

**Bài 1. (1,5 điểm):** Cho các biểu thức:

$$A = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$

$$B = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{1 - x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \quad (\text{với } x \geq 0, x \neq 1)$$

- Rút gọn các biểu thức A, B
- Tìm các giá trị của x để giá trị biểu thức B không lớn hơn giá trị biểu thức A.

**Bài 2. ( 1,5 điểm)**

**2.1.** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{y+3} = 1 \\ 4\sqrt{x-1} - \frac{3}{y+3} = 7 \end{cases}$$

**2.2.** Cửa hàng A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua sỉ vở học sinh loại thùng 100 quyển/thùng như sau: Nếu mua 1 thùng thì giảm 5% so với giá niêm yết. Nếu mua 2 thùng trở lên thì thùng thứ nhất giảm 5% còn từ thùng thứ hai được giảm 10% so với giá niêm yết. Biết giá niêm yết của mỗi thùng vở nói trên là 450000 đồng.

- Gọi y là số tiền mẹ bạn An phải trả khi mua x thùng vở ( $x > 1$ ). Lập công thức biểu diễn y theo x.
- Mẹ bạn An mua 4 thùng vở loại 100 quyển/thùng ở cửa hàng A thì sẽ phải trả bao nhiêu tiền?

**Bài 3. ( 2,5 điểm)**

1. Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m - 1)x - m + 2$  (m là tham số)

- Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi  $m = 2$
- Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$

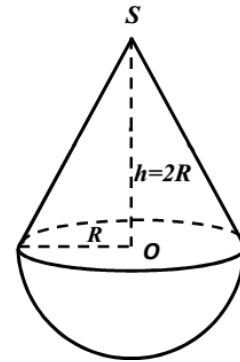
$B(x_2; y_2)$  thỏa  $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$ .

2. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ, ô tô bị chặn bởi tàu hỏa trong thời gian 10 phút. Để đến B đúng thời điểm đã định, ô tô phải tăng vận tốc thêm 6 km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

**Bài 4. ( 0,75 điểm)**

Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên.

Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Tính bán kính khối cầu?



**Bài 5:** (3,0 điểm) Từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là tiếp điểm). Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $AO$  chứa điểm  $B$  vẽ cát tuyến  $AMN$  với đường tròn  $(O)$  ( $AM < AN, MN$  không đi qua  $O$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của  $MN$ .

a) Chứng minh: Tứ giác  $AIOC$  nội tiếp.

b) Gọi  $H$  là giao điểm của  $AO$  và  $BC$ . Chứng minh:  $AH \cdot AO = AM \cdot AN$  và tứ giác  $MNOH$  là tứ giác nội tiếp.

c) Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $BN$ , cắt  $AB$  và  $BC$  theo thứ tự tại  $E$  và  $F$ . Chứng minh rằng  $M$  là trung điểm của  $EF$ .

**Bài 6 (0,75 điểm)**

Cho  $x, y, z$  dương thỏa mãn:  $xy + yz + xz \geq 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của: 
$$P = \frac{x^3}{\sqrt{y^2 + 3}} + \frac{y^3}{\sqrt{z^2 + 3}} + \frac{z^3}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

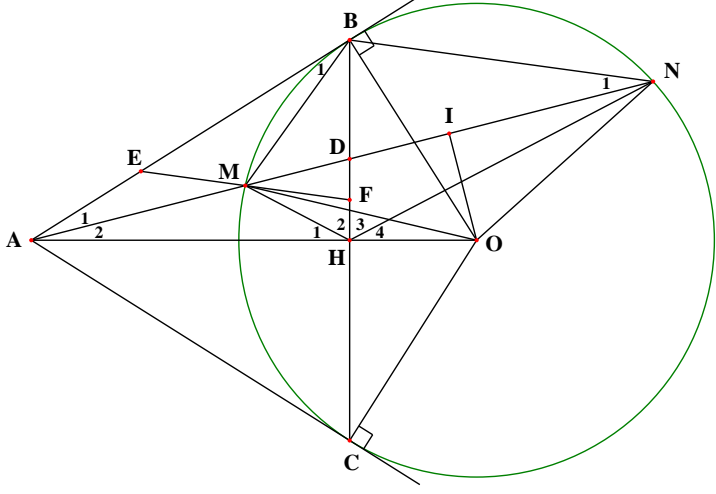
----- Hết -----

## ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Bài	Nội dung	Điểm
<b>1</b> 1,5điểm	a)	
	$A = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \frac{4(3 - \sqrt{5})}{9 - 5} +  2 - \sqrt{5}  =$	0,25
	$= 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 1$	0,25
	$B = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{1 - x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) \cdot (\sqrt{x} + 1)$ $= \frac{\sqrt{x} + 1 - 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \cdot (\sqrt{x} + 1)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
b) Với $x \geq 0, x \neq 1$		
$B \leq A \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \leq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$	0,25	
Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$ Vậy $0 \leq x < 1$ thì $B \leq A$	0,25	
<b>2</b> 1,5điểm	<b>2.1. 0,75 đ</b> Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \neq -3 \end{cases}$	<b>0,25</b>
	Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \frac{1}{y+3} \end{cases}$ (điều kiện $u \geq 0$ )  Hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} 2u + v = 1 \\ 4u - 3v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u + 2v = 2 \\ 4u - 3v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5v = -5 \\ 2u + v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = -1 \\ 2u + (-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = -1 \end{cases}$ (TM)	<b>0,25</b>

	$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=1 \\ \frac{1}{y+3}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$ <p>Vậy HPT có nghiệm duy nhất (2; -4).</p>	<b>0,25</b>
	<b>2. (0,75 điểm)</b>	
	<p>a)</p> <p>Giá một thùng vở thứ nhất là: <math>(100\% - 5\%).450000 = 427500</math> (đồng)</p> <p>Giá một thùng vở từ thùng thứ hai trở đi là: <math>(100\% - 10\%).450000 = 405000</math> (đồng)</p> <p>Số tiền mẹ bạn An phải trả khi mua <math>x</math> thùng vở (<math>x &gt; 1</math>) là</p> $y = 427500 + 405000(x-1) \Leftrightarrow y = 405000x + 22500 \text{ (1)}$	0,25
	<p>b) Số tiền mẹ bạn An cần trả khi mua 4 thùng vở ở cửa hàng A là:</p> $y = 405000 \cdot 4 + 22500 = 1642500 \text{ (đồng)}$ <p>Vậy số tiền mẹ bạn An cần trả khi mua 4 thùng vở ở cửa hàng A là 1642500 đồng.</p>	0,25
<b>3</b> <b>2,5điểm</b>	<p>3.1 a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)</p> $x^2 = (2m-1)x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0(*)$ <p>Thay <math>m=2</math> vào phương trình (*) ta được pt: <math>x^2 - 3x = 0</math></p>	0,25
	<p>Phương trình có 2 nghiệm <math>x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0</math> <math>x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 9</math></p> <p>Vậy <math>m=2</math> thì tọa độ giao điểm của (P) và (d) là (0;0); (3;9)</p>	0,25
	<p>b, Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)</p> $x^2 = (2m-1)x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0(*)$ <p>Ta có <math>\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-2) = 4m^2 - 8m + 9 = 4(m-1)^2 + 5 \geq 5 &gt; 0</math></p> <p>Vậy Parabol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt.</p>	0,25
	<p>Theo hệ thức Vi-et ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 \\ x_1 \cdot x_2 = m-2 \end{cases}</math>; Mặt khác <math>\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}</math>.</p>	0,25
	<p>Ta có <math>x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = 0</math></p>	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 4m^2 - 7m + 7 = 0 \quad (1) \end{cases}$	
	<p>Phương trình (1) có <math>\Delta = (-7)^2 - 4.4.7 = -63 &lt; 0</math> nên pt (1) vô nghiệm, từ đó suy ra <math>m = \frac{1}{2}</math> thỏa mãn đề bài.</p> <p>Vậy <math>m = \frac{1}{2}</math></p>	0,25
	<p><b>3.2.</b> Đổi: 10 phút = <math>\frac{1}{6}</math> giờ</p> <p>Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là <math>x</math> (km/h) (<math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Ta có: Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là: <math>\frac{120}{x}</math> (giờ)</p>	0,25
	<p>Sau 1 giờ ô tô đi được <math>x</math> (km) nên quãng đường còn lại là: <math>120 - x</math> (km).</p> <p>Vận tốc của ô tô sau khi tăng là: <math>x + 6</math> (km/h)</p> <p>Thời gian đi quãng đường còn lại là: <math>\frac{120 - x}{x + 6}</math> (giờ)</p> <p>Ta có phương trình: <math>1 + \frac{1}{6} + \frac{120 - x}{x + 6} = \frac{120}{x}</math> (*)</p>	0,25
	<p>Giải phương trình (*)</p> <p>(*) <math>\hat{U} \frac{6x(x+6)}{6x(x+6)} + \frac{x(x+6)}{6x(x+6)} + \frac{6x(120-x)}{6x(x+6)} = \frac{120.6(x+6)}{6x(x+6)}</math></p> <p>Suy ra <math>6x^2 + 36x + x^2 + 6x + 720x - 6x^2 = 720x + 4320</math></p> <p><math>\hat{U} x^2 + 42x - 4320 = 0</math> (**)</p>	0,25
	<p>Giải phương trình (**) ta được</p> <p><math>x_1 = -21 + 69 = 48</math> (thỏa mãn điều kiện)</p> <p><math>x_2 = -21 - 69 = -90</math> (loại)</p> <p>Vậy vận tốc lúc đầu của ô tô là 48 (km/h)</p>	0,25
<b>Bài 4</b>	<p>Thể tích khối nón là <math>V_1 = \frac{1}{3}p.R^2.2R = \frac{2}{3}p.R^3</math></p>	0,25

0,75 điểm	Thể tích nửa khối cầu là $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} p.R^3 = \frac{2}{3} p.R^3$	0,25
	Thể tích của toàn bộ khối đồ vật là $V_1 + V_2 = 36p$ $\hat{U} \frac{4}{3} p.R^3 = 36p \hat{U} R = 3$ . Vậy $R = 3$ cm	0,25
5 3điểm	 <p>Vẽ đúng hình cho phần a</p>	0,25
	<b>a) 1,0 điểm</b>	
	Đường tròn (O) có $ACO = 90^\circ$ (AC là tiếp tuyến) Mà I là trung điểm của MN (gt) $\Rightarrow OI \perp MN$ (liên hệ đường kính và dây) $\Rightarrow AIO = 90^\circ$ Tứ giác AIOC có: $AIO + ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow AIOC$ là tứ giác nội tiếp.	0,25 0,25 0,25 0,25
	<b>b) 1,0 điểm</b>	
	Đường tròn (O) có: ABM là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung MB ANB là góc nội tiếp chắn cung MB $\Rightarrow ABM = ANB$ $\Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle ANB$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN$ (1) Ta có: $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $OB = OC$ $\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC $\Rightarrow BH \perp AO$ $\triangle ABO$ vuông tại B, có BH là đường cao $\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AM \cdot AN$	0,25 0,25

	$\Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AM}{AO}$ $\Rightarrow \Delta AHM \square \Delta ANO(c.g.c) \Rightarrow AHM = ANO$ <p>Tứ giác <math>MNOH</math> có <math>AHM = ANO</math>  <math>\Rightarrow MNOH</math> là tứ giác nội tiếp(dhnb).</p>	0,25 0,25
	<b>c) 0,75 điểm</b>	
	<p>Gọi <math>D</math> là giao điểm của <math>AN</math> và <math>BC</math>          Vì <math>MNOH</math> là tứ giác nội tiếp <math>\Rightarrow OMN = OHN</math>  <math>\Delta OMN</math> cân tại <math>O</math>  <math>\Rightarrow OMN = ONM \Rightarrow OHN = ONM</math>          Mà <math>AHM = ONM</math> (theo phần b)  <math>\Rightarrow AHM = OHN</math>          Mặt khác: <math>AHM + MHD = DHN + NHO = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow MHD = DHN</math>  <math>\Rightarrow HD</math> là đường phân giác trong của <math>\Delta HMN</math>          Lại có <math>HA \perp HD</math>  <math>\Rightarrow HA</math> là đường phân giác ngoài của <math>\Delta HMN</math>          Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác, ta có:</p> $\frac{DM}{DN} = \frac{HM}{HN} \text{ và } \frac{AM}{AN} = \frac{HM}{HN} \Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{AM}{AN} \quad (3)$ <p>Áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét, ta có:</p> $\Delta ABN \text{ có } ME // BN \Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{AM}{AN} \quad (4)$ $\Delta DBN \text{ có } MF // BN \Rightarrow \frac{MF}{BN} = \frac{DM}{DN} \quad (5)$ <p>Từ (3), (4), (5) <math>\Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{MF}{BN} \Rightarrow ME = MF</math>          Vậy <math>M</math> là trung điểm của <math>EF</math>.</p>	0,25 0,25 0,25
<b>Bài 6 (0,75 điểm)</b>	<p>Áp dụng BĐT côsi với 3 số dương ta có:</p> $\frac{x^3}{\sqrt{y^2+3}} + \frac{x^3}{\sqrt{y^2+3}} + \frac{y^2+3}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{3x^2}{2} \quad (1)$ <p>Dấu bằng xảy ra khi: <math>\frac{x^3}{\sqrt{y^2+3}} = \frac{y^2+3}{8} \Leftrightarrow 8x^3 = (y^2+3)\sqrt{y^2+3}</math>  <math>\Leftrightarrow 64x^6 = (y^2+3)^3 \Leftrightarrow 4x^2 = y^2+3</math></p>	0,25
	<p>Tương tự: <math>\frac{y^3}{\sqrt{z^2+3}} + \frac{y^3}{\sqrt{z^2+3}} + \frac{z^2+3}{8} \geq \frac{3y^2}{2} \quad (2)</math>  <math>\frac{z^3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{z^3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{x^2+3}{8} \geq \frac{3z^2}{2} \quad (3)</math>          Cộng vế của các BĐT cùng chiều (1), (2), (3)</p>	

ta được:  $2P + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{8} + \frac{9}{8} \geq \frac{3}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$  (4)

$$\Leftrightarrow 2P + \frac{9}{8} \geq \frac{11}{8}(x^2 + y^2 + z^2)$$

Lại có:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz = 3$

Nên  $2P + \frac{9}{8} \geq \frac{11}{8} \cdot 3 \Leftrightarrow P \geq \frac{3}{2}$

Dấu “=” xảy ra khi : 
$$\begin{cases} 4x^2 = y^2 + 3 \\ 4y^2 = z^2 + 3 \\ 4z^2 = x^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là  $\frac{3}{2}$  khi  $x = y = z = 1$

0,25

0,25