

**Câu I** (1,5 điểm)

1) Tìm số phân tử của tập hợp sau:

$$A = \{3; 6; 9; 12; \dots; 2022\}$$

2) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $41,54 - 3,18 + 23,17 + 8,46 - 5,82 - 3,17$

b)  $\left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2022} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - 1\right)$

**Câu II** (1,5 điểm) Tìm x, biết

1)  $105 - [(2x + 7) - 13] = 25$

2)  $7^x + 7^{x+2} + 7^{x+3} = 2751$

**Câu III** (1,0 điểm)

1) Số nhà của hai bạn An và Bình đều là số tự nhiên có bốn chữ số dạng  $\overline{a53b}$  và chia hết cho cả 5 và 9. Tìm số nhà của hai bạn biết số nhà của bạn An lớn hơn số nhà của bạn Bình.

2) Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 10$  và  $p + 20$  cũng là các số nguyên tố.

**Câu IV** (1,5 điểm)

1) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $\frac{5n+3}{3n+2}$  là phân số tối giản.

2) Vào tháng 9, giá bán một chiếc máy tính là 24 000 000 đồng. Đến tháng 10, cửa hàng tăng giá lên 20%. Đến tháng 11, cửa hàng hạ giá của tháng 10 xuống 20%. Hỏi giá bán của chiếc máy tính đó vào tháng 9 và tháng 11, tháng nào đắt hơn.

**Câu V.** (1,0 điểm)

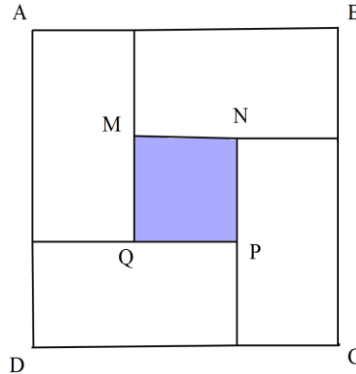
Hùng tập ném bóng vào rổ. Khi thực hiện ném 100 lần thì có 35 lần bóng vào rổ.

1) Lập bảng thống kê;

2) Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện ném bóng vào rổ;

**Câu VI.** (3,0 điểm)

1) Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5 cm; chiều dài là 8 cm để được một hình vuông  $ABCD$  và bên trong có là một hình vuông  $MNPQ$  (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông  $MNPQ$ .



2) Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho  $OA = 2\text{cm}$ . Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho  $OM = 1\text{cm}$ ;  $OB = 4\text{cm}$ .

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

c) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

**Câu VII.** (0,5 điểm)

Cho  $A = \frac{3}{2^2} + \frac{8}{3^2} + \frac{15}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2}$ . Chứng minh rằng giá trị của A không phải là một tự nhiên.


----- Hết -----

## HƯỚNG DẪN CHẤM GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI

Năm học 2021-2022

Môn: TOÁN - LỚP 6

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu I</b> (1,5 điểm)	1) Tìm số phần tử của tập hợp sau: $A = \{3; 6; 9; 12; \dots; 2022\}$	
	Số phần tử của tập hợp A là $\frac{2022-3}{3} + 1 = 674$	0,5
	2) Tính giá trị của các biểu thức sau:	
	a) $41,54 - 3,18 + 23,17 + 8,46 - 5,82 - 3,17$ $= (41,54 + 8,46) - (3,18 + 5,82) + (23,17 - 3,17)$	0,25
	$= 50 - 9 + 20 = 61$	0,25
	b) $\left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2022} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - 1\right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023}$	0,25
$= \frac{1}{2023}$	0,25	
<b>Câu II</b> (1,5 điểm)	1) $105 - [(2x + 7) - 13] = 25$	
	$105 - [(2x + 7) - 13] = 25$ $105 - [(2x + 7) - 13] = 5^2$ $(2x + 7) - 13 = 105 - 25$ $(2x + 7) - 13 = 80$	0,25
	$2x + 7 = 93$ $2x = 86$ $x = 43$	0,5
	2) $7^x + 7^{x+2} + 7^{x+3} = 2751$	
	$7^x + 7^x \cdot 49 + 7^x \cdot 253 = 2751$ $7^x (1 + 49 + 253) = 2751$	0,25
	$7^x \cdot 303 = 2751$ $7^x = 9$ $x = 1$	0,5
	1) Vì $\overline{a53b}$ chia hết cho 5 nên b bằng 0 hoặc 5 + Với b = 0, do số $\overline{a53b} : 9$ nên $a + 5 + 3 + b = a + 5 + 3 + 0$ chia hết cho 9	0,25

<b>Câu III</b> (1,0 điểm)	Suy ra $a = 1$	
	+ Với $b = 5$ , do số $\overline{a53b} : 9$ nên $a + 5 + 3 + b = a + 5 + 3 + 5$ chia hết cho 9 Suy ra $a = 5$ Vậy số nhà bạn An là 5535, số nhà bạn Bình là 1530	0,25
	2) Tìm số nguyên tố $p$ sao cho $p + 10$ và $p + 20$ cũng là các số nguyên tố	
	+ Nếu $p$ là số chẵn thì $p + 10$ là số chẵn và lớn hơn 2 nên là hợp số + Nếu $p$ là số lẻ thì $p = 3k, p = 3k - 1, p = 3k + 1$ Với $p = 3k - 1$ thì $p + 10 = 3k - 1 + 10 = 3k + 9 = 3(k + 3)$ là hợp số Với $p = 3k \Rightarrow p = 3$ , khi đó $p + 10 = 13, p + 20 = 23$ là các số nguyên tố Với $p = 3k + 1$ thì $p + 20 = 3k + 1 + 20 = 3k + 21 = 3(k + 7)$ là hợp số Vậy $p = 3$ thỏa mãn đề bài	0,25
<b>Câu IV</b> (1,5 điểm)	1) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n$ thì $\frac{5n+3}{3n+2}$ là phân số tối giản	
	Gọi $d = \text{UCLN}(5n + 3, 3n + 2) \Rightarrow 5n + 3 : d; 3n + 2 : d$ Do đó $\Rightarrow 3 \cdot (5n + 3) : d; 5 \cdot (3n + 2) : d$ $\Rightarrow [15n + 10 - (15n + 9)] : d$ $\Rightarrow 1 : d$ Suy ra $d = 1$ Do vậy $\frac{5n+3}{3n+2}$ là phân số tối giản	0,25
	2) Giá bán máy tính trong tháng 10 là $24\ 000\ 000 + 24\ 000\ 000 \cdot 20\% = 28\ 800\ 000$ đồng	0,25
	Giá bán máy tính trong tháng 11 là $28\ 800\ 000 - 28\ 800\ 000 \cdot 20\% = 23\ 040\ 000$ đồng	0,25
	Vậy giá bán máy tính đó vào tháng 9 đắt hơn tháng 11	0,25
	<b>Câu V</b> (1,0 điểm)	1) Lập được bảng thống kê
2) Xác suất thực nghiệm của sự kiện ném bóng vào rổ là: $\frac{35}{100} = 0,35$	0,5	
<b>Câu VI</b> (3,0 điểm)	1) Độ dài cạnh hình vuông MNPQ là: $8 - 5 = 3$ (cm)	0,5
	Diện tích hình vuông MNPQ là: $3 \cdot 3 = 9$ (cm <sup>2</sup> )	0,5
	2) Vẽ hình 	0,25
	a) Vì M nằm giữa O và B nên $OM + MB = OB$ Từ đó tính được $MB = 3$ cm	0,5
	b) Tính được độ dài $AB = 6$ cm Tính được độ dài đoạn $AM = 3$ cm	0,5

	Suy ra $AM = MB = \frac{AB}{2}$ nên M là trung điểm của AB.	
	<p>c) Tổng số điểm trên đường thẳng xy là 2021 điểm  Gọi tên các điểm đó là A, B, M, O, P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, ..., P<sub>2017</sub>  Từ Q vẽ được 2021 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại  Từ A vẽ được 2020 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm Q)  Từ B vẽ được 2019 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm A, Q)</p> <p>.....</p>	0,5
	Vậy tổng số đoạn thẳng vẽ được là: $2021 + 2020 + 2019 + \dots + 3 + 2 + 1$ $= 2022 \cdot 1010 + 1011 = 2\ 043\ 231$	0,25
<b>Câu VII.</b> (0,5 điểm)	Cho $A = \frac{3}{2^2} + \frac{8}{3^2} + \frac{15}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2}$ . Chứng minh rằng biểu thức A không có giá trị là một tự nhiên.	
	$A = \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2}$ $A = 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{2023^2}$ $A = 2022 - \left( \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2023^2} \right)$	0,25
	<p>Ta có <math>\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2023^2} &lt; \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2023} = 1 - \frac{1}{2023} &lt; 1</math>  Do vậy <math>2021 &lt; A &lt; 2022</math> nên giá trị của A không phải là một số tự nhiên</p>	0,25