

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Chọn phương án trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ xác định là

- A. $x > 1$. B. $x > 0$. C. $x > 0; x \neq 1$. D. $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. -2 . C. 2 . D. $-2\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh $AB = 5$ cm. Độ dài cạnh AC là

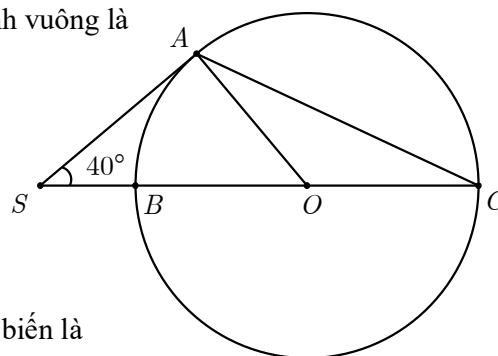
- A. 10 cm. B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm. C. $5\sqrt{3}$ cm. D. $\frac{5}{\sqrt{3}}$ cm.

Câu 4. Hình vuông cạnh bằng 2 cm, bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là

- A. 1 cm. B. 2 cm. C. $2\sqrt{2}$ cm. D. $\sqrt{2}$ cm.

Câu 5. Trong hình vẽ bên, biết góc $\widehat{ASC} = 40^\circ$, SA là tiếp tuyến của đường tròn tâm O . Góc \widehat{ACS} có số đo bằng

- A. 40° . B. 30° . C. 25° . D. 20° .



Câu 6. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m^2 - 9)x + 3$ nghịch biến là

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 7. (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} + \frac{3x+9}{9-x}$, với $x \geq 0; x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$.

Câu 8. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$, với x là ẩn; m là tham số.

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 1$.

Câu 9. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$). Đường tròn đường kính AH cắt hai cạnh AB, AC theo thứ tự tại M và N .

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp.

c) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt BC tại I . Chứng minh rằng $\frac{1}{AI^2} = \frac{4}{AB^2 + AC^2}$.

Câu 10. (1,5 điểm)

a) Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Ninh dự định tổ chức hội nghị tại hội trường 500 chỗ ngồi của trường THPT Chuyên Bắc Ninh, hội trường được chia thành từng dãy ghế, mỗi dãy ghế có số chỗ ngồi như nhau. Vì có 567 người dự hội nghị nên ban tổ chức phải kê thêm 1 dãy ghế, đồng thời phải kê thêm 2 chỗ ngồi vào tất cả các dãy ghế thì vừa đủ số chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu hội trường có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

b) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $A = xy(x^3 + y^3)$.

----- HẾT -----

	<p>Gọi O là tâm đường tròn đường kính AH.</p> <p>$\widehat{AMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O)</p> <p>$\widehat{ANH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O)</p> <p>Do $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = \widehat{MAN} = 90^\circ$ nên $AMHN$ là hình chữ nhật.</p>	0,5
9.b		0,75
	<p>Vì $OM = OA$ nên tam giác OAM cân tại O nên $\widehat{A}_1 = \widehat{M}_1$.</p> <p>Mà $\widehat{A}_1 = \widehat{C}$ (cùng phụ với góc \widehat{B}) $\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{C}$.</p>	0,5
	Vì $\widehat{M}_1 = \widehat{C} \Rightarrow$ Tứ giác $BMNC$ nội tiếp.	0,25
9.c		0,75
	<p>Ta có $\widehat{A}_2 + \widehat{N}_1 = 90^\circ$; $\widehat{M}_1 + \widehat{N}_1 = 90^\circ$.</p> <p>Nên $\widehat{A}_2 = \widehat{M}_1 \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{C} \Rightarrow \Delta IAC$ cân tại $I \Rightarrow IA = IC$.</p> <p>Chứng minh tương tự ta có ΔIAB cân tại I nên $IA = IB$.</p>	0,25
	<p>Vậy $IA = IB = IC = \frac{BC}{2} \Rightarrow 4IA^2 = BC^2$.</p> <p>Mà $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 4IA^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \frac{1}{IA^2} = \frac{4}{AB^2 + AC^2}$.</p>	0,5
10.a		0,75
	<p>Gọi x là số dây ghế lúc đầu ($x \in \mathbb{N}^*, 500 : x$).</p> <p>Số chỗ ngồi trên mỗi dây ghế lúc đầu là $\frac{500}{x}$ (chỗ).</p> <p>Số dây ghế lúc sau $x + 1$ (dây).</p> <p>Số chỗ ngồi lúc sau $\frac{567}{x + 1}$ (chỗ).</p>	0,25
	<p>Vì số chỗ ngồi trên mỗi dây ghế lúc sau hơn số chỗ ngồi trên mỗi dây ghế lúc đầu là 2 chỗ nên ta có phương trình:</p> $\frac{567}{x + 1} - \frac{500}{x} = 2 \Leftrightarrow 567x - 500(x + 1) = 2x(x + 1)$ $\Leftrightarrow 567x - 500x - 500 = 2x^2 + 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 65x + 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = 12,5 \end{cases}$ <p>Vậy lúc đầu hội trường có 20 dây ghế, mỗi dây có 25 chỗ.</p>	0,5
10.b		0,75
	$xy(x + y)(x^2 - xy + y^2) = 2xy \left[(x + y)^2 - 3xy \right] = 2xy(4 - 3xy) = \frac{8}{3} - 6 \left(xy - \frac{2}{3} \right)^2 \leq \frac{8}{3}$	0,5
	<p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \\ y = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \\ y = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$</p> <p>Vậy GTLN của A là $\frac{8}{3}$.</p>	0,25