

Câu 1 (4,0 điểm)

a. Tìm tất cả các số tự nhiên n để $A = n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố.

b. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}, B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

b.1 Chứng tỏ $A.B$ không phụ thuộc vào x .

b.2. Tìm x để $A \geq B$.

Câu 2 (6,0 điểm)

a. Tìm nghiệm nguyên của phương trình sau $xy + x - 2y = 3$

b. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 4x - 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 5$

c. Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho 2 số a, b thỏa mãn $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 4 (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H .

a. Chứng minh $CA.CE = CB.CD$

b. Chứng minh $\sin BAC = \frac{AD.BC}{AB.AC}$

c. Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Cho biết $\tan B.\tan C = 3$ Chứng minh rằng $HG // BC$.

Câu 5 (2,0 điểm)

Để chào mừng kỉ niệm 40 năm ngày nhà giáo Việt Nam 20/11/1982–20/11/2022. Phòng Giáo dục và Đào tạo Huyện Quỳnh Hợp tổ chức một giải bóng chuyền Nam có 7 đội bóng tham gia thi đấu vòng tròn 1 lượt (hai đội bất kỳ chỉ thi đấu với nhau 1 trận). Biết đội thứ nhất thắng a_1 trận và thua b_1 trận, đội thứ 2 thắng a_2 trận và thua b_2 trận, ..., đội thứ 7 thắng a_7 trận và thua b_7 trận. Chứng minh rằng $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_7^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \dots + b_7^2$

--- Hết ---

Lưu ý : Học sinh bảng B không phải làm câu 3