A = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$.

b) $B = \{10; 11; 12; 13\}$.

c) $C = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19\}$.

Ví dụ 2. Với các tập hợp A, B, C ở **Ví dụ 1**. Hãy điền các kí hiệu thích hợp (\in, \notin, \subset) vào ô vuông:

a) $B \square A$;

b) $B \square C$;

c) $A \square C$;

d) $\emptyset \square B$;

d) $15 \square A$;

e) $20 \square C$;

f) $\{11; 12; 13\} \square B$.

Hướng dẫn giải

a) $B \subset A$;

b) $B \subset C$;

c) $A \subset C$;

d) $\emptyset \subset B$;

d) $15 \in A$;

e) $20 \notin C$;

f) $\{11; 12; 13\} \subset B$.

Ví dụ 3. Cho biết mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử?

a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên x sao cho $x - 7 = 3$.

b) Tập hợp B gồm các số tự nhiên x sao cho $x + 10 = 30$.

c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên x sao cho $x \cdot 0 = 0$.

d) Tập hợp D gồm các số tự nhiên y sao cho $y \cdot 0 = 5$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $x - 7 = 3$. thì $x = 10$. Suy ra $A = \{10\}$.

Vậy A có một phần tử.

b) Ta có $x + 10 = 30$ thì $x = 20$. Suy ra $B = \{20\}$.

Vậy B có một phần tử.

c) Ta có $x \cdot 0 = 0$. đúng với mọi số tự nhiên x . Suy ra $C = \mathbb{N}$.

Vậy C có vô số phần tử.

d) Ta có $y \cdot 0 = 5$: không tồn tại giá trị nào của y thỏa mãn đẳng thức.

Do đó $D = \emptyset$.

Vậy số phần tử của D là 0.

Ví dụ 4. Tính số phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3k; 1000 < x < 3000\}$.

Hướng dẫn giải

M là tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 3 lớn hơn 1000 nhỏ hơn 3000.

Số lớn nhất của M là 2997.

Số nhỏ nhất của M là 1002.

Khoảng cách giữa hai số liên tiếp là 3 đơn vị.

Vậy số phần tử của M là $(2997 - 1002) : 3 + 1 = 666$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Điền vào chỗ chấm.

- a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên x mà $x - 5 = 0$ có phần tử vì.....
- b) Tập hợp B gồm các số tự nhiên x mà $x + 2 = 3$ có phần tử vì.....
- c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên x mà $x + 0 = 0$ có phần tử vì.....
- d) Tập hợp D gồm các số tự nhiên x mà $x \times 0 = 0$ có phần tử vì.....
- e) Tập hợp E gồm các số tự nhiên x mà $0 \times x = 3$ có phần tử vì.....

Câu 2: Mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử?

- a) $A = \{a; b; c\}$;
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq 10\}$;
- c) C là tập hợp các số tự nhiên bé hơn 100.
- d) D là tập hợp các số tự nhiên chẵn.
- e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 0\}$;
- f) $F = \{12\ 345\ 678\}$.

Câu 3: Tìm số phần tử của các tập hợp sau:

- a) Tập hợp A gồm các tháng dương lịch có 31 ngày.
- b) Tập hợp B gồm các tháng dương lịch có 30 ngày.
- c) Tập hợp C gồm các tháng dương lịch chỉ có 28 hoặc 29 ngày.
- d) Tập hợp D gồm các tháng dương lịch chỉ có 27 ngày.

Câu 4: Tính số phần tử của các tập hợp sau:

- a) Tập hợp X gồm các số tự nhiên x thỏa mãn $x.4 = 8$.
- b) Tập hợp Y gồm các số tự nhiên x thỏa mãn $x + 2 < 6$.
- c) Tập hợp Z gồm các số tự nhiên x thỏa mãn $0 : x = 0$.

Câu 5: Tính số phần tử của mỗi tập hợp sau:

- a) Tập hợp M gồm các số tự nhiên x thỏa mãn $x + 7 < 15$.
- b) Tập hợp N gồm các số tự nhiên không vượt quá 50.
- c) Tập hợp $P = \{21; 25; 29; 33; \dots; 201\}$.

d) Tập hợp Q gồm các chữ cái trong cụm từ: "LUONG Y NHU TU MAU".

Câu 6: Tính số phần tử của các tập hợp sau:

- a) $M = \{20; 21; 22; \dots; 1000\}$.
- b) $N = \{10; 12; 14; \dots; 90\}$.
- c) $P = \{33; 35; 37; \dots; 155\}$.
- d) $Q = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 2; 2 \leq x \leq 100\}$.

Câu 7: Cho Y là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 0; 1; 3; 4. Tính số phần tử của tập hợp Y .

Dạng 2: Tập hợp con

Phương pháp giải

- Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập **Ví dụ.** $A = \{1; 5\}; B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập

hợp B . Kí hiệu: $A \subset B$.

• Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$.

• **Bài toán:** Cho tập hợp A gồm có n phần tử. Để viết các tập con của A ta liệt kê:

+ Tập con không có phần tử nào là: \emptyset .

+ Tập con có một phần tử.

+ Tập con có hai phần tử.

.....

+ Tập con có n phần tử.

Nhận xét: Mỗi tập hợp khác rỗng có ít nhất hai tập hợp con là tập hợp \emptyset và chính nó.

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 5\}.$$

+ $A \subset B$ vì các phần tử của A đều thuộc B .

+ $C = B$ vì $C \subset B$ và $B \subset C$.

+ Tìm các tập con của A :

Tập con không có phần tử nào: \emptyset .

Tập con có một phần tử: $\{1\}, \{5\}$.

Tập con có hai phần tử: $\{1, 5\}$.

Các tập con của A là: $\emptyset; \{1\}; \{5\}; \{1, 5\}$.

🚩 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hai tập hợp $A = \{a; b; c; d; e\}, B = \{c; d; e; f; g; h\}$.

a) Trong hai tập hợp A và B , tập hợp nào là tập con của tập hợp kia?

b) Hãy viết tập hợp C gồm các phần tử chung của hai tập hợp A và B .

c) Viết tập hợp D gồm tất cả các phần tử của A hoặc của B . Trong các tập hợp A, B, D , có tập hợp nào là tập hợp con của tập hợp còn lại hay không? Nếu có hãy dùng kí hiệu \subset hoặc \supset để thể hiện câu trả lời.

Hướng dẫn giải

a) Trong tập hợp A có phần tử $a \notin B$ nên A không phải là tập hợp con của B .

Trong tập hợp B có phần tử $g \notin A$ nên B không phải là tập hợp con của A .

b) $C = \{c; d; e\}$. Vì c, d, e đều thuộc tập hợp A nên $C \subset A$.

Tương tự $C \subset B$.

c) $D = \{a; b; c; d; e; f; g; h\}$. Vì các phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp D nên $A \subset D$.

Tương tự $B \subset D$.

Ví dụ 2. Viết các tập hợp con của tập hợp $B = \{2; 4; 5\}$ gồm có hai phần tử.

Hướng dẫn giải

Các tập hợp con của B có hai phần tử là $\{2; 4\}, \{2; 5\}, \{4; 5\}$.

Ví dụ 3. Hãy viết tất cả các tập hợp con của tập hợp $C = \{a; b; c\}$.

Hướng dẫn giải

Tập con không có phần tử nào là: $\{\emptyset\}$.

Các tập con của C gồm có một phần tử là: $\{a\}, \{b\}, \{c\}$.

Các tập con của C gồm có hai phần tử là: $\{a;b\}, \{a;c\}, \{b;c\}$.

Các tập con của C gồm có ba phần tử là: $\{a;b;c\}$.

Vậy các tập con của C là: $\{\emptyset\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a;b\}, \{a;c\}, \{b;c\}, \{a;b;c\}$.

Ví dụ 4. Cho A là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được tạo thành bởi ba chữ số 0; 4; 7.

a) Tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

b) A có bao nhiêu tập hợp con? Liệt kê tất cả các tập hợp con đó.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = \{470; 407; 740; 704\}$. Vậy A có 4 phần tử.

b) Tập con không có phần tử nào là: $\{\emptyset\}$.

Các tập con của A gồm có một phần tử là: $\{470\}, \{407\}, \{740\}, \{704\}$.

Các tập con của A gồm có hai phần tử là:

$\{470; 407\}, \{470; 740\}, \{470; 704\}, \{407; 740\}, \{407; 704\}, \{740; 704\}$.

Các tập con của A gồm có ba phần tử là:

$\{470; 407; 740\}, \{470; 407; 704\}, \{470; 740; 704\}, \{407; 740; 704\}$.

Các tập con của A gồm có bốn phần tử là: $\{470; 407; 740; 704\}$.

Vậy A có tất cả 16 tập con.

Ví dụ 5. Cho các tập hợp sau:

$$M = \{1; 3; 5; 7; 9\}.$$

N là tập hợp các số lẻ nhỏ hơn 10.

P là tập hợp các số tự nhiên chẵn.

Q là tập hợp các số tự nhiên có chữ số tận cùng là 0.

a) Chỉ ra những cặp tập hợp bằng nhau.

b) Chỉ ra những cặp tập hợp này là tập con thực sự của tập hợp còn lại.

Hướng dẫn giải

a) Ta thấy 1; 3; 5; 7; 9 là các số lẻ nhỏ hơn 10. Do đó $M = N$.

b) Vì các số tự nhiên có tận cùng bằng 0 là số chẵn nên Q là tập con thực sự của P .

📌 Bài tập tự luyện dạng 2

Bài tập cơ bản

Câu 1: Cho tập hợp $P = \{x; y; z\}$. Điền kí hiệu \in, \subset hoặc $=$ vào ô trống.

a) $y \square P$;

b) $\{x; z\} \square P$;

c) $\{x; y; z\} \square P$.

Câu 2: Cho hai tập hợp $M = \{a; b; 1; 3\}, N = \{a; 3\}$.

a) Dùng kí hiệu \subset để thể hiện mối quan hệ giữa hai tập hợp M và N .

b) Biểu diễn tập hợp M và N bằng biểu đồ Ven.

Câu 3: Cho $A = \{0\}$. Có thể nói rằng $A = \emptyset$ hay không?

Câu 4: Cho tập hợp A gồm các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 0; 3; 4.

a) Tính số phần tử của tập hợp A .

b) Tìm tất cả các tập hợp con của A .

Câu 5: Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ bốn chữ số 0; 5; 7.

a) Tập hợp X có bao nhiêu phần tử?

b) X có bao nhiêu tập con? Liệt kê tất cả các tập hợp con đó.

Bài tập nâng cao

Câu 6: Tìm các số tự nhiên x và y sao cho hai tập hợp sau đây bằng nhau:

$$P = \{3; 4; 5; x; 7; 9\}, Q = \{(y-1); 4; 3; 9; 7; 8\}.$$

Câu 7: Tìm các số tự nhiên m và n sao cho hai tập hợp sau đây bằng nhau:

$$M = \{(m+1); 1; 3; 7\}, N = \{n; 1; 2; 3\}.$$

Câu 8: Cho ba tập hợp A, B, C . Biết rằng $A \subset B$ và $B \subset C$, hỏi A có phải là một tập hợp con của tập hợp C hay không?

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Phần tử của tập hợp

Câu 1. Điền vào chỗ chấm.

a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên x mà $x - 5 = 0$ có một phần tử vì $A = \{5\}$.

b) Tập hợp B gồm các số tự nhiên x mà $x + 2 = 3$ có một phần tử vì $B = \{1\}$.

c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên x mà $x + 0 = 0$ có một phần tử vì $C = \{0\}$.

d) Tập hợp A gồm các số tự nhiên x mà $x \times 0 = 0$ có vô số phần tử vì $D = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$.

e) Tập hợp A gồm các số tự nhiên x mà $0 \times x = 3$ có không phần tử vì $E = \emptyset$.

Câu 2.

a) A có 3 phần tử.

b) $B = \{6; 7; 8; 9; 10\}$ có 5 phần tử.

c) $C = \{0; 1; 2; 3; \dots; 99\}$ có 100 phần tử.

d) $D = \{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$ có vô số phần tử.

e) E là tập hợp các số tự nhiên bé hơn 0. Nhưng 0 là số tự nhiên bé nhất nên không có số tự nhiên nào bé hơn 0. Vậy E là tập hợp không có phần tử nào hay $E = \emptyset$.

f) Tập hợp F chỉ có một phần tử, đó là số 12 345 678.

Câu 3.

a) $A = \{1; 3; 5; 7; 8; 10; 12\}$. Vậy A có 7 phần tử.

b) $B = \{4; 6; 9; 11\}$. Vậy B có 4 phần tử.

c) $C = \{2\}$. Vậy C có 1 phần tử.

d) Vì không tồn tại tháng dương lịch chỉ có 27 ngày nên số phần tử của tập hợp D là 0.

Câu 4.

a) $X = \{2\}$. Vậy X có 1 phần tử.

b) $Y = \{0; 1; 2; 3\}$. Vậy Y có 4 phần tử.

c) Ta có $0 : x = 0$ đúng với mọi x khác 0 nên tập hợp Z có vô số phần tử.

Câu 5.

a) Tập hợp M các số tự nhiên x thỏa mãn $x + 7 < 15$ là: $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy M có 8 phần tử.

b) Tập hợp N các số tự nhiên không vượt quá 50 là: $N = \{0; 1; 2; 3; \dots; 50\}$.

Vậy N có $50 - 0 + 1 = 51$ phần tử.

c) Số lớn nhất thuộc tập hợp P là 201.

Số bé nhất thuộc tập hợp P là 21.

Khoảng cách giữa hai số liên tiếp là 4.

Vậy số phần tử của P là: $(201 - 21) : 4 + 1 = 46$ phần tử.

d) Tập hợp Q các chữ cái trong cụm từ: “LUONG Y NHU TU MAU” là:

$$Q = \{L; U; O; N; G; Y; H; T; M; A\}.$$

Vậy Q có 10 phần tử.

Câu 6.

a) Số phần tử của tập hợp M là: $1000 - 20 + 1 = 981$ phần tử.

b) Số phần tử của tập hợp N là: $(90 - 10) : 2 + 1 = 41$ phần tử.

c) Số phần tử của tập hợp P là: $(155 - 33) : 2 + 1 = 62$ phần tử.

d) Số phần tử của tập hợp Q là: $(100 - 2) : 2 + 1 = 50$ phần tử.

Câu 7. Ta có:

$$Y = \{1340; 1304; 1430; 1403; 1043; 1034; 3140; 3104; 3410; 3401; 3014; 3041; 4130; 4103; 4310; 4301; 4013; 4031\}.$$

Vậy Y có 18 phần tử.

Dạng 2. Tập hợp con**Bài tập cơ bản**

Câu 1.

- a) $y \in P$; b) $\{x; z\} \subset P$; c) $\{x; y; z\} = P$.

Câu 2.

- a) $N \subset M$.
b) Học sinh tự vẽ biểu đồ Ven.

Câu 3.

Không thể nói rằng $A = \emptyset$ vì A là một tập hợp có một phần tử, còn \emptyset là một tập hợp không có một phần tử nào.

Câu 4.

- a) $A = \{340; 304; 430; 403\}$. Vậy A có 4 phần tử.

b) Các tập con của A :

- + Tập con không có phần tử nào là: \emptyset .
- + Tập con có một phần tử là: $\{340\}, \{304\}, \{430\}, \{403\}$.
- + Tập con có hai phần tử là: $\{340; 304\}, \{340; 430\}, \{340; 403\}, \{304; 430\}, \{304; 403\}, \{430; 403\}$.
- + Tập con có ba phần tử là: $\{340; 304; 430\}, \{340; 304; 403\}, \{340; 430; 403\}, \{304; 430; 403\}$.
- + Tập con có bốn phần tử là: $\{340; 304; 430; 403\}$.

Vậy các tập con của A là:

$\emptyset, \{340\}, \{304\}, \{430\}, \{403\}, \{340; 304\}, \{340; 430\}, \{340; 403\}, \{304; 430\}, \{304; 403\}, \{430; 403\},$
 $\{340; 304; 430\}, \{340; 304; 403\}, \{340; 430; 403\}, \{304; 430; 403\}, \{340; 304; 430; 403\}$.

Câu 5.

- a) $X = \{570; 507; 750; 705\}$. Vậy X có 4 phần tử.

b) Các tập con của X là:

$\{\emptyset\}, \{570\}, \{507\}, \{750\}, \{705\}, \{570; 507\}, \{570; 750\}, \{570; 705\}, \{507; 750\}, \{507; 705\}, \{750; 705\},$
 $\{570; 507; 750\}, \{570; 507; 705\}, \{570; 750; 705\}, \{507; 750; 705\}, \{570; 507; 750; 705\}$.

X có 16 tập con.

Bài tập nâng cao**Câu 6.**

Ta thấy hai tập hợp P và Q có số phần tử bằng nhau và có chung các phần tử: 3; 4; 7; 9. Do đó để $P = Q$ thì $x = 8$ và $y - 1 = 5$. Suy ra $x = 8; y = 6$.

Vậy $x = 8; y = 6$ thì $P = Q$.

Câu 7.

Nhận thấy hai tập hợp M và N có số phần tử bằng nhau và có chung các phần tử: 1; 3.

Do đó để $M = N$ thì $n = 7$ và $m + 1 = 2$. Suy ra $n = 7; m = 1$.

Vậy $n = 7; m = 1$ thì $M = N$.

Câu 8.

Muốn cho A là một tập hợp con của tập hợp C thì mỗi phần tử của A cũng phải là một phần tử của C .

Vì thế chỉ cần xét xem mỗi phần tử của A có thuộc C hay không?

Giả sử $a \in A$ Theo giả thiết $A \subset B$ nên $a \in B$. Lại theo giả thiết $B \subset C$ nên từ $a \in B$ suy ra $a \in C$.

Như thế ta đã chứng tỏ được rằng mỗi phần tử của A đều thuộc C . Vậy $A \subset C$.