

**Bài 1:** (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$  và  $B = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$ .

a) Tính giá trị biểu thức  $A$  với  $x = 1$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$

c) Tìm  $x$  để  $A.B \geq 0$

**Bài 2:** (2,5 điểm).

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Quãng đường từ Hà Nội đến Hải Phòng dài 120 km. Một ô tô và một xe máy xuất phát cùng một lúc từ Hà Nội để đi đến Hải Phòng. Vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 20 km/giờ nên ô tô đến nơi sớm hơn xe máy 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết vận tốc mỗi xe không thay đổi trên cả quãng đường.

b) Hộp sữa đặc có đường là một hình trụ có đường kính đáy bằng 7cm, chiều cao 8cm. Hỏi bên trong hộp chứa được bao nhiêu mi-li-lít sữa? (Bỏ qua độ dày của vỏ hộp, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài 3:** (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 3$ .

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  với  $m = 2$ .

b) Chứng minh  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt. Gọi hai giao điểm lần lượt là  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$ . Tìm  $m$  để  $y_1 + y_2 = 4(x_1 + x_2) + 3$ .

**Bài 4:** (3,5 điểm).

Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Gọi  $I$  là điểm chính giữa cung  $AB$ . Lấy điểm  $M$  bất kì trên đoạn thẳng  $OA$  ( $M$  khác  $O$  và  $A$ ). Tia  $IM$  cắt đường tròn tại điểm thứ hai  $N$ . Đường thẳng qua  $M$ , vuông góc với  $AB$  cắt đoạn thẳng  $BN$  tại  $C$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $A, M, C, N$  cùng thuộc một đường tròn.

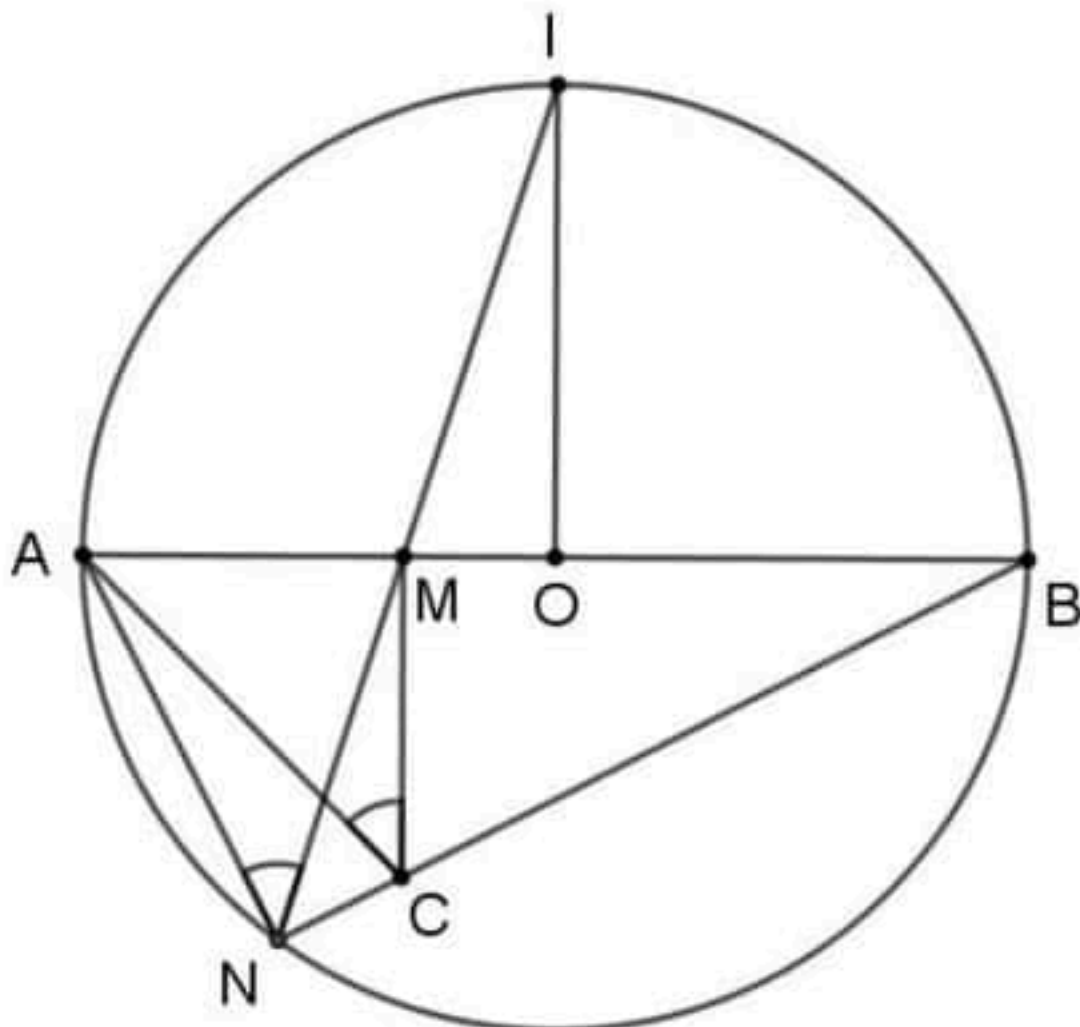
b) Tính số đo góc  $ANM$  và chứng minh  $AM = MC$ .

c) Khi  $M$  thay đổi trên đoạn  $OA$ , chứng minh  $MN < R$ .

**Bài 5:** (0,5 điểm).

Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{3x^2 - 6x + 7} = 3 - \sqrt{x - 1}$

| Bài   | Điểm  |
|---|---|
| <b>I</b>  | <b>2,0</b>  |
| <p>1) Tính giá trị của biểu thức A</p> <p>Thay <math>x = 1</math> vào biểu thức: <math>A = \frac{\sqrt{1+2}}{\sqrt{1-2}}</math></p> <p><math>A = -3</math></p>  | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p><b>0,5</b></p>   |
| <p>2) Chứng minh <math>B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}</math> với <math>x \geq 0, x \neq 4</math>.</p> $B = \frac{\sqrt{x+2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} + \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}$ $= \frac{\sqrt{x+2} + x - \sqrt{x-2} - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$   | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p><b>1,0</b></p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>   |
| <p>3) Tìm <math>x</math> để <math>A.B \geq 0</math></p> $A.B = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ <p>TH1: <math>x = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow A.B = 0</math> (TM)</p> <p>TH2: <math>x &gt; 0 \Rightarrow \sqrt{x} &gt; 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} &gt; 0 \Rightarrow x &gt; 4</math></p> <p>Kết hợp điều kiện: <math>x = 0</math> hoặc <math>x &gt; 4</math> thỏa mãn yêu cầu.</p>   | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p><b>0,5</b></p>   |
| <b>II</b>   | <b>2,5</b>  |
| <p>1) Giải bài toán ...</p> <p>Gọi vận tốc xe máy là <math>x</math> (km/giờ) (<math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Thời gian xe máy đi hết quãng đường: <math>\frac{120}{x}</math> (giờ)</p> <p>Vận tốc ô tô: <math>x + 20</math> (km/giờ)</p> <p><math>\Rightarrow</math> Thời gian ô tô đi hết quãng đường: <math>\frac{120}{x+20}</math> (giờ)</p> <p>Ô tô đến sớm hơn xe máy 1 giờ, ta có phương trình: <math>\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1</math></p> <p>Biến đổi đến phương trình: <math>x^2 + 20x - 2400 = 0</math></p> <p>Giải phương trình được: <math>x_1 = 40</math> (TM) và <math>x_2 = -60</math> (loại).</p> <p>Vậy vận tốc xe máy là 40 km/giờ, vận tốc ô tô là 60 km/giờ.</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p><b>2,0</b></p> |
| <p>2) Tính thể tích sữa trong hộp</p> <p>Bán kính đáy: <math>7 : 2 = 3,5</math> cm.</p> <p>Thể tích sữa trong hộp: <math>\pi \times 3,5^2 \times 8 \approx 3,14 \times 3,5^2 \times 8</math></p> <p><math>= 307,72 \text{ cm}^3 = 307,72 \text{ ml}</math>. Kết luận.</p>   | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p><b>0,5</b></p>   |
| <b>III</b>  | <b>1,5</b>  |
| <p>Cho parabol (P): <math>y = x^2</math> và đường thẳng (d): <math>y = mx + 3</math> ...</p> <p>1) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi <math>m = 2</math></p>   | <p><b>0,75</b></p>  |

|           |   |      |             |
|-----------|---|------|-------------|
|           | Thay $m = 2$ vào (d): $y = 2x + 3$  | 0,25 |             |
|           | Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - 3 = 0$   | 0,25 |             |
|           | Giải phương trình tìm được $x_1 = -1, x_2 = 3$  | 0,25 |             |
|           | $\Rightarrow$ Tọa độ giao điểm $(-1;1)$ và $(3;9)$  | 0,25 |             |
|           | <b>2) Chứng minh (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn...</b>   |      |             |
|           | Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - mx - 3 = 0$ (1).  | 0,25 |             |
|           | $\Delta = m^2 + 12. m^2 \geq 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 12 \geq 12 > 0$ .   |      |             |
|           | Vậy phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt  | 0,25 |             |
|           | $x_1, x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1), theo hệ thức Vi - ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$         | 0,75 |             |
|           | $y_1 = x_1^2, y_2 = x_2^2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 4(x_1 + x_2) + 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(x_1 + x_2) + 3$ | 0,25 |             |
|           | $\Leftrightarrow m^2 + 6 = 4m + 3 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$        | 0,25 |             |
| <b>IV</b> | <b>Cho đường tròn...</b>  |      | <b>3,5</b>  |
|           |   |      |             |
|           | <b>1) Chứng minh bốn điểm A, M, C, N thuộc một đường tròn</b>   |      |             |
|           | $\widehat{AMC} = 90^\circ \Rightarrow A, M, C$ thuộc đường tròn đường kính AC   | 0,25 |             |
|           | $\widehat{ANB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ \Rightarrow A, N, C$ thuộc đường tròn đường kính AC                  | 0,25 |             |
|           | $\Rightarrow A, M, C, N$ cùng thuộc đường tròn đường kính AC.   | 0,5  | <b>1,0</b>  |
|           | Vẽ hình đúng đến hết câu a) được 0,25   |      |             |
|           | <b>2) Tính số đo góc ANM</b>  |      |             |
|           | Điểm I chính giữa cung AB $\Rightarrow$ số đo $\widehat{AI} = 90^\circ$   | 0,25 |             |
|           | $\widehat{ANI}$ là góc nội tiếp chắn cung AI $\Rightarrow \widehat{ANI} = \frac{1}{2}$ số đo $\widehat{AI}$                         | 0,25 | <b>1,0</b>  |
|           | $\Rightarrow \widehat{ANI} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ANM} = 45^\circ$   | 0,5  |             |
|           | <b>Chứng minh AM = MC</b>   |      |             |
|           | Tứ giác AMCN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{ANM} = 45^\circ$ (cùng chắn cung AM)                                    | 0,25 |             |
|           | $\Delta AMC$ vuông tại M, $\widehat{ACM} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ACM$ vuông cân tại M   | 0,25 | <b>0,75</b> |
|           | $\Rightarrow AM = MC$   | 0,25 |             |
|           | <b>3) Chứng minh MN &lt; R</b>  |      |             |
|           | $MN = NI - IM$ . NI là dây không qua tâm $\Rightarrow NI < 2R$  | 0,25 |             |
|           | $IO \perp AB \Rightarrow IM > IO = R$ (M khác O, quan hệ đường xiên - đường vuông góc)  |      | <b>0,5</b>  |
|           | $\Rightarrow -IM < -R \Rightarrow MN = NI - IM < 2R - R = R$  | 0,25 |             |
| <b>V</b>  | Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{3x^2 - 6x + 7} = 3 - \sqrt{x - 1}$   |      | <b>0,5</b>  |
|           | ĐKXD: $x \geq 1$  | 0,25 |             |
|           | Xét vế trái: $(x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + 1} + \sqrt{3(x - 1)^2 + 4} \geq \sqrt{1} + \sqrt{4} = 3$               |      | <b>0,5</b>  |
|           | Xét vế phải $\sqrt{x - 1} \geq 0 \Rightarrow 3 - \sqrt{x - 1} \leq 3$   | 0,25 |             |
|           | Vậy 2 vế cùng bằng 3 khi $x = 1$ (tmđk). Nghiệm của phương trình $x = 1$  |      |             |