UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2013 – 2014
MÔN: TOÁN 8
(Thời gian làm bài 150 phút)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 *(4,5 điểm).*

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x(x+2)-5x-10$.

b) x^3-5x^2+8x-4.

2. Cho biểu thức $Q=\left(\frac{x^2}{x^3-4x}-\frac{10}{5x+10}+\frac{1}{x-2}\right):\left(x+2+\frac{6-x^2}{x-2}\right)$, với $x\neq 0$ và $x\neq \pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tính giá trị của Q biết $|x|=\frac{1}{2}$.

c) Tìm x để Q > 0.

Câu 2 *(3,0 điểm).*

1. Chứng minh rằng số có dạng $A=n^4+6n^3+11n^2+6n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n.

2. Đa thức f(x) khi chia cho $x+1$ dư 4, khi chia cho x^2+1 dư $2x+3$. Tìm phần dư khi chia f(x) cho $(x+1)(x^2+1)$.

Câu 3 *(4,0 điểm).*

1. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x-1}{2013}+\frac{x-2}{2012}+\frac{x-3}{2011}+...+\frac{x-2012}{2}=2012$.

b) $(x^2-4x)^2+2(x-2)^2=43$.

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2+xy-2012x-2013y-2014=0$.

Câu 4 *(6,0 điểm).*

Cho hình vuông ABCD cạnh a, lấy điểm M bất kỳ trên cạnh BC (M khác B và C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, kéo dài BH cắt đường thẳng DC tại K.

1. Chứng minh KM vuông góc với DB.
2. Chứng minh rằng: KC.KD = KH.KB.
3. Ký hiệu S_{ABM}, S_{DCM} lần lượt là diện tích các tam giác ABM và DCM.

a) Chứng minh tổng $(S_{ABM}+S_{DCM})$ không đổi.

b) Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để $(S^2_{ABM}+S^2_{DCM})$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo a.

Câu 5 *(2,5 điểm).*

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^4-2x^2-3\left|x^2-1\right|-9$.

2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng: $\frac{a+3c}{a+b}+\frac{a+3b}{a+c}+\frac{2a}{b+c}\geq 5$.

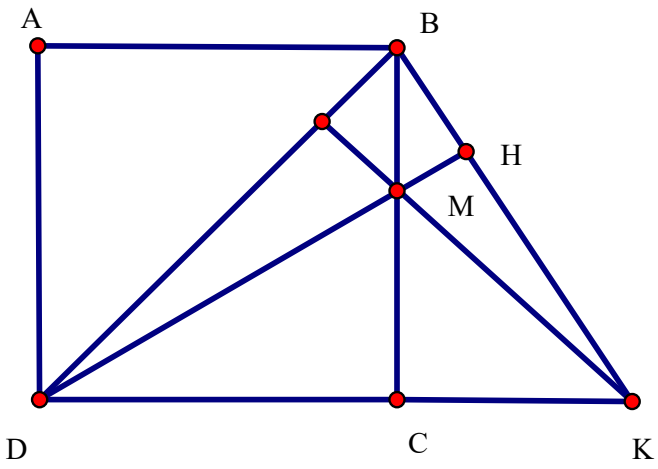
Đẳng thức xảy ra khi nào?

----------Hết----------

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM KSCL HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán 8
Năm học 2013 - 2014

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,5điểm)	**1. (2,0 điểm)**	
	a) $3x(x+2)-5x-10 = 3x(x+2)-5(x+2) = (x+2)(3x-5)$	**0,5**
	b) Ta có $x^3-5x^2+8x-4 = (x^3-4x^2+4x)-(x^2-4x+4)$	**0,5**
	$= x(x-2)^2-(x-2)^2$	**0,75**
	$= (x-1)(x-2)^2$	**0,25**
	2. (2,5 điểm)	
	a) Với $x \neq 0; x \neq \pm 2,$ ta có: $Q=\left(\frac{x^2}{x(x-2)(x+2)}-\frac{10}{5(x+2)}+\frac{1}{x-2}\right):\left(x+2+\frac{6-x^2}{x-2}\right)$	**0,5**
	$=\left(\frac{x-2(x-2)+(x+2)}{(x-2)(x+2)}\right)\cdot\left(\frac{2}{x-2}\right)=\frac{6}{(x-2)(x+2)}\cdot\frac{x-2}{x}=\frac{3}{x+2}$	**0,75**
	b) $\lvert x\rvert=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$	**0,25**
	Khi $x=\frac{1}{2}$ thì $Q=\frac{6}{5}$	**0,25**
	Khi $x=-\frac{1}{2}$ thì $Q=2$	**0,25**
	c) Q > 0 $\Leftrightarrow \frac{3}{x+2}>0 \Leftrightarrow x+2>0 \Leftrightarrow x>-2$	**0,25**
	Kết hợp với ĐKXĐ ta có $x>-2; x\neq 0; x\neq 2$ là giá trị cần tìm.	**0,25**
Câu 2 (3 điểm)	**1. (1,5 điểm)**	
	$A=n^4+6n^3+11n^2+6n = n(n+1)(n+2)(n+3)$	**0,5**
	Vì $n; n+1; n+2$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên tồn tại 1 số chia hết cho 3. Do đó $n(n+1)(n+2)\vdots 3$	**0,25**
	Vì $n; n+1; n+2; n+3$ là bốn số tự nhiên liên tiếp nên có 2 số chẵn liên tiếp, trong 2 số chẵn liên tiếp có 1 số chia hết cho 2, số kia chia hết cho 4. Vậy $n(n+1)(n+2)(n+3)\vdots 8$	**0,5**
	Vì ƯCLN(3;8) =1 nên $A=n^4+6n^3+11n^2+6n$ chia hết cho 24.	**0,25**
	2. (1,5 điểm)	
	Ta có: f(x) chia $x+1$ dư 4 => f(-1) = 4.	**0,25**
	Do bậc của đa thức chia là 3 nên đa thức dư có dạng ax^2+bx+c.	**0,25**
	Theo định nghĩa phép chia còn dư, ta có : $f(x) = (x+1)(x^2+1).q(x) + ax^2 + bx + c$ $= (x+1)(x^2+1).q(x) + ax^2 + a - a + bx + c$ $= (x+1)(x^2+1).q(x) + a(x^2+1) + bx + c - a$ $= [(x+1).q(x) + a].(x^2+1) + bx + c - a$	**0,25**
	Mà f(x) chia cho x^2+1 dư $2x+3$. Do đó, ta có: $\begin{cases} b=2 \\ c-a=3 \\ a-b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c-a=3 \\ a+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=\frac{9}{2} \\ a=\frac{3}{2} \end{cases}$	**0,5**

	Vậy đa thức dư cần tìm có dạng: $\frac{3}{2}x^2+2x+\frac{9}{2}$	**0,25**
Câu 3 (4,0 điểm)	**1a) (1,0 điểm)**	
	PT $\Leftrightarrow \frac{x-1}{2013}-1+\frac{x-2}{2012}-1+\frac{x-3}{2011}-1+...+\frac{x-2012}{2}-1=0$	**0,25**
	$\frac{x-2014}{2013}+\frac{x-2014}{2012}+\frac{x-2014}{2011}+...+\frac{x-2014}{2}=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (x-2014)(\frac{1}{2013}+\frac{1}{2012}+...+\frac{1}{2})=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x=2014$	**0,25**
	1b) (1,5 điểm)	
	$(x^2-4x)^2+2.(x-2)^2=43 \Leftrightarrow (x^2-4x)^2+2(x^2-4x+4)=43;$ Đặt $x^2-4x=t$. ĐK $t \geq -4$	**0,5**
	Khi đó ta có được phương trình: $t^2+2t-35=0 \Leftrightarrow (t+7)(t-5)=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow t=-7$ (loại) hoặc $t=5$	**0,25**
	Với $t=5$, khi đó $x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-5)=0 \Leftrightarrow x=5$ hoặc $x=-1$	**0,25**
	Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\{-1;5\}$	**0,25**
	1c) (1,5 điểm)	
	$x^2+xy-2012x-2013y-2014=0 \Leftrightarrow x^2+xy+x-2013x-2013y-2013=1$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x(x+y+1)-2013(x+y+1)=1 \Leftrightarrow (x-2013)(x+y+1)=1$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases}x-2013=1\\x+y+1=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x-2013=-1\\x+y+1=-1\end{cases}$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \begin{cases}x=2014\\y=-2014\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2012\\y=-2014\end{cases}$	**0,25**
	Vậy pt đã cho có nghiệm nguyên là (2014 ;-2014), (2012 ; -2014).	**0,25**
Câu 4 (6,0 điểm)		

	1. (1,0 điểm)	
	Vì $BM \perp DK, DM \perp BK$ nên M là trực tâm ΔBDK do đó $KM \perp DB$	**1,0**
	2. (1,5 điểm)	
	Xét ΔKHD và ΔKCB có $\widehat{K}$ chung và $\widehat{KHD} = \widehat{KCB} = 90^0$	**0,5**
	$\Rightarrow \Delta KHD \sim \Delta KCB(gg) \Rightarrow \frac{KH}{KC} = \frac{KD}{KB} \Rightarrow KC.KD = KH.KB$	**1,0**
	3a) (1,5 điểm)	
	$S_{ABM} + S_{DCM} = \frac{1}{2} AB.BM + \frac{1}{2} CD.CM = \frac{1}{2} a.BM + \frac{1}{2} a.CM$	**1,0**
	$= \frac{1}{2} a(BM + CM) = \frac{1}{2} a^2$	**0,25**
	Vậy $S_{ABM} + S_{DCM}$ không đổi	**0,25**
	3b) (2,0 điểm)	
	Với hai số thực x , y bất kỳ ta có $2(x^2 + y^2) = (x - y)^2 + (x + y)^2 \geq (x + y)^2$	**0,25**
	$\Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}(x + y)^2$.	**0,25**
	Dấu bằng xảy ra khi x = y	**0,25**
	Áp dụng ta có $S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2 \geq \frac{1}{2}(S_{ABM} + S_{DCM})^2 = \frac{a^4}{8}$	**0,5**
	Đẳng thức xảy ra khi $S_{ABM} = S_{DCM} \Leftrightarrow BM = CM \Leftrightarrow M$ là trung điểm của BC	**0,5**
	Vậy $\min(S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2) = \frac{a^4}{8}$ Khi M là trung điểm của BC	**0,25**
Câu 5 (2,5điểm)	**1. (1,0 điểm)**	
	Ta có $P = x^4 - 2x^2 - 3\left\|x^2 - 1\right\| - 9 = (x^2 - 1)^2 - 3\left\|x^2 - 1\right\| - 10$	**0,25**
	$= (\left\|x^2 - 1\right\| - \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4} \geq -\frac{49}{4}$	**0,25**
	Đẳng thức xảy ra khi $\left\|x^2 - 1\right\| - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$	**0,25**
	Vậy Min P = $-\frac{49}{4} khi\ x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$	**0,25**
	2. (1,5 điểm)	
	$VT = \left(\frac{a+c}{a+b} + \frac{a+b}{a+c}\right) + 2\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right)$	**0,25**
	Áp dụng bđt côsi ta có: $\frac{a+c}{a+b} + \frac{a+b}{a+c} \geq 2$	**0,25**
	$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = (a+b+c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b}\right) - 3 \geq (a+b+c)\frac{9}{2.(a+b+c)} - 3 = \frac{3}{2}$	**0,5**
	$\Rightarrow \frac{a+3c}{a+b} + \frac{a+3b}{a+c} + \frac{2a}{b+c} \geq 2 + 2.\frac{3}{2} = 5$ Đẳng thức xảy ra khi a = b = c	**0,5**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.*
- *Với bài 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.*