PHÒNG GD&ĐT TÂN KỲ

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9, CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN THI: TOÁN HỌC
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (4.0 điểm)

a) Tính: $A=\frac{2}{7+4\sqrt{3}}+\frac{2}{7-4\sqrt{3}}$

b) Cho hai biểu thức: $B=\frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$; $C=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+9}{x-9}\right).\left(\frac{\sqrt{x}-2}{3}+1\right)$

Rút gọn biểu thức C và Gọi M = B.C, so sánh M với $\sqrt{M}$.

Bài 2: (6.0 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì n^3+11n chia hết cho 6.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2+6x+9}=5$

c) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn:

$$x^2-y^2=4x+3$$

Bài 3: (2.0 điểm)

Cho ba số thực dương $x; y; z$ thỏa mãn $x+y+z=3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{y^3+xy}+\frac{y}{z^3+yz}+\frac{z}{x^3+zx}\geq\frac{3}{2}$$

Bài 4: (6.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H\in BC)$. Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt AC tại D.

a) Chứng minh rằng: $AH^2=HB.HC$ và $BH.BC=AD.AC$.

b) Chứng minh: $\frac{S_{\Delta ABH}}{S_{\Delta BDA}}=\frac{HC}{BC}$

c) Cho góc nhọn α và $\sin\alpha=\frac{2}{3}$. Tính $P=2\sin^2\alpha+\cos\alpha+\frac{1}{2\tan\alpha}$.

Bài 5: (2.0 điểm)

Cho 7 điểm phân biệt nằm bên trong hình vuông ABCD có cạnh bằng 10. Chứng minh rằng có ít nhất một điểm trong hình vuông đã cho (có thể nằm trên cạnh của hình vuông) sao cho khoảng cách từ nó đến 7 điểm đã cho đều lớn hơn 2,5.

……Hết……

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....