

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 150 phút,
không kể thời gian giao đề

Câu 1. (3,0 điểm)

a) $(-8)^2 : \{25 - 18 : [(5^2 + 2^3) : 11 - 2023^0]\}$

b) $\frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023}$

c) $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right)^3 : \frac{2013}{2014}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

b) Tính giá trị của đa thức $M = 5x^4 + 9x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2$ với $x^2 + y^2 = 5$

c) Tìm x biết: $\frac{x-3}{5} = \frac{20}{x-3}$

Câu 3. (5,0 điểm)

a) Tìm x; y biết $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| \leq 0$

b) Ông A chia một khu đất thành 3 mảnh hình chữ nhật có diện tích bằng nhau cho ba người con trai. Biết rằng chiều rộng của các mảnh đất lần lượt là 6m, 8m, 10m. Tổng chiều dài các mảnh đất là 47m. Tính diện tích khu đất đó.

c) Tìm x, y nguyên biết: $xy - 3x + 2y = -7$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho ΔABC cân tại A, trên BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M và N

a) Chứng minh rằng: $DM = EN$

b) Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN

c) Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua 1 điểm cố định khi D thay đổi trên BC.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thỏa mãn: $a + b + c = 0$.

Chứng minh rằng: $2022ab + 2023bc + 4045ca \leq 0$

--- Hết ---

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

UBND THỊ XÃ HOÀNG MAI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI OLYMPIC
Năm học 2022-2023

(Đáp án gồm 04 trang)

Môn: Toán 7

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm)		
1.1	$\begin{aligned} & (-8)^2 : \{25 - 18 : [(5^2 + 2^2) : 11 - 2018^0]\} \\ & = 64 : \{25 - 18 : [33 : 11 - 1]\} \\ & = 64 : \{25 - 18 : 2\} \\ & = 64 : 16 = 4. \end{aligned}$	0.5 0.5
1.2.	$\begin{aligned} & \frac{1}{(1+3) \cdot 3} + \frac{1}{(1+4) \cdot 4} + \frac{1}{(1+5) \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(1+2023) \cdot 2023} \\ & = \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{2}{2023 \cdot 2024} = 2 \left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2023 \cdot 2024} \right) = \\ & 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2024} \right) = \frac{2021}{3036} \end{aligned}$	0.5 0.5
1.3.	$\begin{aligned} A & = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right)^3 : \frac{2013}{2014} \\ & = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right)^3 : \frac{2013}{2014} \\ & = \left[\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{7 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right]^3 : \frac{2013}{2014} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right)^3 : \frac{2013}{2014} = 0 \end{aligned}$	0.5 0.5
Câu 2 (4,0 điểm)		
2.1	$\begin{aligned} \frac{3x - 2y}{4} & = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2} \\ & = \frac{12x - 8y}{16} = \frac{6z - 12x}{9} = \frac{8y - 6z}{4} \end{aligned}$	

	$= \frac{12x - 8y + 6z - 12x + 8y - 6z}{16 + 9 + 4} = 0$ <p>Suy ra $3x - 2y = 0$; $2z - 4x = 0$; $4y - 3z = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x = 2y \\ 2z = 4x \\ 4y = 3z \end{cases}$</p> $\rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{x}{2} = \frac{z}{4}; \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$	0.5 0.5 0.5
2.2.	$M = 5x^4 + 9x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2$ $= 5x^4 + 5x^2y^2 + 4x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2$ $= 5x^2(x^2 + y^2) + 4y^2(x^2 + y^2) + 5y^2 = 5 \cdot x^2 \cdot 5 + 4y^2 \cdot 5 + 5y^2$ $= 25x^2 + 25y^2 = 25(x^2 + y^2)$ $= 25 \cdot 5 = 125$	0.5 0.5 0.5
2.3	<p>Ta có: $\frac{x - 3}{5} = \frac{20}{x - 3}$</p> $\rightarrow (x - 3)^2 = 100$ $\rightarrow x - 3 = 10 \text{ hoặc } x - 3 = -10$ $\rightarrow x = 13 \text{ hoặc } x = -7$	0.5 0.5
Câu 3 (4,0 điểm)		
3.1.	$(2x - 6)^{2024} \geq 0 \forall x; 3y - 6 \geq 0 \forall y$ <p>mà $(2x - 6)^{2024} + 3y - 9 \leq 0$</p> <p>nên $2x - 6 = 0$ và $3y - 6 = 0$</p> <p>suy ra $x = 3$ và $y = 3$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
3.2.	<p>Gọi chiều dài của 3 mảnh đất lần lượt là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$; $x, y, z < 47$) (m)</p> <p>Không mất tính tổng quát ta giả sử: $x < y < z$.</p> <p>Vì các hình chữ nhật có diện tích bằng nhau, do đó chiều dài và chiều rộng của mỗi hình chữ nhật tương ứng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, nên ta có:</p> $10 \cdot x = 8 \cdot y = 6 \cdot z$ $\Rightarrow \frac{10x}{120} = \frac{8y}{120} = \frac{6z}{120} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{20}$ <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{20} = \frac{x + y + z}{12 + 15 + 20}$ <p>Mà $x + y + z = 47 \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{20} = \frac{47}{47} = 1$</p> $\Rightarrow x = 12; y = 15; z = 20$ <p>Vậy ta có các mảnh đất hình chữ nhật với kích thước như sau</p> <p>Rộng 6m, dài 20m; rộng 8m, dài 15m; rộng 10m, dài 12m</p> <p>Các mảnh đất này có diện tích bằng nhau và bằng $6 \cdot 12 = 72$ (m²)</p>	0.5 0.5 0.5

	\Rightarrow Diện tích khu đất là $72.3 = 216 \text{ (m}^2\text{)}$	0.5																				
	<p>Ta có: $xy - 3x + 2y = -7$ $\rightarrow x(y - 3) + 2(y - 3) = -13$ $\rightarrow (y - 3)(x + 2) = -13$</p> <p>Do x, y là các số nguyên nên $y-3; x+2$ cũng là các số nguyên</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>$x+2$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>-13</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>$y-3$</td> <td>13</td> <td>-13</td> <td>1</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>-15</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>16</td> <td>-10</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $(-3; 16), (-1; -10), (-15; 4), (11; 2)$</p>	$x+2$	-1	1	-13	13	$y-3$	13	-13	1	-1	x	-3	-1	-15	11	y	16	-10	4	2	
$x+2$	-1	1	-13	13																		
$y-3$	13	-13	1	-1																		
x	-3	-1	-15	11																		
y	16	-10	4	2																		
Câu 4 (4,0 điểm)																						
4.1.	<p>a) Ta có $\widehat{MBD} = \widehat{ACB}; \widehat{ACB} = \widehat{NCE}$ Nên $\widehat{MBD} = \widehat{NCE}$ Xét hai tam giác MBD và tam giác NCE ta có : $BD=CE; \widehat{MBD} = \widehat{NCE}; \widehat{BDM} = \widehat{NEC}$ Suy ra: $\triangle MDB = \triangle NEC (g.c.g) \Rightarrow DM = EN$ (cặp cạnh tương ứng)</p>	0.5 1.0 0.5																				
4.2.	<p>b) $\triangle MDI$ vuông tại D: $\widehat{DMI} + \widehat{MID} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) $\triangle NEI$ vuông tại E: $\widehat{ENI} + \widehat{NIE} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) Mà $\widehat{MID} = \widehat{NIE}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{DMI} = \widehat{ENI}$ $\Rightarrow \triangle MDI = \triangle NEI (g.c.g) \Rightarrow IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng)</p>	0.5 0.5 1.0																				

	Vậy BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN	
	Ta có: $\triangle MDB = \triangle NEC$ ($g.c.g$) $\Rightarrow MB = NC$ (cặp cạnh tương ứng) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC . $\triangle AHB = \triangle AHC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{HAC}$ (cặp góc tương ứng)	0.5
	Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I	0.5
4.3.	$\triangle OAB = \triangle OAC$ ($c.g.c$) $\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OCA}$ (cặp góc tương ứng) (1) $\Rightarrow OC = OB$ (cặp cạnh tương ứng) $\triangle OIM = \triangle OIN$ ($c.g.c$) $\Rightarrow OM = ON$ (cặp cạnh tương ứng)	0.5
	$\triangle OBM = \triangle OCN$ ($c.c.c$) $\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OCN}$ (cặp góc tương ứng) (2)	
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ$, do đó $OC \perp AC$ Mà AC cố định đường thẳng OC cố định Mặt khác đường thẳng AH cố định Vậy điểm O cố định	0.5
Câu 5 (2,0 điểm)		
	Từ $a + b + c = 0$ ta có: $b + c = -a$; $a + b = -c$ Do đó $2022ab + 2023bc + 4045ca$ $= 2022ab + 2022ca + 2023bc + 2023ca$ $= 2022a(b + c) + 2023c(b + a)$ $= 2022a(-a) + 2023c(-c)$ $= -2022a^2 - 2023c^2 \leq 0$	0.5 0.5 1.0

---Hết---