

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Bài 1. (5,0 điểm)**

a) Tính giá trị các biểu thức :  $A = \frac{(5 + 2\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

b) Cho 3 số thực  $a, b, c$  khác 0 thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Chứng minh:

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$$

c) Cho biểu thức  $M = \left( \frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2}$ . Tìm các giá trị của  $x$  để  $M < 4$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 5 thì  $a^{2020} - 1$  chia hết cho 240

b) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $A = x(x-1)(x-7)(x-8)$  là một số chính phương.

**Bài 3. (3,0 điểm)** Giải các phương trình sau :

a)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{7x+1} = \sqrt{14x-6}$

b)  $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$

**Bài 4. (2,0 điểm)**

a) Cho  $x, y$  là các số không âm thỏa mãn:  $x + y = 4$ . Chứng minh rằng:

$$x^2 y^2 (x^2 + y^2) \leq 128.$$

b) Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức:  $A = \frac{a}{2a^2 + b^2 + 3} + \frac{b}{2b^2 + c^2 + 3} + \frac{c}{2c^2 + a^2 + 3}$

**Bài 5. (7,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  nhọn, có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $I, K, M, N$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $D$  trên các đường thẳng  $BE, CF, AB, AC$

a) Chứng minh :  $HI \cdot HB = HK \cdot HC$

b) Chứng minh :  $IK \parallel EF$  và 4 điểm  $I, K, M, N$  thẳng hàng.

c) Trong các tam giác  $AEF, BDF, CDE$  có ít nhất một tam giác có diện tích nhỏ hơn

hoặc bằng  $\frac{1}{4}$  diện tích tam giác  $ABC$

**Bài 6. (1,0 điểm)** Cho 69 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 100. Chứng minh rằng có thể chọn ra từ 69 số đó 4 số sao cho trong chúng có 1 số bằng tổng của 3 số còn lại

.....HẾT.....