

Bài 1 (2,0 điểm) Thực hiện phép tính.

a/ $5\sqrt{48} - 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$

b/ $\left(3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{50}\right) \cdot 3\sqrt{2}$

c/ $(2 + \sqrt{3})\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{(-3)^2}$

d/ $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

Bài 2 (2,0 điểm) Giải phương trình

a/ $5 - \sqrt{2x + 5} = 3$

b/ $\sqrt{4x - 8} + \frac{1}{2}\sqrt{16x - 32} + \sqrt{9x - 18} = 21$

c/ $3x + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$

d/ $\sqrt{(x - 2)(x - 3)} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 3} + 1$

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \frac{x - 2\sqrt{x}}{x - 4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

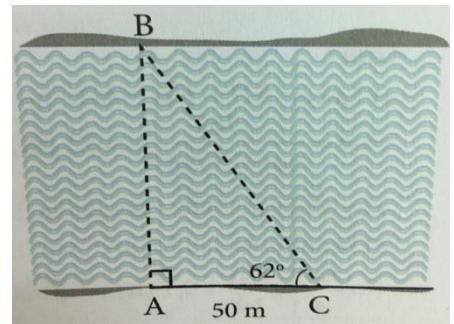
a/ Tính giá trị biểu thức Q khi $x = 9$

b/ Rút gọn P

c/ Cho $M = \frac{P}{Q}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $M < \frac{1}{2}$

Bài 4 (3,5 điểm)

1/ Để đo chiều rộng AB của một khúc sông mà không đo trực tiếp được, một người đi từ A đến C đo được AC = 50m và từ C nhìn thấy B với một góc nghiêng 62° với bờ sông (như hình vẽ). Tính chiều rộng AB của khúc sông (làm tròn đến mét)



2/ Cho tam giác ABC vuông tại A (AB > AC) có đường cao AH. Gọi AD là tia phân giác của HAB

a/ Tính các cạnh AH, AC biết HB = 18cm, HC = 8cm

b/ Chứng minh $\triangle ADC$ cân tại C và $\frac{DH}{BD} = \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$

c/ Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.

Chứng minh $S_{AEF} = S_{ABC} (1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C$

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho 3 số dương a, b, c. Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a\sqrt{ac} + b\sqrt{ba} + c\sqrt{cb}$

----- Chúc các em làm bài thi tốt -----

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I – NĂM HỌC 2021-2022
MÔN TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 03/11/2021

Bài 1: (2,0 điểm)

Thực hiện phép tính		
a/ $5\sqrt{48} - 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} = 20\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$	0,5	2,0
b/ $\left(3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{50}\right) \cdot 3\sqrt{2} = 9\sqrt{16} - 3\sqrt{36} + 15 + 3\sqrt{100} = 36 - 8 + 15 + 30 = 63$	0,5	
c/ $(2 + \sqrt{3})\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{(-3)^2} = (2 + \sqrt{3}) \sqrt{3} - 2 - 3 = 4 - 3 - 3 = -2$	0,5	
d/ $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ $= \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} $ $= 2 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2$	0,5	

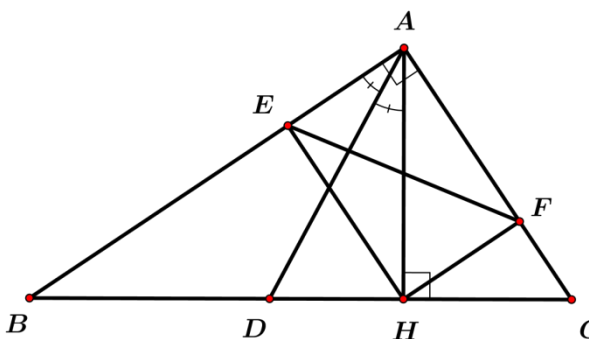
Bài 2 (2,0 điểm) Giải phương trình

a/ $5 - \sqrt{2x+5} = 3$ ĐK: $x \geq \frac{-5}{2}$		
$\Leftrightarrow \sqrt{2x+5} = 2 \Leftrightarrow 2x+5 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$ (tmdk) KL:	0,5	2,0
b/ $\sqrt{4x-8} + \frac{1}{2}\sqrt{16x-32} + \sqrt{9x-18} = 21$ DKXD: $x \geq 2$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-2} + 3\sqrt{x-2} = 21$ $\Leftrightarrow 7\sqrt{x-2} = 21 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 3 \Leftrightarrow x-2 = 9 \Leftrightarrow x = 11$ (t / mdk) KL....	0,5	
c/ $3x + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} + 3x - 1 = 0$ ĐKXD: $x \in R$ $\Leftrightarrow x-3 + 3x - 1 = 0$ (1) + Nếu $x \geq 3$ ta có (1) $\Leftrightarrow x - 3 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$ (khtm loại) + Nếu $x < 3$ ta có (1) $\Leftrightarrow -x + 3 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$ (t / mdk) Vậy nghiệm của PT là $x = -1$	0,5	
d/ $\sqrt{(x-2)(x-3)} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3} + 1$ ĐKXD: $x \geq 3$ $\sqrt{(x-2)(x-3)} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3} + 1$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-2}(\sqrt{x-3} + 1) - (\sqrt{x-3} + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-3} + 1)(\sqrt{x-2} - 1) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 1$ (vì $\sqrt{x-3} + 1 > 0$) $\Leftrightarrow x = 3$ (t / mdk) KL:.....	0,5	

Bài 3: (2,0 điểm)

<p>a. Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ khi $x = 9$ $x \geq 0; x \neq 4$</p>	0,5	0,5
<p>Thay $x = 9$ (t/m đkxđ) vào Q ta được $Q = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1} = 5$ KL:.....</p>		
<p>b. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$</p>		
<p>$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ ĐK $x \geq 0; x \neq 4$</p>	0,25	
<p>$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$</p>	0,25	1,0
<p>$= \frac{x+2\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}-x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$</p>	0,5	
<p>c/ Cho $M = \frac{P}{Q}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $M < \frac{1}{2}$</p>		
<p>$M = P:Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$</p>	0,25	
<p>$M < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2$ (vì $\sqrt{x}+2 > 0$) $\Leftrightarrow x < 4$</p>	0,25	0,5
<p>Kết hợp với đkxđ $\Rightarrow 0 \leq x < 4$ vì x nguyên nên $\Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\}$</p>		

Bài 4 (3,5 điểm)

<p>1/Xét ΔABC vuông tại B, có: $AB = AC$. $\tan C = 50$. $\tan 62^\circ \approx 94(m)$ Vậy khoảng cách AB là 94m</p>		0,5
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Vẽ hình đúng đến câu a: 0,25 điểm</p> </div> </div>		1,25
<p>a/Tính AH, AC</p>		
<p>Tính được $HA = 12$ cm</p>	0,5	
<p>Tính được $AC = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$ cm</p>	0,5	

b/Chứng minh $\triangle ADC$ cân tại C và $\frac{DH}{BD} = \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$		
+ Chứng minh: $\triangle ADC$ cân. $\widehat{CAD} + \widehat{BAD} = 90^\circ; \widehat{ADC} + \widehat{DAH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{ADC}$	0,5	
Chứng minh: $\frac{DH}{BD} = \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$		1,25
Áp dụng tính chất tia phân giác của tam giác BAH, ta có: $\frac{DH}{BD} = \frac{AH}{AB}$	0,25	
Chứng minh: $\triangle AHC \sim \triangle BAC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$	0,25	
Suy ra $\frac{DH}{BD} = \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$	0,25	
c/ Chứng minh: $S_{AEF} = S_{ABC}(1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C$		
Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ACB}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{EF^2}{BC^2} = \frac{AH^2}{BC^2}$ Xét tam giác ABC vuông tại A có $\sin B = \frac{AC}{BC}; \sin C = \frac{AB}{BC}$ $\Rightarrow (1 - \cos^2 B) \sin^2 C = \sin^2 B \cdot \sin^2 C = \frac{AC^2}{BC^2} \cdot \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AH^2 \cdot BC^2}{BC^4} = \frac{AH^2}{BC^2}$ Mà $\frac{S_{AEF}}{S_{ACB}} = \frac{AH^2}{BC^2} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ACB}} = \sin^2 B \cdot \sin^2 C \Rightarrow S_{AEF} = S_{ACB}(1 - \cos^2 B) \sin^2 C$	0,5	0,5

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho 3 số dương a, b, c. Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a\sqrt{ac} + b\sqrt{ba} + c\sqrt{cb}$		
Áp dụng bất đẳng thức cosin cho 3 số dương ta có $\frac{a^3}{b} + \frac{a^3}{b} + b^2 \geq 3\sqrt{\frac{a^3}{b} \cdot \frac{a^3}{b} \cdot b^2} = 3a^2$ Tương tự $\frac{b^3}{c} + \frac{b^3}{c} + c^2 \geq 3b^2; \frac{c^3}{a} + \frac{c^3}{a} + a^2 \geq 3c^2$ $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a^2 + b^2 + c^2$ Để chứng minh được: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca}{2} = \frac{a(a+b) + b(b+c) + c(c+a)}{2}$ (2)		
Lại áp dụng bất đẳng thức cosin ta có $\frac{a(a+b) + b(b+c) + c(c+a)}{2} \geq a\sqrt{ac} + b\sqrt{ba} + c\sqrt{cb}$ (3)		0,5
Từ (1), (2), (3) suy ra điều phải chứng minh		

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$

--	--