

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn giao lưu: Toán lớp 6

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian phát đề.

Ngày giao lưu: 10/5/2024.

(Đề gồm có 03 trang)

PHẦN I: Trắc nghiệm (4,0 điểm)

(Học sinh chọn chữ cái trước ý trả lời đúng trong các câu sau và ghi vào giấy làm bài)

Câu 1. Tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2019 - 2020 + 2021 - 2022 + 2023 - 2024$ có giá trị bằng:

- A. -2022. B. 1012. C. 0. D. -1012.

Câu 2. Cho x thoả mãn $2 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} \cdot x = 1$. Giá trị của biểu thức $A = -4x^2 + 3$ là:

- A. -95. B. -46. C. 52. D. 95.

Câu 3. Tập hợp các số nguyên x để $x - 3 : (x - 1)$ là:

- A. $\{-2; 0; 2; 4\}$. B. $\{-2; -1; 1; 2\}$.
C. $\{-3; -1; 1; 3\}$. D. $\{-1; 0; 2; 3\}$.

Câu 4. Số nguyên tố p có số ước tự nhiên là:

- A. 1 ước B. 2 ước C. 3 ước D. 4 ước

Câu 5. Trong hộp có một số bút xanh, một số bút vàng và một số bút đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 bút từ hộp, xem màu gì rồi trả lại. Lặp lại hoạt động trên 40 lần ta được kết quả như sau:

Màu bút	Bút xanh	Bút vàng	Bút đỏ
Số lần	14	10	16

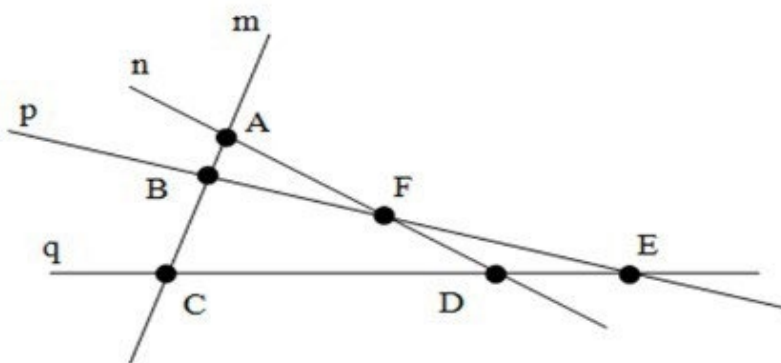
Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện lấy được màu đỏ

- A. 0,16 B. 0,6 C. 0,4 D. 0,45

Câu 6. Hình thoi A có độ dài hai đường chéo gấp đôi độ dài hai đường chéo của hình thoi B. Hỏi hình thoi A có diện tích gấp mấy lần diện tích hình thoi B?

- A. 4 lần B. 3 lần C. 2 lần D. 6 lần

Câu 7. Cho hình vẽ sau



Trên hình vẽ, số đường thẳng đi qua điểm D mà không đi qua điểm E là:

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 8. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và $5AB = 8BM$, biết $MI = 4\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $AB = 32\text{cm}$. **B.** $AB = 26\text{cm}$. **C.** $AB = 16\text{cm}$. **D.** $AB = 8\text{cm}$.

PHẦN II: Tự luận (16,0 điểm)

Câu 9 (4,0 điểm).

1) Cho $E = \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \frac{1}{3.103} + \dots + \frac{1}{10.110}$ và

$$F = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \frac{1}{3.13} + \dots + \frac{1}{100.110}$$

Tính tỉ số $\frac{E}{F}$.

2) Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$. So sánh A với 2^{101}

Câu 10 (4,0 điểm).

1) Tìm x , biết: $3^{x+2} + 3^x - 15 = 1200 - 5.3^x$

2) Tìm số nguyên a và b thỏa mãn $3ab - 2a - b = 1$

Câu 11 (3,0 điểm).

1) Tìm các số nguyên tố x và y sao cho $x^y + 2023$ là số nguyên tố.

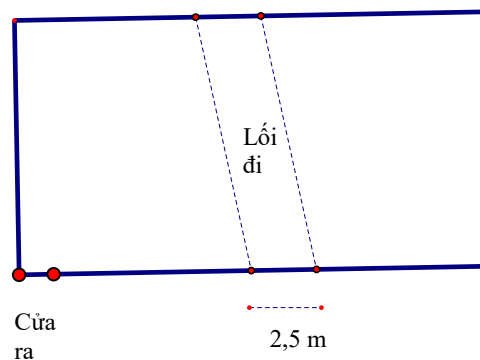
2) Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $a^2 + 3b^2 = 11c^2 + 185d^2$.

Chứng minh $a + 3b + 11c + d$ là hợp số.

Câu 12 (4,0 điểm).

1) Cho n điểm phân biệt trong đó chỉ có 14 điểm thẳng hàng (ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng). Có 4960 đường thẳng được tạo ra từ hai trong n điểm trên. Tìm n .

2) Nhà bác Mai có một khu vườn hình chữ nhật, chiều dài bằng 140m, chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Để tiện chăm sóc cây, bác Mai làm lối đi hình bình hành có kích thước như hình vẽ bên:



a) Tính diện tích phần đất còn lại.

b) Bác Mai dùng lưới rào xung quanh vườn, trừ ra 2m làm cửa ra (như hình vẽ). Biết một mét lưới có giá là 115000 đồng, hỏi bác Mai phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào?

Câu 13 (1,0 điểm). Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện: $\frac{2}{3} \leq \frac{ab + bc + ca}{abc} \leq \frac{7}{10}$

-----Hết-----

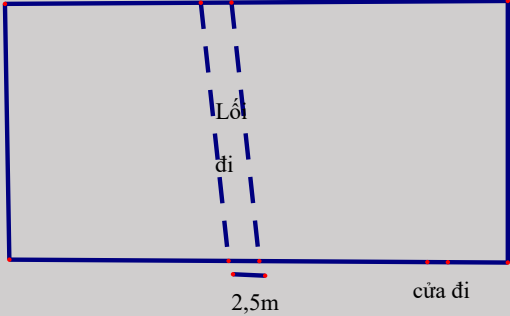
I. Trắc nghiệm (4,0 điểm) (Mỗi câu đúng được 0,5 điểm)

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	D	B	D	B	C	A	D	A

II. Tự luận (16,0 điểm)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
9 (4 đ)	1	<p>1) Cho $E = \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \frac{1}{3.103} + \dots + \frac{1}{10.110}$ và</p> $F = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \frac{1}{3.13} + \dots + \frac{1}{100.110}$ <p>Tính tỉ số $\frac{E}{F}$</p> <p>2) Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$. So sánh A với 2^{101}</p>	4,0
		$E = \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \dots + \frac{1}{10.110}$ $E = \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{100}{1.101} + \frac{100}{2.102} + \dots + \frac{100}{10.110} \right)$ $E = \frac{1}{100} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{101} + \frac{1}{2} - \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{110} \right) \right]$ $E = \frac{1}{100} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} \right) - \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{110} \right) \right]$ $F = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \dots + \frac{1}{100.110}$ $F = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{10}{1.11} + \frac{10}{2.12} + \dots + \frac{10}{100.110} \right)$ $F = \frac{1}{10} \cdot \left(1 - \frac{1}{11} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{110} \right)$ $F = \frac{1}{10} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right) - \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{110} \right) \right]$	

		$\Rightarrow \frac{E}{F} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10}$ <p>Vậy $\frac{E}{F} = \frac{1}{10}$</p>																									
	2	<p>Ta có:</p> $2.A = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101}.$ $2.A - A = (2^2 - 2^2) + (2^3 - 2^3) + \dots + (2^{100} - 2^{100}) + 2^{101} - 2$ $A = 2^{101} - 2 < 2^{101}.$ <p>Vậy $A < 2^{101}$</p>																									
Câu 10 (4đ)	<p>1) Tìm x, biết: $3^{x+2} + 3^x - 15 = 1200 - 5 \cdot 3^x$ 2) Tìm số nguyên a và b thỏa mãn $3ab - 2a - b = 1$</p>		4,0																								
	1	<p>a) $3^{x+2} + 3^x - 15 = 1200 - 5 \cdot 3^x$ $3^{x+2} + 3^x + 5 \cdot 3^x = 1200 + 15$ $3^x \cdot (3^2 + 1 + 5) = 1215$</p>																									
		<p>$3^x \cdot 15 = 1215$ $3^x = 81$ $3^x = 3^4$ $x = 4$</p> <p>Vậy $x = 4$.</p>																									
2	<p>Ta có: $3ab - 2a - b = 1$ $9ab - 6a - 3b - 3 = 0$ $3a(3b - 2) - (3b - 2) = 5$ $(3b - 2)(3a - 1) = 5$</p> <p>Vì $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3a - 1; 3b - 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3a - 1; 3b - 2 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$</p> <p>Lập bảng giá trị :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>$3a - 1$</td> <td>-5</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$3b - 2$</td> <td>-1</td> <td>-5</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>$-\frac{4}{3}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>-1</td> <td>$\frac{7}{3}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Loại</td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Loại</td> <td>Thỏa mãn</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy $(a, b) \in \{(0; -1); (2; 1)\}$</p>	$3a - 1$	-5	-1	1	5	$3b - 2$	-1	-5	5	1	a	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	2	b	$\frac{1}{3}$	-1	$\frac{7}{3}$	1		Loại	Thỏa mãn	Loại	Thỏa mãn	
$3a - 1$	-5	-1	1	5																							
$3b - 2$	-1	-5	5	1																							
a	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	2																							
b	$\frac{1}{3}$	-1	$\frac{7}{3}$	1																							
	Loại	Thỏa mãn	Loại	Thỏa mãn																							
	1) Tìm các số nguyên tố x và y sao cho $x^y + 2023$ là số nguyên tố.		3,0																								

<p>Câu 11 (3)</p>	<p>2) Tìm các số nguyên tố x và y sao cho $x^y + 2023$ là số nguyên tố.</p>	
		<p>+) Vì x và y là các số nguyên tố nên $x^y + 2023 > 2 \Rightarrow x^y + 2023$ là số lẻ $\Rightarrow x^y$ là số chẵn $\Rightarrow x$ là số chẵn do đó $x = 2$.</p>
	<p>1</p> <p>Ta có : $2^y + 2023$ là số nguyên tố +) Xét $y = 2$ khi đó $2^2 + 2023 = 2027$ là số nguyên tố (thỏa mãn) +) Xét $y > 2$ mà y nguyên tố nên y là số lẻ. Đặt $y = 2k + 1 (k \in \mathbb{N}^*)$ Ta có : $2^{2k+1} + 2023 = 2 \cdot 4^k + 2023$ Mà $2 \cdot 4^k$ chia 3 dư 2 và 2023 chia 3 dư 1 $\Rightarrow 2 \cdot 4^k + 2023 : 3$ và $2 \cdot 4^k + 2023 > 3$ nên $2 \cdot 4^k + 2023$ là hợp số (loại)</p>	
	<p>Vậy $x = 2; y = 2$.</p>	
	<p>2</p> <p>Ta có: $a^2 + 3b^2 = 11c^2 + 185d^2 \Rightarrow a^2 + 3b^2 - 11c^2 - 185d^2 = 0$</p>	
	<p>Xét : $(a^2 + 3b^2 - 11c^2 - 185d^2) - (a + 3b + 11c + d)$ $= (a^2 - a) + (3b^2 - 3b) - (11c^2 + 11c) - (d^2 + d) - 184d^2$ $= a(a - 1) + 3b(b - 1) - 11c(c + 1) - d(d + 1) - 184d^2 : 2$ (vì $a(a - 1) : 2; 3b(b - 1) : 2; c(c + 1) : 2; d(d + 1) : 2; 184d^2 : 2$)</p> <p>Suy ra: $a + 3b + 11c + d : 2$ mà $a + 3b + 11c + d : 2$ và $a + 3b + 11c + d > 2$ Nên $a + 3b + 11c + d$ là hợp số.</p>	
<p>Câu 12 (4)</p>	<p>1) Cho n điểm phân biệt trong đó chỉ có 14 điểm thẳng hàng (ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng). Có 4960 đường thẳng được tạo ra từ hai trong n điểm trên. Tìm n.</p> <p>2) Nhà bác Mai có một khu vườn hình chữ nhật, chiều dài bằng 140m, chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Để tiện chăm sóc cây, bác Mai làm lối đi hình bình hành có kích thước như hình vẽ bên.</p>  <p>a) Tính diện tích phần đất còn lại.</p>	<p>4,0</p>

	<p>b) Bác Mai dùng lưới rào xung quanh vườn, trừ ra 2m làm cửa (như hình vẽ). Biết một mét lưới có giá là 115000 đồng, Hỏi bác Mai phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào?</p>	
<p>1</p>	<p>Qua 1 điểm trong n điểm phân biệt mà không có 3 điểm nào thẳng hàng ta kẻ được n – 1 đường thẳng đến n – 1 điểm còn lại. Suy ra qua n điểm ta kẻ được n(n - 1) đường thẳng đi qua 2 trong các điểm phân biệt đó. Mà mỗi đường thẳng được tính 2 lần nên số đường thẳng kẻ được là</p> $\frac{n(n - 1):2}$ <p>Số đường thẳng đi qua 14 điểm phân biệt không có ba điểm nào thẳng hàng là:</p> $14.13:2 = 91 \text{ đường thẳng.}$ <p>Vì 14 điểm là thẳng hàng nên chỉ tính 1 lần. Vậy số đường thẳng đi qua 2 trong n điểm ở trên là: $n(n - 1):2 - 91 + 1 = 4960$</p> <p>suy ra $n(n - 1):2 = 5050$ suy ra $n = 101$.</p>	
<p>2</p>	<p>a) Chiều rộng khu vườn là: $140 : 2 = 70(m)$</p> <p>Diện tích khu vườn là: $140 \cdot 70 = 9800 (m^2)$</p> <p>Diện tích lối đi là: $2,5 \cdot 70 = 175 (m^2)$</p> <p>Diện tích phần đất còn lại là:</p> $9800 - 175 = 9625 (m^2)$ <p>b) Số mét lưới bác An cần dùng là: $(140 + 70) \cdot 2 - 2 = 418 (m)$</p> <p>Số tiền bác An phải trả để làm hàng rào là:</p> $418 \cdot 115000 = 48\,070\,000 (\text{đồng})$	
	<p>Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện:</p> $\frac{2}{3} \leq \frac{ab + bc + ca}{abc} \leq \frac{7}{10}$	
<p>13 (1 đ)</p>	<p>Vì vai trò a, b, c như nhau nên giả sử $a > b > c \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c} \leq \frac{1}{2}$</p> <p>Ta có :</p> $\frac{2}{3} \leq \frac{ab + bc + ca}{abc} \leq \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < \frac{3}{c} \Rightarrow c < \frac{9}{2}$ <p>Mà c là số nguyên tố $\Rightarrow c \in \{2; 3\}$</p> <p>+) Trường hợp 1: $c = 3$</p> <p>Ta có: $\frac{2}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{3} \leq \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{11}{30} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{2}{b} \Rightarrow b < 6$</p> <p>Mà b là số nguyên tố lớn hơn 3</p> $\Rightarrow b = 5 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{5} \leq \frac{11}{30} \Rightarrow \frac{2}{17} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{6} \Rightarrow 6 \leq a \leq \frac{17}{2}$ <p>Mà a là số nguyên tố lớn hơn 5 $\Rightarrow a = 7$.</p> <p>+) Trường hợp 2: $c = 2$</p>	

Ta có: $\frac{2}{3} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2} \leq \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{2}{b} \Rightarrow b < 12$ (1)

Lại có: $\frac{1}{5} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{1}{b} \Rightarrow b > 5$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $5 < b < 12$ mà b là số nguyên tố $\Rightarrow b \in \{7; 11\}$

+) Với $b = 7 \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{7} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{42} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{2}{35} \Rightarrow \frac{35}{2} \leq a \leq 42$

Mà a là số nguyên tố lớn hơn 7 $\Rightarrow a \in \{19; 23; 29; 31; 37; 41\}$

+) Với $b = 11 \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{11} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5}{66} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{6}{55} \Rightarrow \frac{55}{6} \leq a \leq \frac{66}{5}$

Mà a là số nguyên tố lớn hơn 11 $\Rightarrow a = 13$.

Vậy

$(a, b, c) \in \{(7; 5; 3); (19; 7; 2); (23; 7; 2); (29; 7; 2); (31; 7; 2); (37; 7; 2); (41; 7; 2); (13; 11; 2)\}$

và các hoán vị của chúng.