

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN MÔN TOÁN 9

Năm học 2022-2023

Thời gian làm bài: 120 phút

CÂU 1: (4,5 điểm) Tính giá trị biểu thức

1. $A = xy + 2x + 1011y + 2022$ với $x = 1$; $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

2. $B = 6\cos^2 x + 15\sin^2 x + 2016$ với $\sin x = \frac{1}{3}$

3. $C = \sqrt{a(1-b)(1-c)} + \sqrt{b(1-c)(1-a)} + \sqrt{c(1-a)(1-b)} - \sqrt{abc} + 2021$

với $a, b, c > 0$ thỏa mãn: $a + b + c + 2\sqrt{abc} = 1$.

CÂU 2: (4,0 điểm)

1. Giải các phương trình: $x^2 - \sqrt{x-4} + 27 = 10x + \sqrt{6-x}$

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $y^4 - 3x^2 = x^4 + 1$

CÂU 3: (4,0 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n sao cho $2^n + 2023$ là số chính phương

2. Cho a, b, c là ba số thực không âm và thỏa mãn: $a + b + c = 1$.

Chứng minh rằng: $\sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4} \geq 7$

CÂU 4: (6,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D là trung điểm của AC, từ A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt BD, BC thứ tự tại M và N.

1) Chứng minh: $AM = DC$. $\sin \widehat{BAN}$

2) Chứng minh: $AD = \frac{BD \cdot HM}{BH}$

3) Chứng minh: MN là phân giác của \widehat{HMC}

CÂU 5: (1,0 điểm)

Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 2023^2\}$. Chứng minh rằng trong 2023 phần tử bất kỳ lấy ra từ tập hợp A luôn tồn tại hai phần tử x, y sao cho $0 < |\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq 1$

-----Hết-----