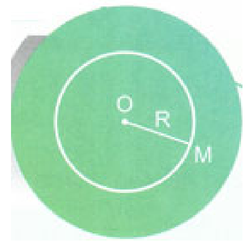
SỰ XÁC ĐỊNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN – TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đường tròn

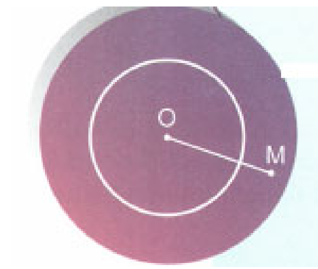
Đường tròn tâm O, bán kính $R\left(R>0\right)$ là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R. Kí hiệu: $\left(O;R\right)$.

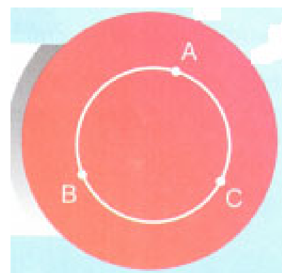


Vị trí tương đối

Cho đường tròn $\left(O;R\right)$ và điểm M.

- M nằm trên đường tròn $\left(O;R\right)$ $\Leftrightarrow OM=R$.
- M nằm ngoài đường tròn $\left(O;R\right)$ $\Leftrightarrow OM>R$.
- M nằm trong đường tròn $\left(O;R\right)$ $\Leftrightarrow OM<R$.



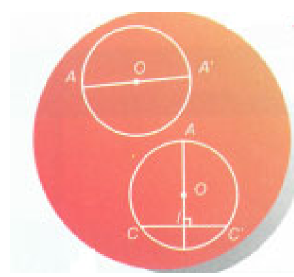


Cách xác định đường tròn

Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.

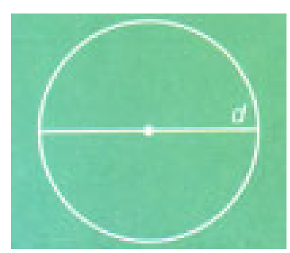
Tính chất đối xứng

- Đường tròn là hình có ***tâm đối xứng***. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.
- Đường tròn là hình có ***trục đối xứng***. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.



Độ dài đường tròn và diện tích hình tròn

Cho đường tròn có bán kính R và đường kính d.



- Độ dài đường tròn (hay còn gọi là chu vi) được tính bằng công thức:

$$C=2\pi R=\pi d.$$

- Độ dài cung tròn: Trên đường tròn bán kính R, độ dài l của một cung n° được tính theo công thức:

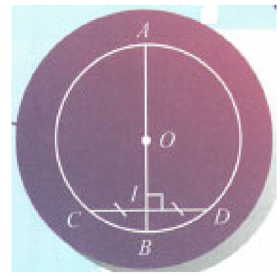
$$l=\frac{\pi Rn}{180}.$$

- Diện tích hình tròn: $S=\pi R^2$.
- Diện tích hình quạt tròn: Trên đường tròn bán kính R, cung n° được tính theo công thức:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{lR}{2}$$

(với l là độ dài cung n° của hình quạt tròn).

Đường kính và dây của đường tròn



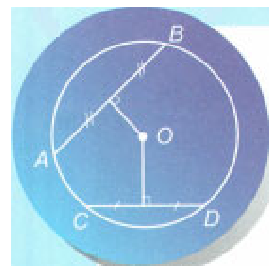
• Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

• Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây:

+ Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

+ Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

Liên hệ khoảng cách từ tâm đến dây



• Trong một đường tròn:

+ Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

+ Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

• Trong hai dây của một đường tròn:

+ Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

+ Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

I.CÁC DẠNG BÀI CƠ BẢN

Dạng 1: Tính độ dài đường tròn và diện tích hình tròn

Bài tập mẫu

Ví dụ 1: Cho đường tròn có bán kính là 5 cm. Tính

a) Chu vi và diện tích hình tròn.

b) Độ dài cung 60° của một đường tròn có bán kính là 5 cm.

c) Diện tích của hình quạt tròn có số đo cung là 30°.

Giải chi tiết

a) Chu vi hình tròn là: $C = 2\pi R = 2\pi.5 = 10\pi$ cm.

Diện tích hình tròn là: $S = \pi R^2 = \pi.5^2 = 25\pi$ cm^2.

b) Áp dụng công thức tính độ dài cung tròn với $n = 60^\circ,\ R = 5$ cm, ta có:

$$l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi.5.60}{180} = \frac{5\pi}{3}(\text{cm}).$$

c) Diện tích hình quạt tròn có số đo cung là 30° là:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi.5^2.30}{360} = \frac{25\pi}{12}(\text{cm}^2).$$

Ví dụ 2: Tính chu vi của hình tròn có độ dài cung 30° là $5\pi(\text{cm})$.

Giải chi tiết

Gọi R là bán kính đường tròn.

Theo đề bài ra ta có: $5\pi = \frac{\pi R.30}{180} = \frac{\pi R}{6} \Rightarrow R = 30$ cm.

Chu vi hình tròn là: $C = 2\pi R = 2\pi.30 = 60\pi$ cm.

Ví dụ 3: Biết diện tích cái bàn tròn là $64\pi\left(\text{dm}^2\right)$. Tính độ dài cung $45°$ của cái bàn tròn đó.

Giải chi tiết

Gọi R là bán kính đường tròn.

Theo đề bài ra ta có: $64\pi = \pi.R^2 \Leftrightarrow R = 8\left(\text{dm}\right)$.

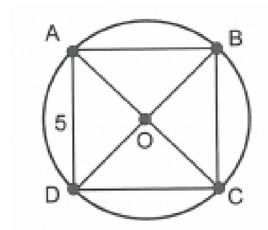
Độ dài cung $45°$ của cái bàn đó là: $l = \frac{\pi Rn}{180} = \frac{\pi 8.45}{180} = 2\pi$ dm.

Ví dụ 4: Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp hình vuông có cạnh bằng 5 cm.

Giải chi tiết

Đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có tâm O là giao điểm hai đường chéo.

Suy ra bán kính của nó là:



$$R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{\sqrt{5^2 + 5^2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}.$$

Diện tích hình tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ là:

$$S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{2}\left(\text{cm}^2\right).$$

Ví dụ 5: Một chiếc bánh pizza có đường kính là 40 cm. John nói với chủ quán là anh ta muốn ăn một miếng bánh có diện tích hình quạt tròn là 100π cm^2. Bác đầu bếp bối rối không biết cắt như thế nào cho đúng, bạn hãy giúp bác đầu bếp để bác ấy có thể phục vụ vho John, anh ta đói lắm rồi.

Giải chi tiết

Để xác định nên cắt cái bánh như thế nào, ta sẽ xác định xem cần cắt cái bánh một góc bao nhiêu độ từ tâm của cái bánh.

Bán kính của cái bánh pizza là: $R = \frac{40}{2} = 20$ cm.

Diện tích hình quạt tròn là 100π cm^2 nên từ công thức $S = \frac{\pi R^2 n}{360}$.

Suy ra $n = \frac{S.360}{\pi R^2} = \frac{100\pi.360}{\pi.20^2} = 90$.

Vậy bác đầu bếp cần cắt cái bánh từ tâm một góc $90°$ thì sẽ đúng yêu cầu của John.

Dạng 2: Chứng minh các điểm cùng thuộc một đường tròn

Bài tập mẫu

Ví dụ 1: Chứng minh các định lý sau:

a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền.

b) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

Giải chi tiết

a) Giả sử tam giác ABC vuông tại A. Gọi O là trung điểm của BC.

Suy ra $OA = \frac{1}{2}BC = OB = OC$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông).

Do đó, điểm O cách đều ba đỉnh A, B, C hay O chính là tâm đường tròn ngoại tiếp.

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.

b) Giả sử đường tròn (O) đường kính BC ngoại tiếp tam giác.

Ta có: $OA = OB = OC$ (vì cùng là bán kính) $\Rightarrow OA = OB = OC = \frac{1}{2}BC$.

Mà OA là đường trung tuyến ứng với cạnh BC nên ΔABC vuông tại A.

Nhận xét

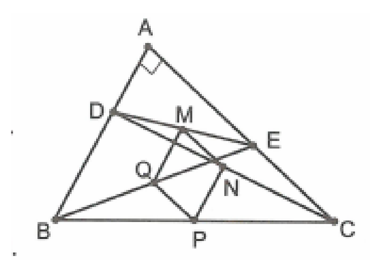
Nếu các tam giác vuông có chung cạnh huyền thì các đỉnh góc vuông của các tam giác vuông đó cùng thuộc một đường tròn có tâm là trung điểm của cạnh huyền chung đó.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của DE, DC, BC, BE. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

Phân tích đề bài

Đề bài cho các trung điểm, ta nghĩ đến việc áp dụng tính chất đường trung bình để chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Mà ΔABC vuông tại A nên ta sẽ đi chứng mính $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Giải chi tiết



Ta có: $\begin{cases} MN // EC \\ MN = \frac{1}{2}EC \end{cases}$ (vì MN là đường trung bình của ΔDEC).

Ta có: $\begin{cases} PQ // EC \\ PQ = \frac{1}{2}EC \end{cases}$ (vì MN là đường trung bình của ΔBEC).

Suy ra: $\begin{cases} MN // PQ \\ MN = PQ \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành. (1)

Mặt khác $QM // BD$ (do MQ là đường trung bình của ΔBDE) và

$\Rightarrow \widehat{QMN} = \widehat{BAC} = 90°$ (góc có cạnh tương ứng song song). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MNPQ$ là hình chữ nhật. Các tam giác vuông QMN và QPN có chung cạnh huyền QN nên bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn đường kính QN.

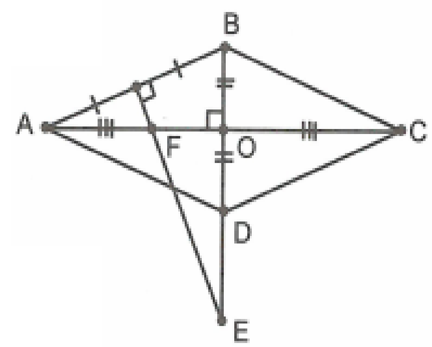
Ví dụ 3: Cho hình thoi $ABCD$. Đường trung trực của cạnh AB cắt BD tại E và cắt AC tại F. Chứng minh E, F lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và ABD.

Phân tích đề bài

Để chứng minh điểm E là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC thì:

+ Hướng 1: Chứng minh ΔABC vuông là có E là trung điểm của cạnh huyền.

+ Hướng 2: Chứng minh E là giao điểm của các đường trung trực của ΔABC.



Giả thiết cho $ABCD$ là hình thoi nên khả năng ΔABC vuông sẽ không xảy ra. Lại có E thuộc đường trung trực của cạnh AB nên ta có thể chứng minh theo cách 2.

Tương tự với chứng minh F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABD.

Giải chi tiết

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $ABCD$ là hình thoi nên O là trung điểm của AC và $BD \perp AC$ tại O.

$\Rightarrow BD$ là đường trung trực của đoạn AC.

Mà EF là đường trung trực của AB (theo giả thiết) và $EF \cap BD = E$. Suy ra E là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Chứng minh tương tự, ta cũng có F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABD.

Ví dụ 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ đường tròn (I) đường kính OA. Bán kính OC của đường tròn (O) cắt đường tròn (I) tại D. Vẽ $CH \perp AB$. Chứng minh tứ giác $ACDH$ là hình thang cân.

Phân tích đề bài

$ACDH$ là hình thang cân

$\Updownarrow$ có $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$

$ACDH$ là hình thang

$\Updownarrow$

$DH // AC$

$\Updownarrow$

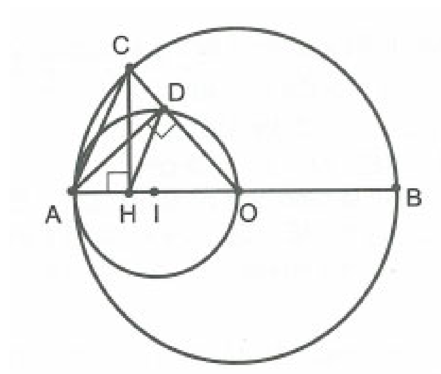
$$\frac{OH}{OA} = \frac{OD}{OC}$$

$\Updownarrow$

$OH = OD$

$\Updownarrow$ có $OA = OC$

$\Delta ADO = \Delta CHO$



Giải chi tiết

Xét ΔADO và ΔCHO có: $\widehat{ADO}=\widehat{CHO}=90^\circ$ (giả thiết).

$\widehat{AOD}$ chung.

$OA=OC$ (bán kính đường tròn (O)).

$\Rightarrow \Delta ADO=\Delta CHO$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow OH=OD$ (hai cạnh tương ứng).

$\Rightarrow \dfrac{OH}{OA}=\dfrac{OD}{OC}\Rightarrow DH//AC$ (định lí Ta-lét đảo) $\Rightarrow ACDH$ là hình thang. (1)

Mà $\widehat{OAC}=\widehat{OCA}$ (do ΔAOC cân tại O). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $ACDH$ là hình thang cân.

Dạng 3: Đường kính và dây của đường tròn. Liên hệ khoảng cách từ tâm đến dây

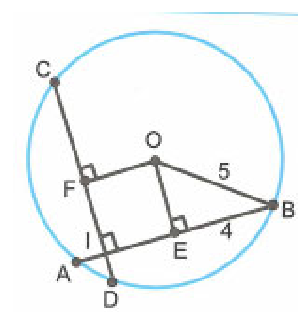
Bài tập mẫu

Ví dụ 1: Cho đường tròn tâm O, bán kính bằng 5 cm và dây $AB=8$ cm.

a) Tính khoảng cách từ O đến AB.

b) Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho $AI=1$ cm. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB. Chứng minh $CD=AB$.

Giải chi tiết



a) Kẻ $OE\perp AB\left(E\in AB\right)$, suy ra E là trung điểm của AB

$\Rightarrow EB=EA=\dfrac{AB}{2}=4$ cm (quan hệ đường kính và dây cung).

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông OEB, ta có:

$OE^2+EB^2=OB^2\Rightarrow OE=\sqrt{OB^2-EB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ cm. (1)

Vậy khoảng cách từ O đến AB là 3 cm.

b) Ta có $IE=AE-AI=4-1=3$ cm.

Mà tứ giác $OEIF$ là hình chữ nhật nên $OF=IE=3$ cm. (2)

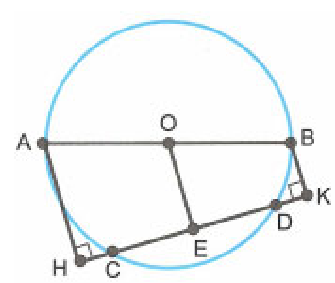
Từ (1) và (2) suy ra $OE=OF$ hay khoảng cách từ tâm đến hai dây AB và CD bằng nhau.

$\Rightarrow AB=CD$ (liên hệ khoảng cách từ tâm đến dây).

Ví dụ 2: Cho đường tròn tâm O đường kính AB, dây CD không cắt đường kính AB. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B lên CD.

Chứng minh $CH=DK$.

Giải chi tiết



Kẻ $OE\perp CD\left(E\in CD\right)\Rightarrow E$ là trung điểm của CD (quan hệ đường kính và dây cung)

$\Rightarrow EC=ED$. (1)

Ta có: $AH//BK$ (cùng vuông góc với CD) nên tứ giác $AHBK$ là hình thang.

Lại có $OE//AH//BK$ và O là trung điểm của AB nên OE là đường trung bình của hình thang $AHBK$

$\Rightarrow E$ là trung điểm của $HK \Rightarrow EH = EK$ (2)

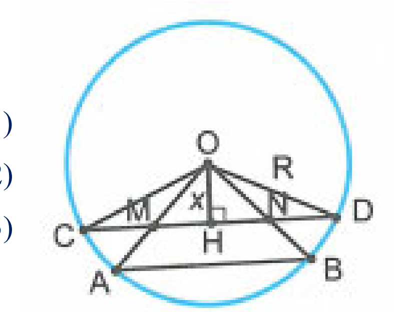
Từ (1) và (2) suy ra $CH = DK$ (đpcm).

Ví dụ 3: Cho đường tròn $(O;R)$. Vẽ hai bán kính OA, OB. Trên các bán kính OA, OB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $OM = ON$. Vẽ dây CD đi qua M, N (M nằm giữa C và N).

a) Chứng minh $CM = DN$.

b) Giả sử $\widehat{AOB} = 90°$. Tính OM theo R sao cho $CM = MN = ND$.

Giải chi tiết



a) Kẻ $OH \perp CD\,(H \in CD) \Rightarrow HC = HD$ (quan hệ đường kính và dây cung). (1)

Theo giả thiết $OM = ON$ nên ΔOMN cân tại $O \Rightarrow HM = HN$ (2)

Lại có $CH = CM + MH;\ DH = DN + NH$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $CM = DN$.

b) Giả sử $CM = MN = ND$. Đặt $OH = x\,(x > 0)$. Ta có: $OM = x\sqrt{2}$ (vì ΔOMN vuông cân);

$MN = NH = x;\ HD = 3HN = 3x$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông HOD có:

$$OH^2 + HD^2 = OD^2 \Leftrightarrow x^2 + (3x)^2 = R^2 \Leftrightarrow 10x^2 = R^2 \Leftrightarrow x = \frac{R}{\sqrt{10}} \Rightarrow OM = \frac{R}{\sqrt{5}}.$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Xích đạo là một đường tròn lớn của Trái Đất có độ dài khoảng 40 075 km. Hãy tính bán kính của Trái Đất.

Câu 2: Tính diện tích hình quạt tròn có bán kính 20 cm và số đo cung là $30°$.

Câu 3: Diện tích hình tròn sẽ thay đổi như thế nào nếu tăng bán kính lên gấp ba lần?

Câu 4: Biết chu vi hình tròn là 16π cm. Tính diện tích hình quạt tròn có số đo cung là $50°$.

Câu 5: Một máy cày có hai bánh xe sau lớn hơn hai bánh xe trước. Biết khi bơm căng, bánh xe trước có đường kính 0,8 m, bánh xe sau có đường kính 1,5 m. Hỏi bánh xe sau lăn được 16 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Câu 6: Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{C} + \widehat{D} = 90°$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC và CA. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q nằm trên một đường tròn.

Câu 7: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60°$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh 6 điểm E, F, G, H, B, D cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 8: Cho hình thang $ABCD\,(AB//CD, AB < CD)$ có $\widehat{C} = \widehat{D} = 60°,\ CD = 2AD$. Chứng minh 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.

Câu 9: Cho tam giác ABC có các đường cao BH và CK.

a) Chứng minh: B,K,H và C cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm đường tròn đó.

b) So sánh KH và BC.

Câu 10: Cho đường tròn $(O;R)$ có AB là đường kính, H là trung điểm của OB. Vẽ dây CD vuông góc với AB tại H, K là trung điểm của AC và I là điểm đối xứng của A qua H.

a) Bốn điểm C,H,O,K cùng thuộc một đường tròn.

b) $ADIC$ là hình thoi. Tính diện tích theo R.

Câu 11: Cho đường tròn $(O;R)$ có hai dây AB,CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I. Giả sử $IA=2$ cm, $IB=4$ cm. Tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây.

Câu 12: Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OA,OB. Qua M,N lần lượt vẽ các dây CD và EF song song với nhau (C và E cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

a) Chứng minh tứ giác $CDFE$ là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và EF cùng tạo với AB một góc nhọn $30°$. Tính diện tích hình chữ nhật $CDFE$.

HƯỚNG DẪN

Câu 1:

Đáp số: $R \approx 6378{,}1$ km.

Câu 2:

Đáp số: $S=\dfrac{100\pi}{3}\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 3:

Từ công thức diện tích hình tròn $S=\pi R^2$, suy ra nếu bán kính tăng lên gấp 3 lần thì diện tích hình tròn sẽ tăng lên 9 lần.

Câu 4:

Đáp số: $R=8(\text{cm})$, $S=\dfrac{80\pi}{9}\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 5:

Bánh xe lăn được một vòng nghĩa là nó đã đi được một độ dài bằng chu vi của bánh xe.

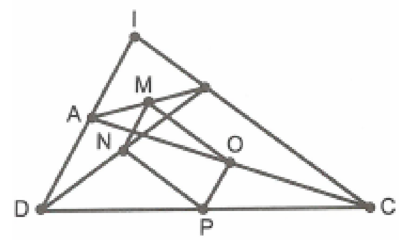
Chu vi bánh xe trước là: $C_1=\pi d=0{,}8\pi$ m.

Chu vi bánh xe sau là: $C_2=\pi d=1{,}5\pi$ m.

Bánh xe sau lăn được 16 vòng nghĩa là nó đi được quãng đường: $s=1{,}5\pi.16=24\pi$ m.

Khi đó bánh xe trước sẽ lăn được số vòng là: $\dfrac{24\pi}{0{,}8\pi}=30(\text{vòng})$.

Câu 6:



Gọi $I = DA \cap CB$. Theo giả thiết $\widehat{C} + \widehat{D} = 90° \Rightarrow DIC = 90°$.

Ta có $MN//PQ$ (vì cùng song song với AD).

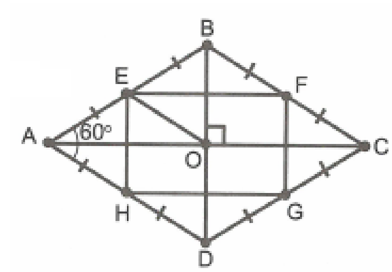
Và $MN = PQ\left(=\dfrac{1}{2}AD\right)$.

Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành.

Lại có $MN//AD, MQ//BC$ nên $\widehat{NMQ} = \widehat{DIC} = 90°$ (góc có cạnh tương ứng song song).

Do đó $MNPQ$ là hình chữ nhật. Vậy bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc đường tròn đường kính NQ.

Câu 7:



Dễ dàng chứng minh được tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật.

Gọi $O = AC \cap BD$.

$OE//AD$ (vì OE là đường trung bình của ΔABD)

$\Rightarrow \widehat{OEB} = \widehat{DAB} = 60°$ (đồng vị). (1)

Ta có E, O, G thẳng hàng (theo tiên đề Ơ-clit, OE và OG cùng song song với AD).

Mặt khác, $OE = \dfrac{1}{2}AD,\ OG = \dfrac{1}{2}BC$ và $OE = OG$ hay O là trung điểm của EG.

Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $EFGH$.

Lại có: $EB = \dfrac{1}{2}AB;\ OE = \dfrac{1}{2}AD$ mà $AB = AD \Rightarrow OE = EB \Rightarrow \Delta OEB$ cân tại E. (2)

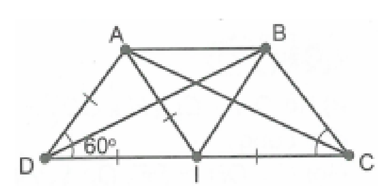
Từ (1) và (2) suy ra ΔOEB đều $\Rightarrow OE = OB \Rightarrow B$ thuộc đường tròn (O).

Tương tự có D thuộc đường tròn (O).

Vậy 6 điểm E, F, G, H, B, D thuộc đường tròn (O).

Câu 8:

Gọi I là trung điểm của CD. Theo giả thiết suy ra $ID = IC = AD \Rightarrow \Delta IAD$ cân tại D.



Mà $\widehat{D} = 60°$ nên ΔIAD đều $\Rightarrow IA = ID = IC$. (1)

$\Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $A \Rightarrow \widehat{DAC} = 90°$.

Lại có $\Delta ACD = \Delta BDC$ (c.g.c)

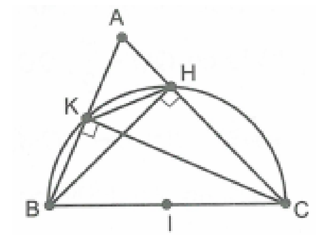
$\Rightarrow \widehat{CBD} = \widehat{DAC} = 90° \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B.

Mà có IB là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền CD nên $IB = IC = ID$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IA = IB = IC = ID$ hay 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn tâm I.

Câu 9:

a) Dễ thấy ΔBHC và ΔBCK là hai tam giác có chung cạnh huyền BC nên bốn điểm B, C, H, K cùng thuộc đường tròn tâm I là trung điểm của BC.

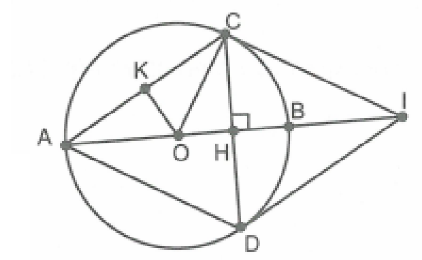


b) BC và HK lần lượt là đường kính và dây cung của đường tròn (I).

Do đó $HK < BC$.

Câu 10:

a) Vì K là trung điểm của AC nên $OK \perp AC$ (quan hệ đường kính và dây cung).



ΔCOK và ΔCOH là hai tam giác vuông chung cạnh huyền CO nên bốn điểm C, H, O, K cùng thuộc một đường tròn đường kính CO.

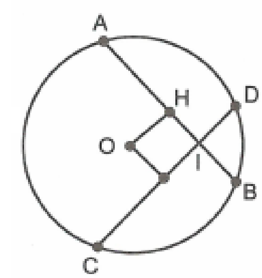
b) Tứ giác $ADIC$ có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên $ADIC$ là hình thoi.

$\Rightarrow S_{ADIC} = 2S_{ACD} = 2.\frac{1}{2}.AH.CD = AH.CD$.

Mà $AH = \frac{3R}{2}$; $CD = 2CH = 2\sqrt{OC^2 - OH^2} = 2\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = R\sqrt{3}$.

$\Rightarrow S_{ADIC} = \frac{3R}{2}.R\sqrt{3} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$

Câu 11:



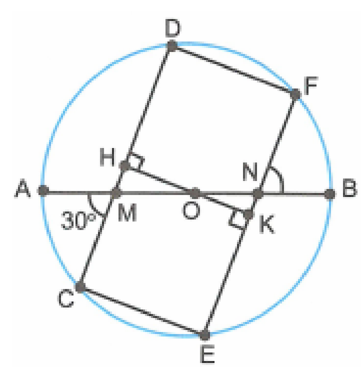
Ta có: $AB = IA + IB = 6$ cm. Do H là trung điểm của AB nên $AH = 3$ cm.

Lại có $IH = AH - AI = 1$ cm $\Rightarrow OK = IH = 1$ cm (do $OHIK$ là hình chữ nhật).

Do hai dây AB và CD bằng nhau nên $OH = OK = 1$ cm.

Câu 12:

a) Kẻ $OH \perp CD\,(H \in CD) \Rightarrow CH = DH$ (quan hệ đường kính và dây cung).



Gọi $K = OH \cap EF$. Do $\Delta OHM = \Delta OKN \Rightarrow OH = OK \Rightarrow CD = EF$ (liên hệ khoảng cách từ tâm đến dây).

Mà $CD // EF$ nên suy ra $CDFE$ là hình bình hành.

$\Delta HOD = \Delta KOE \Rightarrow D, O, E$ thẳng hàng.

$\Rightarrow CDEF$ là hình chữ nhật.

b) Ta có $OM = \frac{R}{2}$; $OC = R$. Trong tam giác vuông HMO có:

$\widehat{HMO} = 30°$; $OH = OM.\sin 30° = \frac{R}{4} \Rightarrow DF = HK = 2OH = \frac{R}{2}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông CHO có:

$OH^2+CH^2=OC^2 \Rightarrow CH=\sqrt{OC^2-OH^2}=\sqrt{R^2-\dfrac{R^2}{16}}=\dfrac{R\sqrt{15}}{4} \Rightarrow CD=2CH=\dfrac{R\sqrt{15}}{2}$.

Vậy diện tích hình chữ nhật $CDFE$ là: $S_{CDFE}=CD.EF=\dfrac{R\sqrt{15}}{2}.\dfrac{R}{2}=\dfrac{R^2\sqrt{15}}{4}$

II.CÁC BÀI NÂNG CAO PHÁT TRIỂN TƯ DUY

Chứng minh nhiều điểm cùng thuộc một đường tròn

Bài 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E. Biết rằng qua bốn điểm A, B, C, D có thể vẽ được một đường tròn, qua bốn điểm B, C, D, E cũng vẽ được một đường tròn. Chứng minh rằng cả năm điểm A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

Bài 2. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{C}+\widehat{D}=90^\circ$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC và CA. Chứng minh rằng bốn điểm E, F, G, H cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A ở ngòai đường tròn. Lấy bốn điểm M, N, P, Q thuộc đường tròn (O). Trên các tia AM, AN, AP, AQ lần lượt lấy các điểm M',N',P',Q' sao cho M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AM',AN',AP',AQ'. Chứng minh rằng bốn điểm M',N',P',Q' cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 4. Cho hình thoi ABCD, $\widehat{A}=60^\circ$. Gọi E, F,G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng 6 điểm B, D, E, F, G, H cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. Cho hình chữ nhật ABCD, $AB=a, BC=b (a>b)$. Gọi H là hình chiếu của D trên AC và K là hình chiếu của C trên BD.

a) Chứng minh rằng bốn điểm C, D, H, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là trung điểm của AB, tìm điều kiện của a và b để 5 điểm C, D, H, K và M cùng thuộc một đường tròn.

Bài 6. Cho tam giác ABC. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, P, K, J cùng thuộc một đường tròn;

b) Sáu điểm M, P, K, J, I, N cùng thuộc một đường tròn;

c) Chín điểm M, P, K, J, I, N, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.

• ***Chứng minh một điểm thuộc một đường tròn cố định***

Bài 7. Cho tam giác ABC, cạnh BC cố định, đường trung tuyến $BM=1,5cm$. Chứng minh rằng điểm A thuộc một đường tròn cố định.

Bài 8. Cho đường tròn $(O;3cm)$. Lấy điểm A bất kì trên đường tròn. Qua A vẽ tia $\mathrm{Ax}\perp\mathrm{OA}$. Trên tia Ax lấy điểm B sao cho $\mathrm{AB}=4\,\mathrm{cm}$. Gọi H là hình chiếu của A trên OB. Chứng minh rằng H thuộc một đường tròn cố định.

Bài 9. Cho đoạn thẳng $\mathrm{AB}=4\,\mathrm{cm}$. Trên AB lấy điểm C sao cho $\mathrm{AC}=1\,\mathrm{cm}$. Vẽ tia Cx, trên đó lấy điểm M sao cho $\widehat{AMC}=\widehat{ABM}$. Chứng minh rằng điểm M thuộc một đường tròn cố định.

• *Dựng đường tròn*

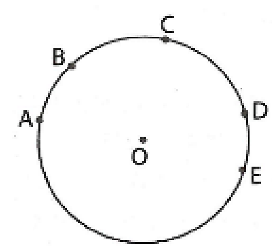
Bài 10. Dựng đường tròn đi qua hai điểm A và B cho trước và có tâm nằm trên đường thẳng d cho trước.

Bài 11. Cho đường thẳng d và một điểm A cách d là 1cm. Dựng đường tròn (O) có bán kính 1,5cm đi qua A và có tâm nằm trên đường thẳng d.

• *Các dạng khác*

Bài 12. Cho tam giác ABC. Trên tia BC lấy điểm M, trên tia CB lấy điểm N sao cho $BM = BA, CN = CA$. Vẽ đường tròn (O) ngoại tiếp tam gác AMN. Chứng minh rằng tia AO là tia phân giác của góc BAC.

Bài 13. Cho hình thoi ABCD cạnh 1. Gọi R_1 và R_2 lần lượt là bán kính đừơng tròn ngoại tiếp tam giác ABD và ABC. Chứng minh rằng $R_1^2 + R_2^2 = 4R_1^2R_2^2$.



Bài 14. Cho 6 đường tròn cùng đi qua một điểm A. Chứng minh rằng có một hình tròn chứa tâm của một hình tròn khác.

Bài 15. Cho 99 điểm sao cho trong ba điểm bất kì nào cũng tồn tại hai điểm có khỏang cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng trong các điểm đã cho có ít nhất 50 điểm nằm trong một đường tròn có bán kính bằng 1.

Bài 16. *Đố.* Hai người chơi một trò chơi như sau:

Mỗi người lần lượt đặt một đồng xu lên một tấm bìa hình tròn. Người cuối cùng đặt được đồng xu lên tấm bìa là người thắng cuộc. Muốn chắc thắng thì phải chơi như thế nào? (Các đồng xu đều như nhau và không chồng lên nhau).

Bài 17. Cho đường tròn $(O;3)$. Lấy sáu điểm ở bên trong đường tròn, không có điểm nào trùng với O và không có hai điểm nào thuộc cùng một bán kính. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm trong 6 điểm đó có khỏang cách nhỏ hơn 3.

Bài 18. Cho sáu điểm thuộc một hình tròn $(O;r)$, các điểm này không có điểm nào trùng với O. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm trong sáu điểm ấy có khỏang cách nhỏ hơn hoặc bằng r.

Bài 19. Cho bảy điểm thuộc một hình tròn $(O;r)$ trong đó khoảng cách giữa hai điểm bất kì không nhỏ hơn r. Chứng minh rằng một trong bảy điểm đó trùng với tâm của hình tròn.

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Đường tròn qua bốn điểm A, B, C, D và đường tròn qua bốn điểm B, C, D, E có ba điểm chung và B, C, D nên chúng phải trùng nhau.

Vậy năm điểm A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

Bài 2. Xét ΔABD có EF là đường trung bình

Suy ra $EF // AD$ và $EF = \frac{AD}{2}$.

Chứng minh tương tự ta được:

$HG // AD$ và $HG = \frac{AD}{2}$.

Vậy $EF // HG$ và $EF = HG$.

Suy ra tứ giác EFGH là hình bình hành.

Ta có $\widehat{FGD} = \widehat{BCD}; \widehat{HGC} = \widehat{ADC}$ (cặp góc đồng vị).

Do đó $\widehat{FGD} + \widehat{HGC} = \widehat{BCD} + \widehat{ADC} = 90°$, dẫn tới $\widehat{FGH} = 90°$.

Hình bình hành EFGH có $\widehat{G} = 90°$ nên là hình chữ nhật.

Suy ra bốn điểm E, F, G, H cùng nằm trên một đường tròn.

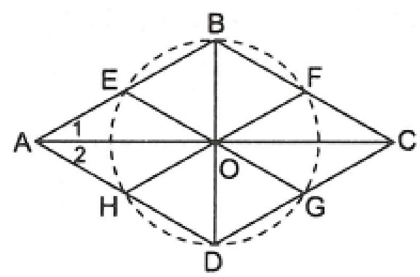
Bài 3. Trên tia AO lấy điểm O' sao cho O là trung điểm của AO'.

Xét $\Delta AO'M'$ có OM là đường trung bình nên $O'M' = 2OM = 2R$.

Chứng minh tương tự ta được: $O'N' = O'P' = O'Q' = 2R$

Vậy bốn điểm M', N', P', Q' cùng thuộc đường tròn $(O; 2R)$.

Bài 4. Vì ABCD là hình thoi nên $AC \perp BD$ (tại O) và AC là đường phân giác của góc A.

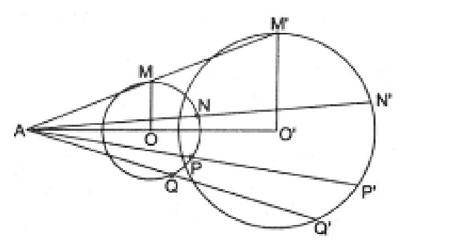


Do đó $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 30°$.

Đặt độ dài mỗi cạnh của hình thoi là a.

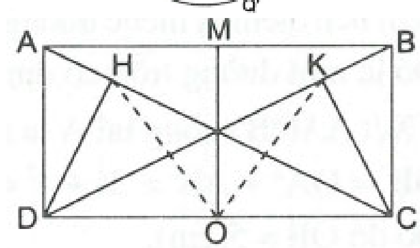
Xét các tam giác AOB, AOD vuông tại O có:

$\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 30°$ nên $OB = OD = \frac{a}{2}$.



Theo tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ta có:

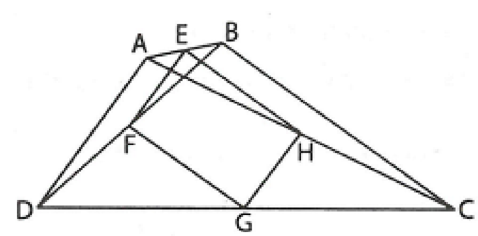
$$OE = OF = OG = OH = \frac{a}{2}.$$



Vậy $OB = OD = OE = OF = OG = OH = \frac{a}{2}$.

Suy ra 6 điểm B, D, E, F, G, H cùng thuộc một đường tròn $\left(O; \frac{a}{2}\right)$ với O là giao điểm hai đường chéo hình thoi.

Bài 5.

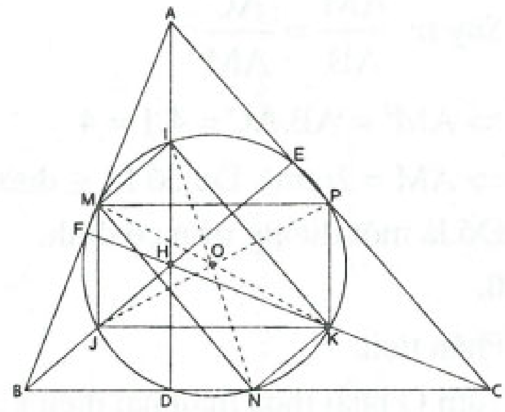


a) Gọi O là trung điểm của CD.

Theo tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ta có:

$OH = OK = OC = OD = \frac{a}{2}$.

Vậy bốn điểm H, K, C, D cùng nằm trên đường tròn $\left(O;\frac{a}{2}\right)$ tức là đường tròn đường kính CD.



b) Dễ thấy tứ giác AMOD là hình chữ nhật. Suy ra $OM = AD = b$.

Điểm M thuộc đường tròn đường kính CD

$\Leftrightarrow OM = OC = OD = \frac{a}{2} \Leftrightarrow b = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 2b$.

Vậy 5 điểm C, D, H, K, M cùng thuộc một đường tròn khi và chỉ khi $a = 2b$.

Bài 6.

a) Dùng tính chất đường trung bình của tam giác ta chứng minh được tứ giác MPKJ là hình bình hành.

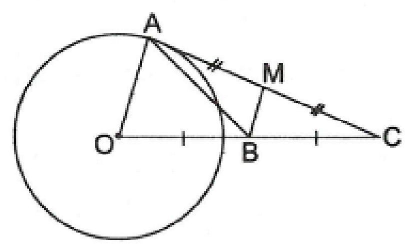
Ta có $JK // BC; MJ // AD$

Mà $AD \perp BC$ nên $MJ \perp JK$.

Do đó tứ giác MPKJ là hình chữ nhật.

Suy ra bốn điểm M, P, K, J cùng thuộc một đường tròn (O) đường kính MK hoặc PJ.

b) Chứng minh tương tự ta được tứ giác MIKN là hình chữ nhật.

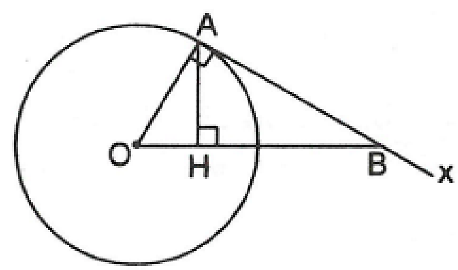


Suy ra bốn điểm M,I, K, N cùng thuộc một đường tròn (O) đường kính MK hoặc IN.

Hai đường tròn (O) này có chung đường kính MK nên chúng trùng nhau.

Suy ra 6 điểm M, P, K, J, I, N cùng thuộc một đường tròn đường kính MK hoặc IN.

c) Tam giác FMK vuông tại F nên điểm F nằm trên đường tròn đường kính MK. Chứng minh tương tự ta được điểm E thuộc đường tròn đường kính PJ, điểm D thuộc đường tròn đường kính IN.



Từ đó suy ra 9 điểm M, P, K, J, I, N, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 7. Trên tia đối của tia BC lấy điểm O sao cho $BO = BC$.

Suy ra BM là đường trung bình của ΔABC.

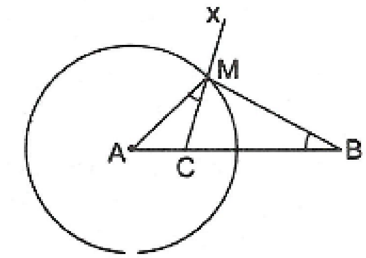
Do đó $OA = 2BM = 3cm$

Điểm A cách điểm O cho trước một khoảng 3cm nên điểm A thuộc đường tròn $(O;3cm)$.

Đó là một đường tròn cố định.

Bài 8. Xét ΔAOB vuông tạo A ta có:

$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$.



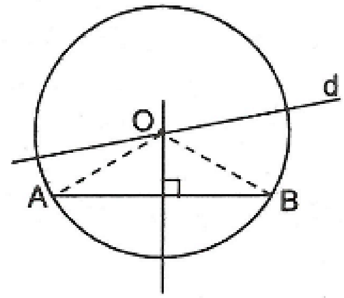
Do đó $OB = 5(\text{cm})$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AOB ta có

$\text{OH}.\text{OB} = \text{OA}^2$

$\Rightarrow OH = \dfrac{OA^2}{OB} = \dfrac{3^2}{5} = 1,8(cm)$.

Vậy điểm $H \in$ đường tròn $(O;1,8cm)$. Đó là một đường tròn cố định.



Bài 9. ΔAMC và ΔABM có:

$\widehat{A}$ chung; $\widehat{AMC} = \widehat{ABM}$ (giả thiết)

nên $\Delta AMC \backsim \Delta ABM$ (g.g).

suy ra $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$

$\Rightarrow AM^2 = AB.AC = 4.1 = 4$

$\Rightarrow AM = (2cm)$. Do đó $\text{M} \in$ đường tròn $(\text{A}; 2\,\text{cm})$.

Đó là một đường tròn cố định.

Bài 10.

- Phân tích:

Tâm O phải thỏa mãn hai điều kiện:

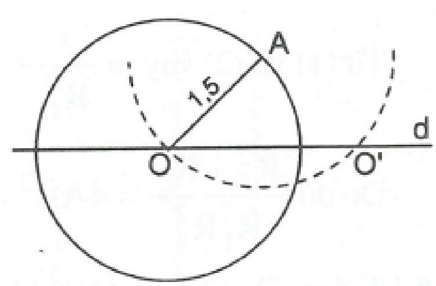
- $\text{O} \in d$;

- O nằm trên đường trung trực của AB.

- Cách dựng:

- Dựng đường trung trực của AB cắt đường thẳng d tại O.

- Dựng đường tròn $(O;OA)$, đó là đường tròn phải dựng.



- Chứng minh:

Theo cách dựng, đường tròn $(O;OA)$ có tâm O nằm trên đường thẳng d.

Mặt khác, O nằm trên đường trung trực của AB nên $OA = OB$.

Do đó đường tròn $(O;OA)$ đi qua A và B.

- Biện luận:

- Nếu d không vuông góc với AB thì bài toán có một nghiệm hình.

- Nếu $d \perp AB$ nhưng không phải là đường trung trực của AB thì bài toán không có nghiệm hình.

- Nếu d là đường trung trực của AB thì bài toán có vô số nghiệm hình.

Bài 11.

- Phân tích:

Tâm O phải thỏa mãn hai điều kiện:

- $O \in d$;

- $O \in (A;1,5cm)$

- Cách dựng:

  - Dựng đường tròn $(A;1,5cm)$ cắt đường thẳng d tạo O.

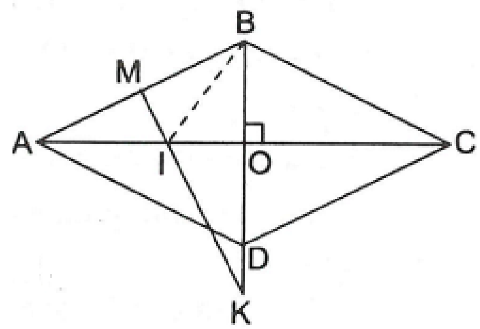
  - Dựng đường tròn $(O;1,5cm)$. Đó là đường tròn phải dựng.

- Chứng minh: Bạn đọc tự giải.

- Biện luận:

  Bài toán có hai nghiệm hình, đó là đường tròn $(O;1,5cm)$ và $(O';1,5cm)$.

Bài 12. Đường tròn (O) đi qua hai điểm A và M nên điểm O nằm trên đường trung trực của AM.



Mặt khác ΔBAM là tam giác cân nên đường trung trực của AM cũng là đường phân giác của góc B.

Tương tự, điểm O nằm trên đường trung trực của AN cũng là đường phân giác của C.

Xét ΔABC, hai đường phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại O, suy ra tia AO là tia phân giác của góc BAC.

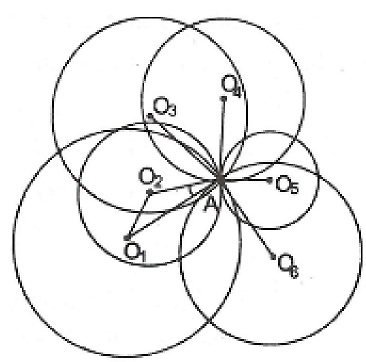
Bài 13. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

Mỗi đường chéo là đường trung trực của đường chéo kia.

Vẽ đường trung trực của AB cắt AB tại M, cắt AC tại I và cắt BD tại K.

Xét ΔABD có I là tâm đường tròn ngoại tiếp và $IA = R_1$.

Xét ΔABC cso K là tâm đường tròn ngoại tiếp và $KB = R_2$.



$\Delta AOB \backsim \Delta AMI$ (g.g), suy ra $\dfrac{OA}{MA} = \dfrac{AB}{AI}$

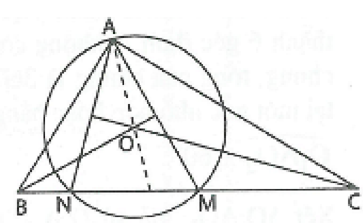
$$\Rightarrow \frac{OA}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{R_1} = 2OA \Rightarrow \frac{1}{R_1^2} = 4OA^2 \qquad (1)$$

$\Delta AOB \backsim \Delta KMB$ (g.g), suy ra $\dfrac{OB}{MB} = \dfrac{AB}{KB}$

$$\Rightarrow \frac{OB}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_2} = 2OB \Rightarrow \frac{1}{R_2^2} = 4OB^2 \qquad (2)$$

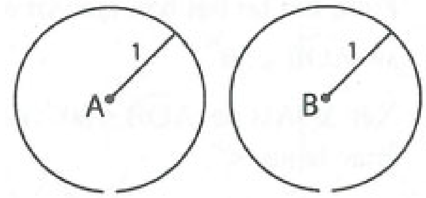
Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{1}{R_1^2} + \dfrac{1}{R_2^2} = 4\left(OA^2 + OB^2\right)$.

Do đó $\dfrac{R_1^2 + R_2^2}{R_1^2 R_2^2} = 4AB^2 = 4$. Suy ra $R_1^2 + R_2^2 = 4.R_1^2 R_2^2$.



Bài 14. Gọi $O_1, O_2, ..., O_6$ là tâm của 6 đường tròn cùng đi qua A.

Nối A với $O_1, O_2, ..., O_6$ ta được 6 tia.



• Nếu có hai tia AO_m và AO_n trùng nhau và độ dài đoạn thẳng AO_m lớn hơn hoặc bằng độ dài đoạn thẳng AO_n thì hình tròn tâm O_m chứa tâm O_n

• Nếu cả 6 tia là phân biệt, chúng tạo thành 6 góc đỉnh A không có điểm trong chung, tổng của chúng là $360°$ do đó tồn tại một góc nhỏ hơn hoặc bằng $60°$, giả sử $\widehat{O_1AO_2} \le 60°$.

Xét ΔO_1AO_2, giả sử $O_1A \ge O_2A$ khi đó $\widehat{O_2} \ge \widehat{O_1}$, từ đó $\widehat{O_2} \ge 60°$, dẫn tới $\widehat{O_2} \ge \widehat{A}$.

Suy ra $O_1A \ge O_1O_2$. Khi đó hình tròn (O_1) chứa tâm O_2.

Nếu $O_1A < O_2A$ thì chứng minh tương tự ta có hình tròn (O_2) chứa tâm O_1.

Bài 15. Gọi A là một trong số 99 điểm đã cho.

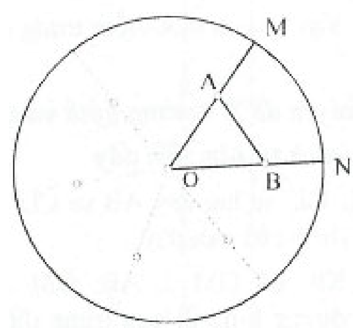
Vẽ đường tròn $(A;1)$. Nếu tất cả 98 điểm còn lại đều nằm trong đường tròn này thì bài toán đã giải xong.

Nếu B là một điểm không nằm trong đường tròn $(A;1)$ thì $AB \ge 1$.

Vẽ đường tròn $(B;1)$. Gọi C là một điểm trong số 97 điểm còn lại.

Theo đề bài, trong ba điểm bất kì nào cũng tồn tại hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1.

Ta có $AB \ge 1$ hoặc $AC < 1$, khi đó C nằm trong đường tròn $(A;1)$ hoặc $BC < 1$, khi đó C nằm trong đường tròn $(B;1)$. Như vậy hai đường tròn $(A;1)$ và $(B;1)$ chứa tất cả 99 điểm đã cho.



Theo nguyên lí Đi-rich-lê, phải có một trong hai đường tròn chứa ít nhất 50 điểm.

Bài 16. Tấm bìa hình tròn nên tâm đối xứng là tâm của tấm bìa. Người đi trước sẽ thắng nếu chơi theo "chiến thuật" sau"

A: Đặt đồng xu đầu tiên tại tâm của miếng bìa.

B: Đặt đồng xu thứ hai lên tấm bìa tại một vị trí nào đó.

A: Đặt đồng xu thứ ba tại vị trí đối xứng với đồng xu thứ hai qua tâm.

Cứ như thế nếu B còn có thể đặt một đồng xu tại một vị trí nào đó trên tấm bìa thì A đặt được một đồng xu tiếp theo tạo vị trí đối xứng với nó qua tâm. Như vậy A sẽ chắc thắng.

Bài 17. Vẽ các bán kính lần lượt đi qua sáu điểm đã cho. Có sáu bán kính nên tồn tại hai bán kính tạo với nhau một góc nhỏ hơn hoặc bằng $360° : 6 = 60°$.

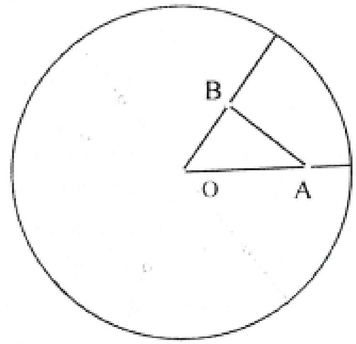
Giả sử đó là các bán kính OM, ON theo thứ tự đi qua hai điểm A và B.

Xét ΔOAB có $\widehat{O} \le 60°$ nên tồn tại một trong hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ phải lớn hơn hoặc bằng $60°$.

Giả sử $\widehat{B} \ge 60°$. Do đó $\widehat{O} \le \widehat{B}$ suy ra $AB \le OA < OM = 3$.

Vậy $AB < 3$.

Bài 18. Vẽ các bán kính lần lượt đi qua sáu điểm đã cho.



Nếu có hai điểm trong sáu điểm cùng thuộc một bán kính thì khoảng cách giữa hai điểm này nhỏ hơn r, bài toán được chứng minh.

Nếu không có hai điểm trong sáu điểm cùng thuộc một bán kính thì có sáu bán kính, tồn tại hai bán tạo với nhau một góc nhỏ hơn hoặc bằng $360° : 6 = 60°$, giả sử $\widehat{AOB} \le 60°$.

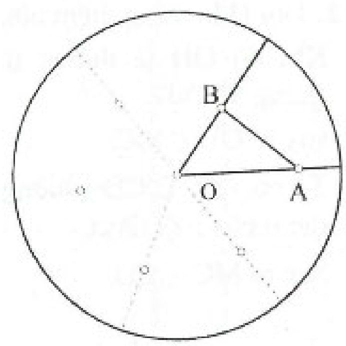
Xét ΔOAB có $\widehat{AOB} \le 60°$ nên tồn tại một trong hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ phải lớn hơn hoặc bằng $60°$.

Giả sử $\widehat{B} \ge 60°$. Do đó $\widehat{O} \le \widehat{B}$ suy ra $AB \le OA \le r$.

Bài 19. Ta chứng minh bằng phương pháp phản chứng.

Giả sử không có điểm nào trùng với tâm của hình tròn. Vẽ các bán kính lần lượt đi qua bảy điểm đã cho.

Không có hai điểm nào thuộc cùng bán kính (vì nếu chúng thuộc cùng một bán kính thì khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn bán kính, trái giả thiết).



Bảy góc đỉnh O không có điểm trong chung, có tổng bằng $360°$ nên tồn tại một góc nhỏ hơn $60°$, giả sử là góc AOB.

Xét ΔAOB có $\widehat{AOB} < 60°$ nên ít nhất một trong hai góc còn lại phải lớn hơn $60°$. Giả sử $\widehat{B} > 60°$, suy ra $AB < OA < r$ (trái giả thiết).

Vậy tồn tại một điểm trùng với tâm hình tròn.

C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Sự xác định của đường tròn – Tính chất đối xứng của đường tròn

Câu 1: Số tâm đối xứng của đường tròn là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Tâm đối xứng của đường tròn là:

A. Điểm bất kì bên trong đường tròn. **B.** Điểm bất kì bên ngoài đường tròn.

C. Điểm bất kì trên đường tròn. **D.** Tâm của đường tròn.

Câu 3: Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về trục đối xứng của đường tròn

A. Đường tròn không có trục đối xứng.

B. Đường tròn có duy nhất một trục đối xứng là đường kính.

C. Đường tròn có hai trục đối xứng là hai đường kính vuông góc với nhau.

D. Đường tròn có vô số trục đối xứng là đường kính.

Câu 4: Điền từ thích hợp vào chỗ trống: “Đường tròn có … trục đối xứng”.

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 5: Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là:

A. Giao của ba đường phân giác. **B.** Giao của ba đường trung trực.

C. Giao của ba đường cao. **D.** Giao của ba đường trung tuyến.

Câu 6: Giao ba đường trung trực của tam giác là:

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác (đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác).

B. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác (đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác).

C. Tâm đường tròn cắt ba cạnh của tam giác.

D. Tâm đường tròn đi qua 1 đỉnh và cắt hai cạnh của tam giác.

Câu 7: Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M bất kỳ, biết rằng $OM = R$. Chọn khẳng định đúng?

A. Điểm M nằm ngoài đường tròn. **B.** Điểm M nằm trên đường tròn.

C. Điểm M nằm trong đường tròn. **D.** Điểm M không thuộc đường tròn.

Câu 8: Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M bất kỳ, biết rằng $OM > R$. Chọn khẳng định đúng?

A. Điểm M nằm ngoài đường tròn. **B.** Điểm M nằm trên đường tròn.

C. Điểm M nằm trong đường tròn. **D.** Điểm M không thuộc đường tròn.

Câu 9: Xác định tâm và bán kính của đường tròn đi qua cả bốn đỉnh của hình vuông $ABCD$ cạnh a.

A. Tâm là giao điểm A và bán kính $R = a\sqrt{2}$.

B. Tâm là giao điểm hai đường chéo và bán kính $R = a\sqrt{2}$.

C. Tâm là giao điểm hai đường chéo và bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. Tâm là điểm B và bán kính là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Tính bán kính R của đường tròn đi qua cả bốn đỉnh của hình vuông $ABCD$ cạnh $3\,cm$.

A. $R = 3\sqrt{2}\,cm$. **B.** $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}\,cm$. **C.** $R = 3\,cm$. **D.** $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}\,cm$.

Câu 11: Tâm của đường trong ngoại tiếp tam giác vuông là:

A. Trung điểm cạnh huyền. **B.** Trung điểm cạnh góc vuông lớn hơn.

C. Giao ba đường cao. **D.** Giao ba đường trung tuyến.

Câu 12: Chọn câu đúng. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông

A. Bằng cạnh nhỏ nhất của tam giác vuông. **B.** Bằng nửa cạnh góc vuông lớn hơn.

C. Bằng nửa cạnh huyền. **D.** Bằng $4\,cm$.

Câu 13: Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE. Biết rằng bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn. Chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

A. Tâm là trọng tâm tam giác ABC và bán kính $R = \frac{2}{3}AI$ với I là trung điểm của BC.

B. Tâm là trung điểm AB và bán kính là $R = \frac{AB}{2}$.

C. Tâm là giao điểm của BD và EC, bán kính là $R = \dfrac{BD}{2}$.

D. Tâm là trung điểm BC và bán kính là $R = \dfrac{BC}{2}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE. Chọn khẳng định đúng.

A. Bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn.

B. Năm điểm A, B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn.

C. Cả A, B đều sai.

D. Cả A, B đều đúng.

Câu 15: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, xác định vị trí tương đối của điểm $A(-1;-1)$ và đường tròn tâm là gốc toạ độ O, bán kính $R = 2$.

A. Điểm A nằm ngoài đường tròn. **B.** Điểm A nằm trên đường tròn.

C. Điểm A nằm trong đường tròn. **D.** Không kết luận được.

Câu 16: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, xác định vị trí tương đối của điểm $A(-3;-4)$ và đường tròn tâm là gốc toạ độ O, bán kính $R = 3$.

A. Điểm A nằm ngoài đường tròn. **B.** Điểm A nằm trên đường tròn.

C. Điểm A nằm trong đường tròn. **D.** Không kết luận được.

Câu 17: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 15\,cm; AC = 20\,cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $R = 25$. **B.** $R = \dfrac{25}{2}$. **C.** $R = 15$. **D.** $R = 20$.

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 5cm; AC = 12cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $R = 26$. **B.** $R = 13$. **C.** $R = \dfrac{13}{2}$. **D.** $R = 6$.

Câu 19: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12cm, BC = 5cm$. Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh A, B, C, D.

A. $R = 7,5\,cm$. **B.** $R = 13\,cm$. **C.** $R = 6\,cm$. **D.** $R = 6,5\,cm$.

Câu 20: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8cm, BC = 6cm$. Tính bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh A, B, C, D.

A. $R = 5\,cm$. **B.** $R = 10\,cm$. **C.** $R = 6\,cm$. **D.** $R = 2,5\,cm$.

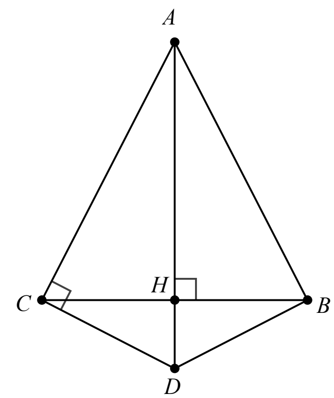
Câu 21: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Gọi E là giao điểm của CM và DN. Tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, D, E, M là:

A. Trung điểm của DM. **B.** Trung điểm của DB. **C.** Trung điểm của DE. **D.** Trung điểm của DA.

Câu 22: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4cm$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,BC. Gọi E là giao điểm của CM và DN. Bán kính của đường tròn đi qua bốn điểm A,D,E,M là:

A. $R=5\,cm$. **B.** $R=10\,cm$. **C.** $R=2\sqrt{5}\,cm$. **D.** $R=\sqrt{5}\,cm$.

Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao $AH=2cm, BC=8cm$. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng AH ở D.



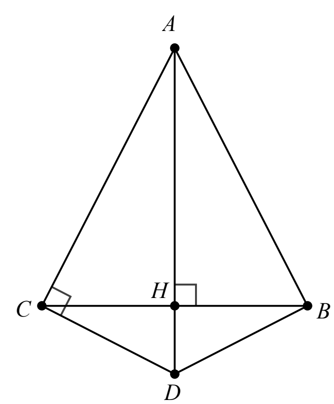
Câu 23: Các điểm nào sau đây cùng thuộc một đường tròn?

A. D,H,B,C. **B.** A,B,H,C. **C.** A,B,D,H. **D.** A,B,D,C.

Câu 24: Tính đường kính của đường tròn đi qua các điểm A,B,D,C.

A. $d=8cm$. **B.** $d=12cm$. **C.** $d=10cm$. **D.** $d=5cm$.

Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao $AH=4cm, BC=6cm$. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng AH ở D.



Câu 25: Chọn câu đúng?

A. $\widehat{ABD}=90^\circ$. **B.** $DC=DB$.

C. Bốn điểm A,B,D,C cùng thuộc một đường tròn. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Câu 26: Tính đường kính của đường tròn đi qua các điểm A,B,D,C.

A. $d=6,25cm$. **B.** $d=12,5cm$. **C.** $d=6cm$. **D.** $d=12cm$.

Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a, các đường cao là BM và CN. Gọi O là trung điểm cạnh BC.

Câu 27: Đường tròn đi qua bốn điểm B,N,M,C là:

A. Đường tròn tâm D bán kính $\frac{BC}{2}$. **B.** Đường tròn tâm D bán kính BC.

C. Đường tròn tâm B bán kính $\frac{BC}{2}$. **D.** Đường tròn tâm C bán kính $\frac{BC}{2}$.

Câu 28: Gọi G là giao điểm của BM và CN. Xác định vị trí tương đối của điểm G và điểm A với đường tròn tìm được ở ý trước.

A. Điểm G nằm ngoài đường tròn; điểm A nằm trong đường tròn.

B. Điểm G nằm trong đường tròn; điểm A nằm ngoài đường tròn.

C. Điểm G và A cùng nằm trên đường tròn.

D. Điểm G và A cùng nằm ngoài đường tròn.

Câu 29: Bốn điểm nào sau đây cùng thuộc một đường tròn?

A. B,N,M,C. **B.** A,B,M,N. **C.** A,C,M,N. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $3cm$, các đường cao là BM và CN. Gọi O là trung điểm cạnh BC.

Câu 30: Tính bán kính đường tròn đi qua bốn điểm A,N,G,M với G là giao của BM và CN.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

HƯỚNG DẪN

1. Lời giải:

Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

Nên đường tròn có một tâm đối xứng duy nhất là tâm của đường tròn.

Đáp án cần chọn là A.

2. Lời giải:

Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

Nên đường tròn có một tâm đối xứng duy nhất là tâm của đường tròn.

Đáp án cần chọn là D.

3. Lời giải:

Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kỳ đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

Nên đường tròn có vô số trục đối xứng.

Đáp án cần chọn là D.

4. Lời giải:

Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kỳ đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

Nên đường tròn có vô số trục đối xứng.

Đáp án cần chọn là C.

5. Lời giải:

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác đó.

Đáp án cần chọn là B.

6. Lời giải:

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác đó.

Đáp án cần chọn là A.

7. Lời giải:

Cho điểm M và đường tròn $(O;R)$ ta so sánh khoảng cách OM với bán kính R để xác định vị trí tương đối theo bảng sau:

Vị trí tương đối	Hệ thức
M nằm trên đường tròn (O)	$OM = R$
M nằm trong đường tròn (O)	$OM < R$
M nằm ngoài đường tròn (O)	$OM > R$

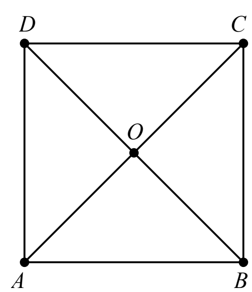
Đáp án cần chọn là B.

8. Lời giải:

Vì $OM > R$ nên điểm M nằm bên ngoài đường tròn.

Đáp án cần chọn là A.

9. Lời giải:



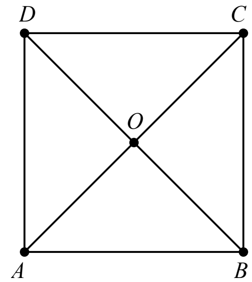
Gọi O là giao hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Khi đó theo tính chất của hình vuông ta có $OA = OB = OC = OD$ nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$, bán kính $R = OA = \dfrac{AC}{2}$.

Xét tam giác ABC vuông cân tại B ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ cạnh a là giao điểm hai đường chéo, bán kính là $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án cần chọn là C.

10. Lời giải:



Gọi O là giao hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Khi đó theo tính chất của hình vuông ta có $OA = OB = OC = OD$ nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$, bán kính $R = OA = \frac{AC}{2}$.

Xét tam giác ABC vuông cân tại B ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Vậy $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án cần chọn là B.

11. Lời giải:

Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm đường tròn ngoại tiếp.

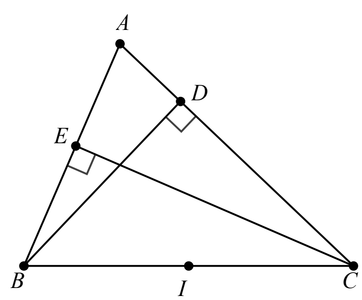
Đáp án cần chọn là A.

12. Lời giải:

Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm đường tròn ngoại tiếp. Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền.

Đáp án cần chọn là C.

13. Lời giải:



Gọi I là trung điểm của BC.

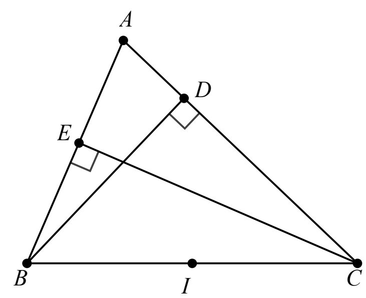
Xét tam giác BEC vuông tại E có $EI = IB = IC = \frac{BC}{2}$ (vì EI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Xét tam giác BDC vuông tại D có $DI = IB = IC = \frac{BC}{2}$ (vì DI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Từ đó ta có $ID = IE = IB = IC = \dfrac{BC}{2}$ nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DEBC$ và bán kính $R = \dfrac{BC}{2}$.

Đáp án cần chọn là D.

14. Lời giải:



Gọi I là trung điểm của BC.

Xét tam giác BEC vuông tại E có $EI = IB = IC = \dfrac{BC}{2}$ (vì EI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Xét tam giác BDC vuông tại D có $DI = IB = IC = \dfrac{BC}{2}$ (vì DI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Từ đó ta có $ID = IE = IB = IC = \dfrac{BC}{2}$ nên bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn có bán kính $R = \dfrac{BC}{2}$.

Ta thấy $IA > ID$ nên điểm A không thuộc đường tròn trên.

Đáp án cần chọn là A.

15. Lời giải:

Ta có $OA = \sqrt{(-1-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2} < 2 = R$ nên A nằm trong đường tròn tâm O bán kính $R = 2$.

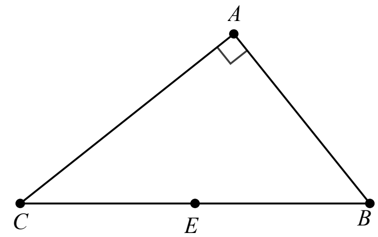
Đáp án cần chọn là C.

16. Lời giải:

Ta có $OA = \sqrt{(-3-0)^2 + (-4-0)^2} = 5 > 3 = R$ nên A nằm bên ngoài đường tròn tâm O bán kính $R = 3$.

Đáp án cần chọn là A.

17. Lời giải:

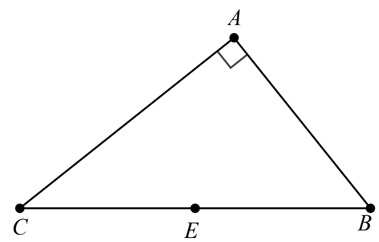


Vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh huyền BC, bán kính là $R=\dfrac{BC}{2}$.

Theo định lý Pytago ta có $BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=25$ nên bán kính $R=\dfrac{25}{2}$.

Đáp án cần chọn là B.

18. Lời giải:

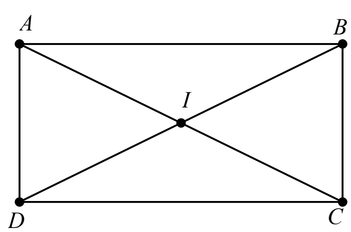


Vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh huyền BC, bán kính là $R=\dfrac{BC}{2}$.

Theo định lý Pytago ta có $BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=13$ nên bán kính $R=\dfrac{13}{2}$.

Đáp án cần chọn là C.

19. Lời giải:



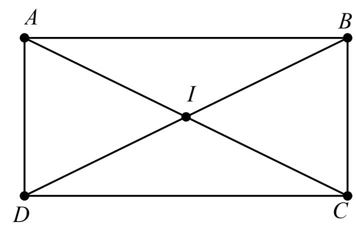
Gọi I là giao hai đường chéo, ta có $IA=IB=IC=ID$ (vì $BD=AC$ và I là trung điểm mỗi đường)

Nên bốn điểm A,B,C,D cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $R=\dfrac{AC}{2}$

Theo định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 13$ nên $R = \frac{AC}{2} = 6,5\,cm$. Vậy bán kính cần tìm là $R = 6,5\,cm$.

Đáp án cần chọn là D.

20. Lời giải:



Gọi I là giao hai đường chéo, ta có $IA = IB = IC = ID$ (vì $BD = AC$ và I là trung điểm mỗi đường)

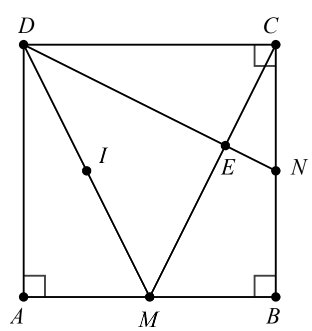
Nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $R = \frac{AC}{2}$

Theo định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ nên $R = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5\,cm$.

Vậy bán kính cần tìm là $R = 5\,cm$.

Đáp án cần chọn là A.

21. Lời giải:



+ Ta có $\Delta DCN = \Delta CMB$ (c – g – c)

$\Rightarrow \widehat{CDN} = \widehat{ECN}$ nên $\widehat{CNE} + \widehat{ECN} = \widehat{CNE} + \widehat{CDN} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{CEN} = 90^\circ \Rightarrow CM \perp DN$

+ Gọi I là trung điểm của DM.

Xét tam giác vuông ADM ta có $AI = ID = IM = \frac{DM}{2}$. Xét tam giác vuông DEM ta có

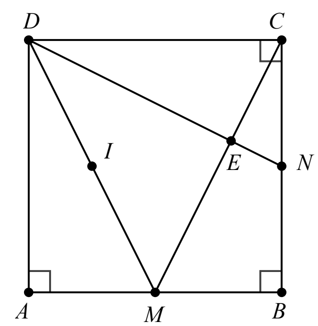
$$EI = ID = IM = \frac{DM}{2}.$$

Nên $EI = ID = IM = IA = \frac{DM}{2}$.

Do đó bốn điểm A, D, E, M cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $\frac{DM}{2}$.

Đáp án cần chọn là A.

22. Lời giải:



+ Ta có $\widehat{CDN} = \widehat{ECN}$ (vì cùng phụ với $\widehat{CNE}$) nên $\widehat{CNE} + \widehat{ECN} = \widehat{CNE} + \widehat{CDN} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{CEN} = 90^\circ \Rightarrow CM \perp DN$.

+ Gọi I là trung điểm của DM.

Xét tam giác vuông ADM ta có $AI = ID = IM = \frac{DM}{2}$. Xét tam giác vuông DEM ta có $EI = ID = IM = \frac{DM}{2}$.

Nên $EI = ID = IM = IA = \frac{DM}{2}$.

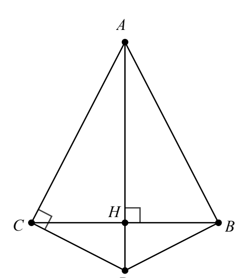
Do đó bốn điểm A, D, E, M cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $R = \frac{DM}{2}$.

Xét tam giác ADM vuông tại A có $AD = 4cm; AM = \frac{AB}{2} = 2\,cm$ nên theo định lý Pytago ta có $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Suy ra bán kính đường tròn đi qua 4 điểm A, D, E, M là $R = \frac{DM}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}\,cm$.

Đáp án cần chọn là D.

23. Lời giải:



Ta có ΔABC cân tại A có đường cao AH nên AH cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{DAB}$.

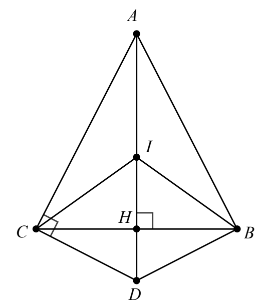
Suy ra $\Delta ACD = \Delta ABD$ (c – g – c) nên $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$.

Lấy I là trung điểm AD. Xét hai tam giác vuông ABD và ACD có $IA = ID = IB = IC = \frac{AD}{2}$.

Nên I là điểm cách đều A, B, D, C hay A, B, D, C cùng nằm trên đường tròn tâm I đường kính AD.

Đáp án cần chọn là D.

24. Lời giải:



Từ câu trước ta có bốn điểm A, B, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính AD suy ra ta cần tính độ dài AD.

Vì $BC = 8cm \Rightarrow BH = 4cm$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông AHB ta được

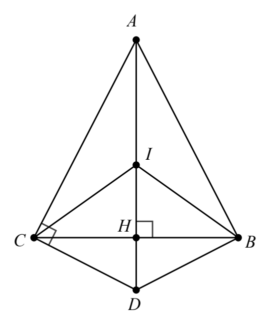
$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD ta có $AB^2 = AH.AD \Rightarrow AD = \frac{AB^2}{AH} = \frac{20}{2} = 10$.

Vậy đường kính cần tìm là $10cm$.

Đáp án cần chọn là C.

25. Lời giải:



Ta có ΔABC cân tại A có đường cao AH nên AH cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{DAB}$.

Suy ra $\Delta ACD = \Delta ABD$ (c – g – c) nên $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ và $CD = DB$ nên A, B đúng.

Lấy I là trung điểm AD. Xét hai tam giác vuông ABD và ACD có $IA = ID = IB = IC = \frac{AD}{2}$.

Nên I là điểm cách đều A, B, D, C hay A, B, D, C cùng nằm trên đường tròn tâm I đường kính AD nên đáp án C đúng.

Đáp án cần chọn là C.

26. Lời giải:

Từ câu trước ta có bốn điểm A, B, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính AD suy ra ta cần tính độ dài AD.

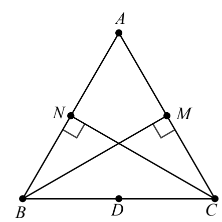
Vì $BC = 6cm \Rightarrow BH = 3cm$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông AHB ta được $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD ta có $AB^2 = AH.AD \Rightarrow AD = \frac{AB^2}{AH} = \frac{5^2}{4} = 6,25$.

Vậy đường kính cần tìm là $6,25cm$.

Đáp án cần chọn là A.

27. Lời giải:



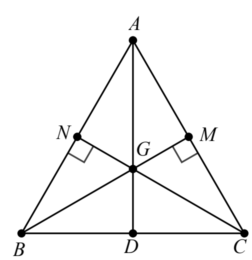
Gọi D là trung điểm BC.

Xét hai tam giác vuông BNC và BMC có ND, MD là hai đường trung tuyến.

$\Rightarrow DN = DB = DC = DM = \frac{BC}{2}$ nên bốn điểm B, N, M, C cùng thuộc đường tròn tâm D bán kính $\frac{BC}{2}$.

Đáp án cần chọn là A.

28. Lời giải:



Từ câu trước ta xác định vị trí tương đối của điểm G với đường tròn tâm D bán kính $\frac{BC}{2}$.

Gọi cạnh của tam giác đều ABC là a $(a > 0)$.

Ta có G là trực tâm ΔABC nên G cũng là trọng tâm ΔABC suy ra $GD = \frac{1}{3}AG$.

D là trung điểm $BC \Rightarrow AD \perp BD; DC = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$

Theo định lý Pytago cho tam giác vuông ADC ta có $AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

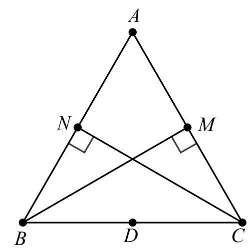
$\Rightarrow GD = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Nhận thấy $GD = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} < \dfrac{a}{2} = \dfrac{BC}{2}$ nên điểm G nằm trong đường tròn tâm D bán kính $\dfrac{BC}{2}$.

Và $AD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} > \dfrac{a}{2} = \dfrac{BC}{2}$ nên điểm A nằm ngoài đường tròn tâm D bán kính $\dfrac{BC}{2}$.

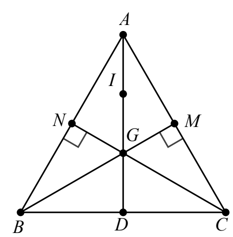
Đáp án cần chọn là B.

29. Lời giải:



Đáp án cần chọn là A.

30. Lời giải:



Vì G là giao điểm của hai đường cao BM, CN nên G là trực tâm ΔABC

Ta có G là trực tâm ΔABC nên G cũng là trọng tâm ΔABC suy ra $AG = \dfrac{2}{3}AD$.

D là trung điểm $BC \Rightarrow AD \perp BD; DC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{3}{2}$

Theo định lý Pytago cho tam giác vuông ADC ta có $AD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Gọi I là trung điểm của AG. Xét tam giác vuông ANG có $IN = IA = IG$, xét tam giác vuông AMG có $IM = IA = IG$ nên $IM = IN = IA = IG = \dfrac{AG}{2}$.

Hay 4 điểm A, N, G, M cùng thuộc một đường tròn bán kính $R = \dfrac{AG}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Đáp án cần chọn là D.

--------------------- HẾT ---------------------