

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Tính giá trị của các biểu thức:

a)  $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} - \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ ;

b)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} - \sqrt{(-2)^2 \cdot 5} + \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$

2. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3y - 6 = 0 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

3. Tìm  $a$  để phương trình  $ax + 2y = 5$  nhận cặp số  $(3;1)$  làm nghiệm.

**Câu 2. (2,0 điểm)** Cho hàm số bậc nhất:  $y = (k - 2)x + k^2 - 2k$ ; ( $k$  là tham số)

1. Vẽ đồ thị hàm số khi  $k = 1$ .

2. Tìm  $k$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

**Câu 3. (1,5 điểm)** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a} + 1} - \frac{1}{a + \sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a} - 1}{a + 2\sqrt{a} + 1}$  với  $a > 0$  và  $a \neq 1$

1. Rút gọn  $P$ .

2. Tìm  $a$  để  $P$  có giá trị bằng 2.

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB > AC$ ), có đường cao AH.

1. Cho  $AB = 4\text{cm}$ ;  $AC = 3\text{cm}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH.

2. Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CA. Đường thẳng AH cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai D.

a) Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (C).

b) Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt các tia BA, BD thứ tự tại E, F. Trên cung nhỏ AD của (C) lấy điểm M bất kỳ, qua M kẻ tiếp tuyến với (C) cắt AB, BD lần lượt tại P, Q. Chứng minh:  $2\sqrt{PE \cdot QF} = EF$

**Câu 5. (0,5 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là các số không âm thỏa mãn đồng thời:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3} \quad \text{và} \quad \sqrt{(a+2b)(a+2c)} + \sqrt{(b+2a)(b+2c)} + \sqrt{(c+2a)(c+2b)} = 3.$$

Tính giá trị của biểu thức:  $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2$

----- Hết -----

| Câu  | Đáp án  | Điểm |
|--|---|------|
| Câu 1<br>(3,0đ)  | <b>1. (1,5 điểm)</b>  |      |
|  | <b>a) (0,75 điểm)</b>   |      |
|  | $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} - \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{20 \cdot 5} - \sqrt{\frac{75}{3}}$                         | 0.25 |
|  | $= \sqrt{100} - \sqrt{25}$  | 0.25 |
|  | $= 10 - 5 = 5$  | 0.25 |
|  | <b>b) (0,75 điểm)</b>   |      |
|  | $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} - \sqrt{(-2)^2 \cdot 5} + \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$                             |      |
|  | $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{5} +  \sqrt{5} - 2 $  | 0.25 |
|  | $\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2$   | 0.25 |
|  | $= -2$  | 0.25 |
|  | <b>2. (0,75 điểm)</b>   |      |
|  | $\begin{cases} 3y - 6 = 0 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + 3 \cdot 2 = 1 \end{cases}$ | 0.25 |
|  | $\begin{cases} y = 2 \\ x = -5 \end{cases}$   | 0.25 |
| Kết luận nghiệm (-5; 2)  | 0.25  |      |
| <b>3. (0,75 điểm)</b>  |   |      |
| Phương trình $ax + 2y = 5$ nhận cặp số (3;1) làm nghiệm khi<br>$a \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 5$   | 0.25  |      |
| $3a = 3$ suy ra $a = 1$ . Kết luận: ...  | 0.5   |      |
| Câu 2<br>(2,0đ)  | <b>1. (1,25 điểm)</b>   |      |
|  | Hàm số $y = (k - 2)x + k^2 - 2k$ là hàm số bậc nhất khi<br>$k - 2 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 2$ .                      | 0.25 |
|  | $k = 1$ (thỏa mãn), ta có hàm số $y = -x - 1$   | 0.25 |
|  | Xác định 2 điểm mà đồ thị đi qua  | 0.25 |
|  | Vẽ chính xác đồ thị   | 0.5  |
|  | <b>2. (0,75 điểm)</b>   |      |
| Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2<br>khi đồ thị hàm số đi qua điểm (2;0) $\Leftrightarrow 0 = (k - 2) \cdot 2 + k^2 - 2k$ | 0.25  |      |

|  |  |      |      |
|--|--|------|------|
|  | $0 = 2k - 4 + k^2 - 2k \Leftrightarrow k^2 = 4 \Leftrightarrow k = \pm 2$  | 0.25 |      |
|  | Đổi chiều $k \neq 2$ . Kết luận $k = -2$   | 0.25 |      |
| <b>Câu 3</b><br><b>(1,5đ)</b>  | <b>1. (1,0 điểm)</b>   |      |      |
|  | $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a+2\sqrt{a}+1}$<br>$= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}+1)^2}$ | 0.25 |      |
|  | $= \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{\sqrt{a}-1}$  | 0.5  |      |
|  | $= \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$  | 0.25 |      |
|  | <b>2. (0,5 điểm)</b>   |      |      |
|  | $P = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{a} = \sqrt{a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 1 \Leftrightarrow a = 1$  | 0.25 |      |
|  | Đổi chiều ĐKXD, kết luận không có giá trị của a để $P = 2$   | 0.25 |      |
| <b>Câu 4</b><br><b>(3,0đ)</b>  |  |      | 0.25 |
|  | <b>1. (1,0 điểm)</b>   |      |      |
|  | $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = 5 \text{ cm}$  | 0.5  |      |
|  | $AB \cdot AC = AH \cdot BC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4(\text{cm})$   | 0.5  |      |
|  | <b>2.a) (1,0 điểm)</b>   |      |      |
|  | $\Delta AHC = \Delta DHC(\text{c.h - cv}) \Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{DCH}$   | 0.25 |      |
|  | $\Delta ABC = \Delta DBC(\text{c.g.c}) \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$   | 0.5  |      |
|  | Suy ra $BD \perp CD$ mà D thuộc đường tròn (C) nên BD là tiếp tuyến của (C).   | 0.25 |      |
|  | <b>b) (0,75 điểm)</b>  |      |      |
|  | Chứng minh tam giác BEF cân tại B nên $\widehat{B} + 2\widehat{BEF} = 180^\circ$   | 0.25 |      |
| Tứ giác BACD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{ACD} = 180^\circ$ , |  |      |      |
| CP, CQ là phân giác của góc MCA và góc MCD nên   | 0.25   |      |      |

|                 |   |      |
|-----------------|---|------|
|                 | $\widehat{ACD} = 2\widehat{PCQ} \Rightarrow \widehat{B} + 2\widehat{PCQ} = 180^\circ$ . Nên $\widehat{BEF} = \widehat{PCQ}$ Suy ra tam giác PEC đồng dạng với tam giác PCQ.   |      |
|                 | <p>Chứng minh tương tự tam giác CFQ đồng dạng với tam giác PCQ. Suy ra tam giác PEC đồng dạng với tam giác CFQ nên</p> $\frac{PE}{CF} = \frac{CE}{QF} \Leftrightarrow PE \cdot QF = CE \cdot CF = CE^2 = \frac{EF^2}{4} \Leftrightarrow 2\sqrt{PE \cdot QF} = EF$   | 0.25 |
| Câu 5<br>(0,5đ) | $(\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 \geq 0 \Leftrightarrow b - 2\sqrt{bc} + c \geq 0 \Leftrightarrow b + c \geq 2\sqrt{bc}$ ,<br>dấu "=" khi $b = c$<br>$(a + 2b)(a + 2c) = a^2 + 2a(b+c) + 4bc \geq a^2 + 4a\sqrt{bc} + 4bc = (a + 2\sqrt{bc})^2$<br>Suy ra: $\sqrt{(a + 2b)(a + 2c)} \geq a + 2\sqrt{bc}$ ,<br>Tương tự: $\sqrt{(b + 2c)(b + 2a)} \geq b + 2\sqrt{ac}$ ; $\sqrt{(c + 2a)(c + 2b)} \geq c + 2\sqrt{ab}$<br>dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$<br>Suy ra $A = \sqrt{(a + 2b)(a + 2c)} + \sqrt{(b + 2a)(b + 2c)} + \sqrt{(c + 2a)(c + 2b)}$<br>$\geq a + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ac}$ Hay $A \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$ | 0.25 |
|                 | <p>Suy ra <math>A = 3</math> khi: <math>\begin{cases} a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}</math></p> $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2 = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 4\sqrt{a})^2 = (\sqrt{a})^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$  | 0.25 |