

**Bài I.** (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

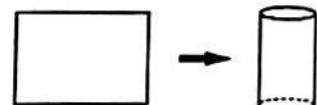
- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $B$ .
- 3) Tìm tất cả các số thực  $x$  để biểu thức  $P = A \cdot B$  có giá trị nguyên.

**Bài II.** (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một người đi máy từ  $A$  đến  $B$  cách nhau  $30\text{ km}$  với vận tốc dự định. Khi đi từ  $B$  trở về  $A$  người đó tăng vận tốc thêm  $5\text{ km/h}$  so với lúc đi, nên thời gian về ít hơn thời gian đi là  $5\text{ phút}$ . Tính vận tốc dự định của xe máy khi đi từ  $A$  đến  $B$ .

- 2) Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều dài bằng  $2m$  và chiều rộng  $1m$ , người ta cuộn thành một chiếc thùng hình trụ và gò thêm đáy để đựng nước (như hình vẽ bên). Bỏ qua độ dày của tấm tôn hãy tính thể tích thùng đựng nước (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài III.** (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{x}{x-1} + \frac{2y}{y+1} = 3 \\ \frac{3}{x-1} - \frac{2}{y+1} = 2 \end{cases}$ .

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 2$ .

- a) Chứng minh đường thẳng  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt với mọi  $m$ .

- b) Đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  có hoành độ lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$  với  $x_1 < x_2$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B$  trên trục hoành. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $OH = 2OK$ .

**Bài IV.** (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp  $(O)$ , các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Đường thẳng qua  $A$  song song với  $BC$  cắt  $(O)$  tại  $P$ ,  $PH$  cắt lại  $(O)$  tại  $Q$ .

- 1) Chứng minh: 4 điểm  $B, F, E, C$  cùng nằm trên một đường tròn.

- 2) Gọi  $L$  là giao điểm thứ 2 của  $AD$  với  $(O)$ . Chứng minh:  $D$  là trung điểm của  $HL$  và  $DO \parallel PH$ .

- 3) Đường thẳng  $AQ$  cắt  $EF$  tại  $K$ . Chứng minh:  $KD \perp EF$  và  $KD$  là phân giác của  $\widehat{BKC}$ .

**Bài V.** (0,5 điểm)

Với các số thực không âm  $a, b$  thỏa mãn  $a+b=2$ , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{a^2 + 2b} + \sqrt{b^2 + 2a} + 2\sqrt{4+ab}.$$