

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho: $A = 1 - \left(\frac{2}{1+2\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{4x-1} - \frac{1}{1-2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{4x+4\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}; x \neq 1$).

1. Chứng minh $A = \frac{-2}{2\sqrt{x}-1}$.

2. Tìm tất cả các số nguyên x để A đạt giá trị nguyên.

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a+b+c=0$ và $abc \neq 0$. Khai phương biểu thức sau $\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$.

2. Giải phương trình $\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x^2-4} = 0$.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Chứng minh: $(a+b+c)(ab+bc+ca) - abc = (a+b)(b+c)(c+a)$, với a, b, c là các số thực bất kì.

2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$8(a+b+c)(ab+bc+ca) \leq 9(a+b)(b+c)(c+a).$$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm N ; đường thẳng CN cắt DA tại E ; đường thẳng vuông góc với CE tại C cắt AB tại F . Gọi M là trung điểm EF .

1. Chứng minh CM vuông góc với EF .

2. Chứng minh ba điểm B, D, M thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của điểm N trên cạnh AB để diện tích của tứ giác $AEFC$ gấp ba lần diện tích của hình vuông $ABCD$.

Bài 5. (2,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^3 + 3y^3 + 9z^3 = 12xyz$.

-----HẾT-----