

Câu 1 (2,0 điểm):

1) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-11}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} - 1$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

2) Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + (m-1)^3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 = x_2^2$.

Câu 2 (2,0 điểm):

1) Giải phương trình $x^2 + \sqrt[3]{x^4 - x^2} = 2x + 1$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3y^2 + 4xy + 45 = 12(x + 2y) \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương k và a là số nguyên tố lớn hơn 5 thì $a^{4k} - 1$ luôn chia hết cho 240.

2) Xét các số dương thay đổi a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{8(a^2 + b^2 + c^2)}{ab + bc + ca} + \frac{27(a+b)(b+c)(c+a)}{(a+b+c)^3}$$

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , đường cao AH . Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại T . Gọi D là giao điểm thứ hai của đường thẳng AT và đường tròn (O) ; M là trung điểm của BC .

1) Chứng minh ba điểm O, M, T thẳng hàng và $\widehat{BAH} = \widehat{OCA}$.

2) Gọi K là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng AT . Chứng minh $\triangle BKD$ đồng dạng với tam giác $\triangle BAC$ và $AB \cdot AC = 2AK \cdot AM$.

3) Gọi P là hình chiếu vuông góc của O lên AM . Chứng minh tứ giác $HKPM$ là hình thang cân.

Câu 5 (1,0 điểm):

Xét một nhóm gồm 21 người. Hai người A và B trong nhóm gọi là “có mối quen biết nhau” nếu A quen với B , hoặc có n người $C_1, C_2, \dots, C_n$ (n nguyên dương) sao cho A và C_1 quen nhau, C_1 và C_2 quen nhau, ..., C_n và B quen nhau. Biết rằng với 6 người tùy ý trong nhóm đó luôn có hai người “có mối quen biết nhau”. Chứng minh rằng trong nhóm này luôn tồn tại một nhóm 5 người đôi một “có mối quen biết nhau”.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Chữ ký giám thị số 1:.....