

**Đề bài:**

**Câu 1:** (4.0 điểm). Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lí:

1.  $A = 36.28 + 64.59 - 36.128 + 32.82$

2.  $B = \frac{-4}{20} + \frac{-4}{30} + \frac{-4}{42} + \frac{-4}{56} + \frac{-4}{72} + \frac{-4}{90}$

**Câu 2:** (4.0 điểm).

1. Tìm x, biết:

a)  $(19x + 2.5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$

b)  $\frac{x+1}{2} = \frac{8}{x+1}$

2. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (x,y) sao cho  $\overline{34x5y}$  chia hết cho 36.

**Câu 3:** (6.0 điểm).

1. Một số tự nhiên chia cho 7 dư 5, chia cho 13 dư 4. Nếu đem số đó chia cho 91 thì dư bao nhiêu?

2. Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

3. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi  $n^2 + 2006$  là số nguyên tố hay là hợp số.

**Câu 4:**(4.0 điểm). Cho tam giác ABC có  $\widehat{ABC} = 55^0$ , trên cạnh AC lấy điểm D sao cho  $\widehat{ABD} = 30^0$ .

a) Tính số đo của  $\widehat{DBC}$ .

b) Tính độ dài AC, nếu  $AD = 4\text{cm}$ ,  $CD = 3\text{cm}$ .

c) Từ B dựng tia Bx sao cho  $\widehat{DBx} = 90^0$ . Tính số đo  $\widehat{ABx}$ .

d) Trên cạnh AB lấy điểm E (E không trùng với A và B). Chứng minh rằng 2 đoạn thẳng BD và CE cắt nhau.

**Câu 5:** (2.0 điểm). Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$$

Hết

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
<b>Câu 1.1</b> (2,0 điểm)	$A = 36.28 + 64.59 - 36.128 + 32.82$ $= (36.28 - 36.128) + (64.59 + 32.82)$ $= 36(28 - 128) + 32(2.59 + 82)$ $= 36.(-100) + 32.200 = 100(-36 + 64) = 2800$	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>1,0 điểm</p>
<b>Câu 1.2</b> (1,0 điểm)	$B = \frac{-4}{20} + \frac{-4}{30} + \frac{-4}{42} + \frac{-4}{56} + \frac{-4}{72} + \frac{-4}{90}$ $= (-4) \cdot \left( \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right)$ $= (-4) \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right)$ $= (-4) \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{10} \right) = (-4) \cdot \frac{5-2}{20} = \frac{-3}{5}$	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>1,0 điểm</p>
<b>Câu 2.1a</b> (1,0 điểm)	$(19x + 2.5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$ $(19x + 50) : 14 = 9$ $19x + 50 = 126$ $19x = 76$ $x = 4$	<p>0,25 điểm</p> <p>điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>điểm</p>
<b>Câu 2.1a</b> (1,0 điểm)	$\frac{x+1}{2} = \frac{8}{x+1} \Rightarrow (x+1)^2 = 16 \Rightarrow x+1 = 4 \text{ hoặc } x+1 = -4$ <p>+) <math>x+1 = 4 \Rightarrow x = 3</math></p> <p>+) <math>x+1 = -4 \Rightarrow x = -5</math></p> <p>Vậy <math>x = 3; x = -5</math></p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>điểm</p>
<b>Câu 2.2</b> (2,0 điểm)	<p>Ta có <math>36 = 9.4</math>. Mà <math>ƯC(4,9) = 1</math></p> <p>Vậy để <math>\overline{34x5y}</math> chia hết cho 36 thì <math>\overline{34x5y}</math> chia hết cho 4 và 9</p> <p><math>\overline{34x5y}</math> chia hết cho 9 khi <math>3 + 4 + x + 5 + y : 9 \Rightarrow 12 + x + y : 9</math> (1)</p> <p><math>\overline{34x5y}</math> chia hết cho 4 khi <math>\overline{5y} : 4 \Rightarrow y = 2 \text{ hoặc } y = 6</math></p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>

	<p>Với <math>y = 2</math> thay vào (1) ta được <math>14 + x : 9 \Rightarrow x = 4</math>  Với <math>y = 6</math> thay vào (1) ta được <math>18 + x : 9 \Rightarrow x = 0</math> hoặc <math>x = 9</math>  Vậy các cặp <math>(x,y)</math> cần tìm là: <math>(4,2)</math>; <math>(0,6)</math> và <math>(9,6)</math></p>	0,5 điểm
<b>Câu 3.1</b> (2,0 điểm)	<p>Gọi số tự nhiên đó là <math>a</math>.  Vì <math>a</math> chia cho 7 dư 5 <math>\Rightarrow a - 5 : 7 \Rightarrow a - 5 + 14 : 7 \Rightarrow a + 9 : 7</math>  Tương tự: <math>a</math> chia cho 13 dư 4 <math>\Rightarrow a + 9 : 13</math>  mà <math>(7,13) = 1</math> nên <math>a + 9 : 7 \cdot 13</math>  <math>\Rightarrow a + 9 = 91k</math> (<math>k \in \mathbb{N}</math>) <math>\Rightarrow a = 91k - 9 = 91k - 91 + 82 = 91(k-1) + 82</math>  Vậy <math>a</math> chia cho 91 dư 82.</p>	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
<b>Câu 3.2</b> (2,0 điểm)	<p>Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.  Tách riêng số dương đó còn 30 số chia làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.</p>	1,0 điểm 1,0 điểm
<b>Câu 3.2</b> (2,0 điểm)	<p>Do <math>n</math> là số nguyên tố lớn hơn 3  nên <math>n = 3k + 1</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>) hoặc <math>n = 3k + 2</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>)  Nếu <math>n = 3k + 1</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>)  thì <math>n^2 = (3k + 1)(3k + 1) = 3k(3k + 1) + 3k + 1</math>  suy ra <math>n^2</math> chia 3 dư 1.  Nếu <math>n = 3k + 2</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>) thì <math>n^2 = (3k + 2)(3k + 2)</math>  <math>= 3k(3k + 2) + 6k + 4 = 3k(3k + 2) + 6k + 3 + 1</math>  suy ra <math>n^2</math> chia 3 dư 1.  Vậy với <math>n</math> là số nguyên tố lớn hơn 3 thì <math>n^2</math> chia 3 dư 1  <math>\Rightarrow n^2 = 3k + 1</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>)  Khi đó <math>n^2 + 2006 = 3k + 2007 : 3</math>  mà <math>n^2 + 2006 &gt; 3</math> nên <math>n^2 + 2006</math> là hợp số.</p>	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
<b>Câu 4</b> (6,0 điểm)		

<b>Câu 4.1</b> (1,0 điểm)	Vì D nằm giữa A và C nên tia BD nằm giữa hai tia BA và BC. Ta có: $\widehat{ABD} + \widehat{DBC} = \widehat{ABC}$ Thay số: $30^0 + \widehat{DBC} = 55^0 \Rightarrow \widehat{DBC} = 25^0$	0,5 điểm 0,5 điểm
<b>Câu 4.2</b> (1,0 điểm)	Vì D nằm giữa A và C nên $AD + DC = AC$ Thay số: $AC = 3 + 4 = 7$ (cm)	0,5 điểm 0,5 điểm
<b>Câu 4.3</b> (1,0 điểm)	Trường hợp 1: Tia Bx và BA nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia BD. Do $\widehat{DBA} < \widehat{DBx}$ . Ta có: $\widehat{ABx} + \widehat{ABD} = \widehat{DBx}$ Thay số: $\widehat{ABx} + 30^0 = 90^0 \Rightarrow \widehat{ABx} = 60^0$ Trường hợp 2: Tia Bx và BA nằm trên hai nửa mặt phẳng bờ chứa tia BD. Do tia BD nằm giữa hai tia Bx và BA. Ta có: $\widehat{ABD} + \widehat{DBx} = \widehat{ABx}$ Thay số: $30^0 + 90^0 = \widehat{ABx} \Rightarrow \widehat{ABx} = 120^0$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
<b>Câu 4.4</b> (1,0 điểm)	- Xét đường thẳng BD. Do BD cắt AC nên đường thẳng BD chia mặt phẳng làm 2 nửa: 1 nửa mặt phẳng có bờ BD chứa điểm C và nửa mặt phẳng bờ BD chứa điểm A $\Rightarrow$ tia BA thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm A. E thuộc đoạn AB $\Rightarrow$ E thuộc nửa mặt phẳng bờ BD chứa điểm A $\Rightarrow$ E và C ở 2 nửa mặt phẳng bờ BD $\Rightarrow$ đường thẳng BD cắt đoạn EC - Xét đường thẳng CE. Lập luận tương tự: ta có đường thẳng EC cắt đoạn BD. Vậy 2 đoạn thẳng EC và BD cắt nhau.	0,5 điểm 0,5 điểm
<b>Câu 5</b> (2,0 điểm)	$A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$ $\Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$ $\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$ $\Rightarrow 4A < 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \quad (1)$ Đặt $B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}}$ $\Rightarrow 3B = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}}$ $4B = B + 3B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4A < B < \frac{3}{4} \Rightarrow A < \frac{3}{16}$	0,75 điểm 0,75 điểm 0,5 điểm

- Học sinh làm cách khác đúng thì chấm điểm tối đa tương ứng.
- Bài hình học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không cho điểm.