

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÙ NINH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 8 NĂM HỌC 2016-2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể giao đề

Đề thi có 03 trang

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (8,0 điểm) Chọn đáp án đúng và ghi vào giấy thi (V.dụ: 1 - A)

Câu 1. Phân tích đa thức thành nhân tử:  $x^2 + 2xy + 6y - 9$ , ta được:

A.  $(x + 2)(x + 3y - 2)$  B.  $(x + 3)(x + 2y - 3)$

C.  $(x + 3)(x + 3y - 2)$  D.  $(x + 2)(x + 2y - 2)$

Câu 2. Phân tích đa thức:  $3x^2 - 8x + 4$  thành các nhân tử là:

A.  $(x - 2)(3x - 2)$  B.  $(x + 2)(3x - 2)$

C.  $(x - 3)(2x - 3)$  D.  $(x + 3)(2x + 3)$

Câu 3. Giải phương trình:  $x^3 - x^2 - 12x = 0$  được các nghiệm là:

A.  $x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = 0$  B.  $x_1 = 3; x_2 = -4; x_3 = 0$

C.  $x_1 = 4; x_2 = -3; x_3 = 0$  D. Kết quả khác

Câu 4. Điều kiện xác định của biểu thức:  $A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x}\right) : \left(\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}\right)$  là:

A.  $x \neq -2; x \neq 0; x \neq 2$  B.  $x \neq 0; x \neq 2; x \neq 3$

C.  $x \neq -2; x \neq 0$  D.  $x \neq 2; x \neq 3$

Câu 5. Điều kiện để biến đổi tương đương khi giải phương trình

$$\frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} - \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 0 \text{ là:}$$

A.  $x \neq 1$  và  $x \neq \frac{2}{3}$  B.  $x \neq 2$  và  $x \neq \frac{2}{3}$

C.  $x \neq 1$  và  $x \neq 2$  D.  $x \neq -2$  và  $x \neq -\frac{2}{3}$

Câu 6. Cho biểu thức  $\left(\frac{1-x^3}{1-x} - x\right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$  với  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ . Sau khi rút gọn, được:

A.  $(1-x)^2(1+x)$  B.  $(1+x^2)(1-x)$

C.  $(1+x)^2(1+x^2)$  D.  $(1-x^2)(1+x^2)$

Câu 7. Một tam giác cân có chiều cao ứng với cạnh đáy bằng 10 cm, chiều cao ứng với cạnh bên bằng 12 cm. Tam giác cân đó có diện tích là:

A. 60 cm<sup>2</sup> B. 120 cm<sup>2</sup>

C. 75 cm<sup>2</sup> D. 57 cm<sup>2</sup>

**Câu 8.** Cho  $\Delta ABC$  có độ dài ba cạnh :  $AB = 20$  cm,  $AC = 34$  cm,  $BC = 42$  cm. Diện tích của tam giác đó là:

- A.  $630$  cm<sup>2</sup>                                  B.  $633$  cm<sup>2</sup>  
 C.  $363$  cm<sup>2</sup>                                  D.  $336$  cm<sup>2</sup>

**Câu 9.** Cho  $\Delta ABC$  có  $\hat{B} = 2\hat{C}$ ,  $AB = 8$  cm,  $BC = 10$  cm. Tính AC

- A.  $12$  cm    B.  $21$  cm  
 C.  $13$  cm    D.  $31$  cm

**Câu 10.** Giá trị nhỏ nhất của  $M = 2x^2 - 8x + 1$  là:

- A.  $M_{\min} = -6 \Leftrightarrow x = 1$                                   B.  $M_{\min} = -7 \Leftrightarrow x = 2$   
 C.  $M_{\min} = -8 \Leftrightarrow x = 3$                                   D.  $M_{\min} = -9 \Leftrightarrow x = 4$

**Câu 11.** Tỉ số các cạnh bé nhất của hai tam giác đồng dạng bằng  $2/5$ . Tính chu vi P và P' của hai tam giác đó biết  $P' - P = 18$  cm

- A.  $P' = 48$ cm;  $P = 30$  cm                                  B.  $P' = \frac{162}{7}$  cm;  $P = \frac{36}{7}$  cm  
 C.  $P' = 30$ cm;  $P = 12$ cm                                  D.  $P' = 21$ cm;  $P = 3$ cm

**Câu 12.** Rút gọn biểu thức  $(x + y)^2 + (x - y)^2 - 2x^2$  ta được kết quả là

- A.  $2y$     B.  $2y^2$     C.  $-2y^2$     D.  $4x + 2y^2$

**Câu 13.** Phương trình  $m(x - 1) = 5 - (m - 1)x$  vô nghiệm nếu :

- A.  $m = \frac{1}{4}$                                   B.  $m = \frac{1}{2}$     C.  $m = \frac{3}{4}$     D.  $m = 1$

**Câu 14.** Giá trị nhỏ nhất của đa thức  $A = 4x^2 + 4x + 11$  là

- A.  $-10$  khi  $x = -1/2$     B.  $-11$  khi  $x = -1/2$     C.  $9$  khi  $x = -1/2$     D.  $10$  khi  $x = -1/2$

**Câu 15.** Bất phương trình  $x^2 + 2x + 3 > 0$  có tập nghiệm là :

- A. Mọi  $x \in \mathbb{R}$                                   B.  $x \in \emptyset$     C.  $x > -2$     D.  $x \geq -2$

**Câu 16.** Phương trình  $|2x + 5| - 3 = x$  có nghiệm là :

- A.  $\{-2; \frac{13}{3}\}$                                   B.  $\{-2; -\frac{157}{3}\}$     C.  $\{-2; \frac{8}{3}\}$     D.  $\{-2; -\frac{8}{3}\}$

**II. PHẦN TỰ LUẬN: (12,0 điểm)**

**Câu 1.** (2,0 điểm) Cho  $n$  là số nguyên không chia hết cho 3. Chứng minh rằng

$$P = 3^{2n} + 3^n + 1 \text{ chia hết cho } 13.$$

**Câu 2.** (3,0 điểm)

a) Biết  $a - 2b = 5$  tính giá trị biểu thức  $B = \frac{3a - 2b}{2a + 5} + \frac{3b - a}{b - 5}$ .

b) Cho  $x, y, z$  là các số khác không. Chứng minh rằng:

$$\text{Nếu } x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \text{ thì } \frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3} = xyz.$$

**Câu 3.** (3,5 điểm)

a) Giải phương trình nghiệm nguyên :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{2xy} = \frac{1}{2}$

b) Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $x + y \geq 10$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau :  $P = 2x + y + \frac{30}{x} + \frac{5}{y}$

**Câu 4:** (3,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD, M là một điểm nằm giữa B và C. Kẻ AN vuông góc với AM, AP vuông góc với MN (N và P thuộc đường thẳng CD).

1. Chứng minh tam giác AMN vuông cân và  $AN^2 = NC \cdot NP$

2. Tính tỉ số chu vi tam giác CMP và chu vi hình vuông ABCD.

3. Gọi Q là giao điểm của tia AM và tia DC. Chứng minh tổng  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$  không đổi khi điểm M thay đổi trên cạnh BC.

----- Hết -----

**HƯỚNG DẪN**  
**CHẤM BÀI THI CHỌN HSNK LỚP 8 NĂM HỌC 2016-2017**  
**Môn: Toán**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:**

Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm. Riêng câu 4 nếu chỉ đúng 1 đáp án thì không cho điểm.

<b>Câu</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Đáp án đúng</b>	B	A	C	C, D	A	B	C	D
<b>Câu</b>	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>Đáp án đúng</b>	A	D	C	B	B	D	A	D

**II. PHẦN TỰ LUẬN:**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

<p>Theo giả thiết vì n không chia hết cho 3 nên có dạng <math>n = 3k + 1</math> và <math>n = 3k + 2</math>.</p> <p>+ Nếu <math>n = 3k + 1</math> thì</p> $P = 3^{2(3k+1)} + 3^{(3k+1)} + 1 = (3^{3k+1})^2 + 3^{3k+1} + 1 = 9 \cdot 27^{2k} + 3 \cdot 27^k + 1$ <p>Vì 27 chia cho 13 dư 1 nên <math>27^k</math> và <math>27^{2k}</math> chia cho 13 dư 1 hay <math>9 \cdot 27^{2k}</math> và <math>3 \cdot 27^k</math> chia cho 13 thì dư 9 và 3. Khi đó P chia cho 13 sẽ có số dư là 13.</p> <p>Vậy <math>P = 3^{2(3k+1)} + 3^{(3k+1)} + 1</math> chia hết cho 13</p>	0,5
<p>+ Nếu <math>n = 3k + 2</math> chứng minh tương tự <math>P = 3^{2(3k+1)} + 3^{(3k+1)} + 1</math> chia hết cho 13</p>	0,5

**Câu 2. (3,0 điểm)**

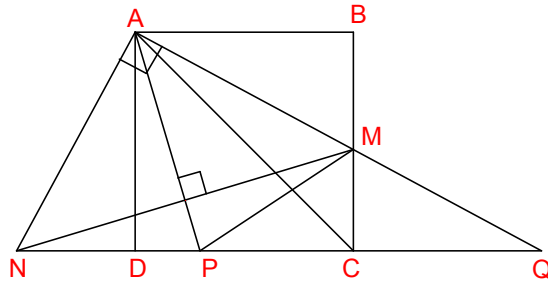
<p>a) Biết <math>a - 2b = 5</math> tính giá trị biểu thức</p> $B = \frac{3a - 2b}{2a + 5} + \frac{3b - a}{b - 5}$ $= \frac{2a + (a - 2b)}{2a + 5} + \frac{b - (a - 2b)}{b - 5}$ $= \frac{2a + 5}{2a + 5} + \frac{b - 5}{b - 5} = 1 + 1 = 2$	0,5
<p>b) Cho x, y, z là các số khác không. Chứng minh rằng:</p> <p>Nếu <math>x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0</math> thì <math>\frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3} = xyz</math>.</p> <p>Ta có <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx = 0</math></p> <p>Khi đó chứng minh được:</p> <p><math>x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3 = 3x^2y^2z^2</math> mà <math>x + y + z = 0</math> suy ra <math>x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz</math></p> <p>từ đó</p> $\frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{(x^3 + y^3 + z^3)^2 - 2(x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3)}{x^3 + y^3 + z^3}$ $= \frac{(3xyz)^2 - 2 \cdot 3x^2y^2z^2}{3xyz} = \frac{9x^2y^2z^2 - 6x^2y^2z^2}{3xyz} = xyz$	0,5
	0,5
	0,5

	0,5
--	-----

**Câu 3.** (3,5 điểm) Giải phương trình

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{2xy} = \frac{1}{2}$ ĐKXD : $x \neq 0, y \neq 0$	0.25																									
$\Rightarrow 2y + 2x + 1 = xy$	0.25																									
$\Leftrightarrow xy - 2x - 2y - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x(y - 2) - (2y - 4) - 5 = 0$ $\Leftrightarrow (y - 2)(x - 2) = 5$	0.25																									
Vì $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - 2, y - 2 \in \mathbb{Z}$ . Do đó ta có bảng giá trị :	0.5																									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x - 2</math></td> <td>1</td> <td>5</td> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td><math>y - 2</math></td> <td>5</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Thử lại</td> <td>chọn</td> <td>chọn</td> <td>chọn</td> <td>chọn</td> </tr> </table>	$x - 2$	1	5	-1	-5	$y - 2$	5	1	-5	-1	$x$	3	7	1	-3	$y$	7	3	-3	1	Thử lại	chọn	chọn	chọn	chọn	0.5
$x - 2$	1	5	-1	-5																						
$y - 2$	5	1	-5	-1																						
$x$	3	7	1	-3																						
$y$	7	3	-3	1																						
Thử lại	chọn	chọn	chọn	chọn																						
Vậy phương trình có 4 nghiệm nguyên $(3 ; 7), (7 ; 3), (1 ; -3), (-3 ; 1)$	0.25																									
b) $P = 2x + y + \frac{30}{x} + \frac{5}{y}$ $= \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{y}{5} + \frac{30}{x} + \frac{5}{y}$ $= \frac{4}{5}(x+y) + (\frac{6}{5}x + \frac{30}{x}) + (\frac{y}{5} + \frac{5}{y})$	0.5																									
Vì $x, y > 0$ nên áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương $\frac{6}{5}x$ và $\frac{30}{x}$ , $\frac{y}{5}$ và $\frac{5}{y}$ ta có : $\frac{6}{5}x + \frac{30}{x} \geq 2\sqrt{\frac{6}{5}x \cdot \frac{30}{x}} = 12$ (1) $\frac{y}{5} + \frac{5}{y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{5} \cdot \frac{5}{y}} = 2$ (2)	0.5																									
Từ (1), (2) và từ giả thiết $x + y \geq 10 \Rightarrow P \geq 8 + 12 + 2 = 22$	0.25																									
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x, y > 0 \\ \frac{6}{5}x = \frac{30}{x} \\ \frac{y}{5} = \frac{5}{y} \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$	0.5																									
Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 22 $\Leftrightarrow x = y = 5$	0.25																									

**Câu 4:** (3,5 điểm)



1. *) Chứng minh tam giác AMN vuông cân	
- Chứng minh $\widehat{DAN} = \widehat{BAM}$	0.25
- Chứng minh $\triangle ADN = \triangle ABM$ (g.c.g) $\Rightarrow AN = AM$ (hai cạnh tương ứng)	0.25
- Tam giác AMN có $AM = AN$ (chứng minh trên) và $\widehat{MAN} = 90^\circ$ (giả thiết) $\Rightarrow$ Tam giác AMN vuông cân tại A.	0.25
*) Chứng minh $AN^2 = NC \cdot NP$	
- Tam giác AMN cân tại A (chứng minh trên) và $AP \perp MN$ (giả thiết) $\Rightarrow AP$ là tia phân giác của $\widehat{MAN} \Rightarrow \widehat{NAP} = \widehat{MAP} = \frac{1}{2}\widehat{MAN} = 45^\circ$	0.25
- Vì ABCD là hình vuông (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{ACD} = 45^\circ$ hay $\widehat{ACN} = 45^\circ$	0.25
- Chứng minh $\triangle ACN \sim \triangle PAN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AN}{PN} = \frac{CN}{AN} \Rightarrow AN^2 = NP \cdot NC$	0.25
2. - Chứng minh $PM = PN$	0.25
- Chu vi tam giác CMP là : $CM + MP + CP$ $= CM + PN + CP$ (vì $MP = NP$ ) $= CM + PD + DN + CP$ $= (CP + PD) + (BM + CM)$ ( $BM = DN$ vì $\triangle ADN = \triangle ABM$ ) $= CD + CB = 2BC$	0.25
- Chu vi hình vuông ABCD bằng $4BC$ $\Rightarrow$ Tỉ số chu vi tam giác CMP và chu vi hình vuông ABCD là : $\frac{2BC}{4BC} = \frac{1}{2}$	0.25
3. - Tam giác ANQ vuông tại A, có đường cao AD $\Rightarrow AN \cdot AQ = AD \cdot NQ$ ( $= 2S_{ABC}$ ) $\Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{NQ}{AN \cdot AQ} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{NQ^2}{AN^2 \cdot AQ^2}$	0.5
Mà $NQ^2 = AN^2 + AQ^2$ (ĐL Py-ta-go trong tam giác vuông ANQ) $\Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{AN^2 + AQ^2}{AN^2 \cdot AQ^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$ (vì $AM = AN$ )	0.25
Do hình vuông ABCD cho trước nên độ dài cạnh AD không đổi $\Rightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AD^2}$ không đổi khi M thay đổi trên cạnh BC.	0.25

-----