

Bài 1 (4,5 điểm).

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{-5}{9} \cdot \frac{2}{13} + \frac{-5}{9} \cdot \frac{11}{13} + \frac{5}{9}$$

$$B = 2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + \dots + 98 - 100$$

b) Tìm x biết: $7x - 11 = 3^2 \cdot 5 + 28$

Bài 2 (4,5 điểm).

a) Số nhà của hai bạn Lan và Huệ đều là số tự nhiên có bốn chữ số có dạng $\overline{x63y}$ và chia hết cho 5 và 9. Tìm số nhà của hai bạn biết số nhà của Lan lớn hơn số nhà của Huệ.

b) Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất khác 0, biết: $x:32$; $x:24$; $x:48$

c) Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022}$.

Chứng minh rằng A không chia hết cho 7.

Bài 3 (5,0 điểm).

a) Tìm số nguyên n để $P = \frac{3}{n-5}$ có giá trị là số nguyên

b) Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \dots + \frac{1}{x.(x+2)} = \frac{11}{75}$

c) Cho p là số nguyên tố thỏa mãn $p + 2$ và $p + 10$ cũng là số nguyên tố.

Tìm số nguyên x sao cho $(2x-1)^2 - p^3 = 22$.

Bài 4 (2,0 điểm).

Bác An muốn lát nền cho một căn phòng hình chữ nhật có chiều dài 16 m, chiều rộng 4 m bằng loại gạch men hình vuông có cạnh dài 40 cm. Tính số tiền bác An cần phải trả để lát nền cho căn phòng, biết một viên gạch có giá là 15000 đồng và tiền công thợ lát mỗi mét vuông nền nhà là 80000 đồng.

Bài 5 (3,0 điểm).

Trên đường thẳng xy lấy 4 điểm A, B, C, D sao cho $AB = 6$ cm và C là trung điểm của AB; D là trung điểm của CB.

a) Tính AD

b) Lấy thêm một số điểm phân biệt trên đường thẳng xy không trùng với bốn điểm A, B, C, D. Qua hai điểm vẽ được một đoạn thẳng và đếm được tất cả 351 đoạn thẳng. Hỏi đã lấy thêm bao nhiêu điểm phân biệt trên đường thẳng xy ?

Bài 6 (1,0 điểm).

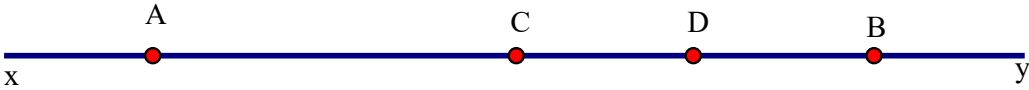
Cho $Q = \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}}$. So sánh Q với $\frac{5}{36}$

-----HẾT-----

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,5đ)	a) Thực hiện phép tính: $A = \frac{-5}{9} \cdot \frac{2}{13} + \frac{-5}{9} \cdot \frac{11}{13} + \frac{5}{9}$ $B = 2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + \dots + 98 - 100$ b) Tìm x biết: $7x - 11 = 3^2 \cdot 5 + 28$	
1a (3,0đ)	$A = \frac{-5}{9} \cdot \frac{2}{13} + \frac{-5}{9} \cdot \frac{11}{13} + \frac{5}{9}$ $A = \frac{-5}{9} \cdot \left(\frac{2}{13} + \frac{11}{13}\right) + \frac{5}{9}$	0,5
	$A = \frac{-5}{9} + \frac{5}{9}$	0,5
	A = 0 Vậy A = 0	0,5
	B = 2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + ... + 98 - 100 Số số hạng của B là: $(100 - 2) : 2 + 1 = 50$ Vì $50 : 2 = 25$ nên ta có:	0,25
	$B = (2 - 4) + (6 - 8) + (10 - 12) + \dots + (98 - 100)$	0,5
	$B = (-2) + (-2) + (-2) + \dots + (-2)$	0,25
	$B = (-2) \cdot 25 = -50$	0,25
	Vậy B = -50	0,25
1b (1,5đ)	$7x - 11 = 3^2 \cdot 5 + 28$ $7x - 11 = 73$	0,5
	$7x = 73 + 11$ $7x = 84$	0,5
	$x = 12$	0,25
	Vậy x = 12	0,25
2 (4,5đ)	a) Số nhà của hai bạn Lan và Huệ đều là số tự nhiên có bốn chữ số có dạng $\overline{x63y}$ và chia hết cho 5 và 9. Tìm số nhà của hai bạn biết số nhà của Lan lớn hơn số nhà của Huệ. b) Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất khác 0 biết: $x : 32$; $x : 24$; $x : 48$ c) Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022}$. Chứng minh rằng A không chia hết cho 7.	
	Vì $\overline{x63y} : 5 \Rightarrow y \in \{0; 5\}$	0,25
	Với $y = 0$ ta có số $\overline{x630} : 9 \Rightarrow (x + 9) : 9$ Vì x là chữ số đầu tiên nên $x = 9$	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
2a (1,5đ)	Ta có số 9630	
	Với $y = 5$ ta có số $\overline{x635} : 9 \Rightarrow (x + 14) : 9 \Rightarrow x = 4$ Ta có số 4635	0,5
	Vì $9630 > 4635$ nên số nhà của Lan là 9630 Số nhà của Huệ là 4635	0,25
2b (1,5đ)	$x : 32 ; x : 24 ; x : 48$ x là BC(32, 24, 48)	0,25
	Vì x là số tự nhiên nhỏ nhất khác 0 nên $x = \text{BCNN}(32, 24, 48)$	0,25
	Ta có: $32 = 2^5 ; 24 = 2^3 \cdot 3 ; 48 = 2^4 \cdot 3$	0,25
	$\text{BCNN}(32, 24, 48) = 2^5 \cdot 3 = 96$	0,5
	Vậy $x = 96$	0,25
2c (1,5đ)	Số số hạng của A có $(2022 - 0) : 1 + 1 = 2023$ Ta có: $7 = 1 + 2 + 2^2$ Vì $2023 : 3 = 674$ (dư 1) nên:	0,25
	$A = 1 + (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022})$	0,25
	$A = 1 + 2(1 + 2 + 2^2) + 2^4(1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{2020}(1 + 2 + 2^2)$	0,25
	$A = 1 + 2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 7 + \dots + 2^{2020} \cdot 7$ $A = 1 + 7 \cdot (2 + 2^4 + \dots + 2^{2020})$	0,25
	$A = 1 + 7 \cdot q$ ($q = 2 + 2^4 + \dots + 2^{2020} \in \mathbb{N}$)	0,25
	Suy ra A chia cho 7 dư 1 Vậy A không chia hết cho 7 (đpcm)	0,25
3 (5,0đ)	a) Tìm số nguyên n để $P = \frac{3}{n-5}$ có giá trị là số nguyên	
	b) Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{x \cdot (x+2)} = \frac{11}{75}$	
	c) Cho p là số nguyên tố thỏa mãn $p + 2$ và $p + 10$ cũng là số nguyên tố. Tìm số nguyên x sao cho $(2x - 1)^2 - p^3 = 22$.	
3a (2,0đ)	Ta có: $P = \frac{3}{n-5} (n \in \mathbb{Z}; n \neq 5)$	0,25
	Để P có giá trị nguyên thì $3 : n - 5$	0,5
	Suy ra $n - 5$ là ước của 3 $n - 5 \in \{1; -1; 3; -3\}$ $n \in \{6; 4; 8; 2\}$	1,0
	Vậy $n \in \{6; 4; 8; 2\}$	0,25
3b (1,5đ)	$\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{x \cdot (x+2)} = \frac{11}{75}$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	$2 \cdot \left(\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.11} + \dots + \frac{1}{x.(x+2)} \right) = 2 \cdot \frac{11}{75}$	
	$\frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \dots + \frac{2}{x.(x+2)} = \frac{22}{75}$	0,25
	$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{22}{75}$	0,25
	$\frac{1}{3} - \frac{1}{x+2} = \frac{22}{75}$ $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{3} - \frac{22}{75}$	0,25
	$\frac{1}{x+2} = \frac{25}{75} - \frac{22}{75}$ $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{25}$	0,25
	$x + 2 = 25$ Vậy $x = 23$	0,25
3c (1,5đ)	Vì p là số nguyên tố Nếu $p = 2$ thì $p + 2 = 4$ là hợp số (loại)	0,25
	Nếu $p = 3$ thì $p + 2 = 5$; $p + 10 = 13$ đều là số nguyên tố (chọn)	0,25
	Nếu $p > 3$ thì p không chia hết cho 3 + Với $p = 3k + 1$ thì $p + 2$ chia hết cho 3. Mà $p + 2 > 3$ nên $p + 2$ là hợp số (loại). + Với $p = 3k + 2$ thì $p + 10$ chia hết cho 3. Mà $p + 10 > 3$ nên $p + 10$ là hợp số (loại). Vậy $p = 3$	0,25
	Khi đó: $(2x - 1)^2 - p^3 = 22$ $(2x - 1)^2 = 49$ $2x - 1 = 7$ hoặc $2x - 1 = -7$	0,5
	Vậy $x \in \{4; -3\}$	0,25
4 (2,0đ)	Bác An muốn lát nền cho một căn phòng hình chữ nhật có chiều dài 16 m, chiều rộng 4 m bằng loại gạch men hình vuông có cạnh dài 40 cm. Tính số tiền bác An cần phải trả để lát nền cho căn phòng, biết một viên gạch có giá là 15000 đồng và tiền công thợ lát mỗi mét vuông nền nhà là 80000 đồng.	
	Diện tích nền căn phòng là: $S = 16.4 = 64(\text{m}^2) = 640000(\text{cm}^2)$	0,5
	Diện tích một viên gạch là: $S = 40.40 = 1600(\text{cm}^2)$.	0,5
	Số viên gạch cần dùng để lát hết nền căn phòng là: $640000 : 1600 = 400$ (viên).	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	Số tiền gạch dùng để lát hết nền căn phòng là: $400.150000 = 6000000$ (đồng).	0,25
	Tiền công thợ phải trả để lát hết nền căn phòng là: $64.80000 = 5120000$ (đồng).	0,25
	Số tiền bác An cần phải trả để lát nền cho căn phòng là: $5120000 + 6000000 = 11120000$ (đồng).	0,25
5 (3,0đ)	Trên đường thẳng xy lấy 4 điểm A, B, C, D sao cho $AB = 6$ cm và C là trung điểm của AB; D là trung điểm của CB. a) Tính AD b) Lấy thêm một số điểm phân biệt trên đường thẳng xy không trùng với bốn điểm A, B, C, D. Qua hai điểm vẽ được một đoạn thẳng và đếm được tất cả 351 đoạn thẳng. Hỏi đã lấy thêm bao nhiêu điểm phân biệt trên đường thẳng xy?	
		0,25
5a (1,5đ)	Vì C là trung điểm của AB nên $AC = CB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$	0,25
	Vì D là trung điểm của CB nên $CD = DB = \frac{CB}{2} = \frac{3}{2} = 1,5(\text{cm})$	0,25
	Ta có $AD = AC + CD = 3 + 1,5 = 4,5$ (cm)	0,5
	Vậy $AD = 4,5\text{cm}$	0,25
	Gọi n là số điểm cần lấy thêm ($n \in \mathbb{N}^*$) Số điểm phân biệt trên đường thẳng xy là $n + 4$	0,25
	Lập luận tìm ra số đoạn thẳng vẽ được là $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$	0,5
5b (1,5đ)	Ta có: $\frac{(n+4)(n+3)}{2} = 351$ $(n+4)(n+3) = 702$ Vì $(n+4)(n+3)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp Mà $702 = 26.27$	0,5
	$n + 4 = 27 \Rightarrow n = 23$ Vậy cần lấy thêm 23 điểm.	0,25
6 (1,0đ)	Cho $Q = \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}}$. So sánh Q với $\frac{5}{36}$	

Câu	Nội dung	Điểm
	Ta có: $Q = \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}}$ $\Rightarrow 5Q = 1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} - \frac{4}{5^3} + \frac{5}{5^4} - \dots + \frac{2021}{5^{2020}} - \frac{2022}{5^{2021}}$	0,25
	$\Rightarrow 6Q = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \dots - \frac{1}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}}$	0,25
	Đặt $P = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \dots - \frac{1}{5^{2021}}$ $\Rightarrow 5P = 5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{5^4} + \dots - \frac{1}{5^{2020}}$ $\Rightarrow 6P = 5 - \frac{1}{5^{2021}}$ $\Rightarrow P = \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}}$	0,25
	$\Rightarrow 6Q = \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} < \frac{5}{6}$ $\Rightarrow Q < \frac{5}{36}$ Vậy $Q < \frac{5}{36}$	0,25

***Lưu ý:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản của một cách giải, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.
- Phần hình học 5a, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- HS làm đến đâu cho điểm tới đó và cho điểm lẻ đến 0,25đ. Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.