SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI
Đề chính thức

THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC : 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1*(1,75 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-5y=7 \\ 2x+4y=1 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $x^4-12x^2+16=0$

3) Giải phương trình: $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)(x-2)}=\frac{3}{2x}$

Câu 2*(2 điểm)*

1) Vẽ đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{4}$

2) Tìm các tham số m để hai đường thẳng y = 2x và y = (m^2 + m) x +1 cắt nhau.

3) Tìm số thực a để biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}}+\sqrt{6-2a}$ xác định.

Câu 3 (1,75 *điểm)*

1) Một hình cầu có thể tích bằng 288π (cm^3). Tính diện tích mặt cầu.

2) Một nhóm học sinh được giao xếp 270 quyển sách vào tủ ở thư viện trong một thời gian nhất định. Khi bắt đầu làm việc nhóm được bổ sung thêm học sinh nên mỗi giờ nhóm sắp xếp nhiều hơn dự định 20 quyển sách, vì vậy không những hoàn thành trước dự định 1 giờ mà còn vượt mức được giao 10 quyển sách. Hỏi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định xếp là bao nhiêu.

3) Cho phương trình $x^2-2x-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $\left|(x_1)^3\right|, \left|(x_2)^3\right|$.

Câu 4 *(1,25 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức $S=\left(\frac{a\sqrt{a}-8}{a+2\sqrt{a}+4}\right).\left(\frac{a+5\sqrt{a}+6}{a-4}\right)$ (với $a\ge 0; a\ne 4$)

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3=y^2+18 \\ y^3=x^2+18 \end{cases}$

Câu 5 *(2,75 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại trực tâm H, AB<AC. Vẽ đường kính AD của (O). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AH với (O), K khác A. Gọi L, P lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng BC và È, AC và KD.

1.Chứng minh tứ giác EHKP nội tiếp đường tròn và tâm I của đường tròn này thuộc đường thẳng BC.

2.Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Chứng minh AH = 2OM.

3. Gọi T là giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK, T khác K. Chứng minh rằng ba điểm L, K, T thẳng hàng.

Câu 6 *(0,5 điểm).* Cho ba số thực a, b, c dương thỏa mãn abc = 1.

Chứng minh rằng: $\left(a^2+b^2+c^2\right)^3\ge 9(a+b+c)$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT - TỈNH ĐỒNG NAI
NĂM HỌC : 2020 – 2021

Câu 1*(1,75 điểm)*

1) *Giải hệ phương trình:* $\begin{cases}3x-5y=7\\2x+4y=1\end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases}3x-5y=7\\2x+4y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12x-20y=28\\10x+20y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}22x=33\\2x+4y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\2.\dfrac{3}{2}+4y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$$

2) *Giải phương trình:* $x^4-12x^2+16=0$ *(1)*

Giải: Đặt $x^2=t$ ($t\ge 0$)

Phương trình (1) trở thành: $t^2-12t+16=0$ (2)

$\Delta'=b'^2-ac=(-6)^2-16=20$, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt:

$t_1=6+\sqrt{20}=6+2\sqrt{5}$ (tm); $t_2=6-\sqrt{20}=6-2\sqrt{5}$ (tm)

Với $t_1=6+2\sqrt{5}\Leftrightarrow x^2=6+2\sqrt{5}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\pm\left(\sqrt{5}+1\right)$

Với $t_2=6-2\sqrt{5}\Leftrightarrow x^2=6-2\sqrt{5}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\pm\left(\sqrt{5}-1\right)$

Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm: $\pm\left(\sqrt{5}+1\right)$; $\pm\left(\sqrt{5}-1\right)$

3) Giải phương trình: $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{3}{2x}$

Giải: ĐKXĐ: $x\ne 1; x\ne 2; x\ne 0$

$\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{3}{2x}$

$\Leftrightarrow\dfrac{2x(x-2)+2x}{2x(x-1)(x-2)}=\dfrac{3.(x-1)(x-2)}{2x(x-1)(x-2)}$

$\Rightarrow 2x^2-4x+2x=3(x^2-3x+2)$

$\Leftrightarrow 2x^2-2x=3x^2-9x+6$

$\Leftrightarrow x^2-7x+6=0$

Do a + b +c = 1 + (-7) + 6 = 0 nên phương trình có nhiệm:

$x_1=1$ (không thỏa ĐK), $x_2=6$ (thỏa ĐK)

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = 6.

Câu 2*(2 điểm)*

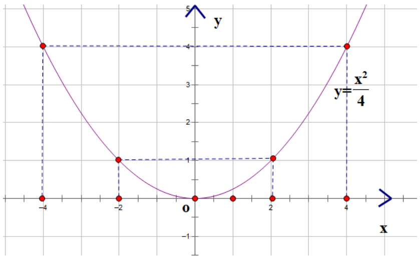
1) Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{4}$

Giải: Hàm số xác định với mọi $x\in R$

Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y=\dfrac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số là một Parabol đi qua gốc tọa độ O, nhân Oy làm trục đối xứng, bề lõm quay lên trên, O là điểm thấp nhất.



2) Tìm các tham số m để hai đường thẳng y = 2x và y = (m^2 + m) x +1 cắt nhau.

Giải: Hai đường thẳng cắt nhau khi :

$a \neq a' \Leftrightarrow 2 \neq m^2 + m$

$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 \neq 0$

$\Leftrightarrow m \neq 1; m \neq -2$

Để hai đường thẳng cắt nhau thì $m \neq 1$ và $m \neq -2$

3) Tìm số thực a để biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a}$ xác định.

Giải: ĐKXĐ: $\begin{cases} a-2>0 \\ 6-2a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>2 \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < a \leq 3$

Vậy với $2 < a \leq 3$ thì biểu thức xác định.

Câu 3 (1,75 *điểm*)

1) Một hình cầu có thể tích bằng 288π (cm^3). Tính diện tích mặt cầu.

Giải: Gọi R là bán kính hình cầu.

Ta có: $\frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Leftrightarrow R^3 = 216 \Leftrightarrow R = 6(cm)$

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.6^2 = 144\pi(cm^2)$

2) *Một nhóm học sinh được giao xếp 270 quyển sách vào tủ ở thư viện trong một thời gian nhất định. Khi bắt đầu làm việc nhóm được bổ sung thêm học sinh nên mỗi giờ nhóm sắp xếp nhiều hơn dự định 20 quyển sách, vì vậy không những hoàn thành trước dự định 1 giờ mà còn vượt mức được giao 10 quyển sách. Hỏi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định xếp là bao nhiêu.*

Giải: Gọi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định xếp là x (quyển)

ĐK: $x \in N^*$

Số quyển sách mỗi giờ thực tế xếp là: x + 20 (quyển)

Thời gian dự định để xếp 270 quyển sách là: $\frac{270}{x}$ (h)

Tổng số quyển sách đã xếp trong thực tế là: 270 + 10 = 280 (quyển)

Thời gian thực tế để xếp 280 quyển sách là: $\frac{280}{x+20}$ (h)

Do công việc hoàn thành trước dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{270}{x} - \frac{280}{x+20} = 1$$

$\Rightarrow 270(x+20) - 280x = x(x+20)$

$\Leftrightarrow 270x + 5400 - 280x = x^2 + 20x$

$\Leftrightarrow x^2 + 30x - 5400 = 0$

$\Leftrightarrow x_1 = 60(tm);\ x_2 = -90(ktm)$

Vậy số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định xếp là 60 quyển.

3) *Cho phương trình* $x^2-2x-1=0$ *có hai nghiệm* x_1, x_2. *Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là* $\left|(x_1)^3\right|, \left|(x_2)^3\right|$.

Giải: **Cách 1:**

Do $\Delta'=2>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1+\sqrt{2};\ x_2=1-\sqrt{2}$

Ta có: $S=\left|(x_1)^3\right|+\left|(x_2)^3\right|=\left|\left(1+\sqrt{2}\right)^3\right|+\left|\left(1-\sqrt{2}\right)^3\right|=\left(1+\sqrt{2}\right)^3+\left(\sqrt{2}-1\right)^3=10\sqrt{2}$

$P=\left|(x_1)^3\right|.\left|(x_2)^3\right|=\left|\left(1+\sqrt{2}\right)^3\right|.\left|\left(1-\sqrt{2}\right)^3\right|=\left(1+\sqrt{2}\right)^3.\left(\sqrt{2}-1\right)^3=\left[\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^3=1$

Phương trình bậc hai một ẩn cần lập là: $x^2-10\sqrt{2}.x+1=0$

Cách thứ hai: Sử dụng Vi – ét:

Do a.c<0 nên phương trình có hai nghiệm phân biệt và trái dấu nên

Theo Vi – ét: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=-1 \end{cases}$

Do x_1 và x_2 trái dấu nên $(x_1)^3$ và $(x_2)^3$ cũng trái dấu. Do đó ta có:

$S=\left|(x_1)^3\right|+\left|(x_2)^3\right|=\left|(x_1)^3-(x_2)^3\right|=\left|(x_1-x_2).\left(x_1^2+x_1.x_2+x_2^2\right)\right|$

$=\left|(x_1-x_2)\right|.\left|x_1^2+x_1.x_2+x_2^2\right|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}.\left|(x_1+x_2)^2-x_1x_2\right|$

$=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}.\left|(x_1+x_2)^2-x_1x_2\right|$

$=\sqrt{2^2-4.(-1)}.\left|2^2-(-1)\right|=2\sqrt{2}.5=10\sqrt{2}$

$P=\left|(x_1)^3\right|.\left|(x_2)^3\right|=\left|(x_1)^3.(x_2)^3\right|=\left|(x_1.x_2)^3\right|=\left|(-1)^3\right|=1$

Phương trình bậc hai một ẩn cần lập là: $x^2-10\sqrt{2}.x+1=0$

(cách 2 hơn khó)

Câu 4 *(1,25 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức $S=\left(\dfrac{a\sqrt{a}-8}{a+2\sqrt{a}+4}\right).\left(\dfrac{a+5\sqrt{a}+6}{a-4}\right)$ (với $a\ge 0; a\ne 4$)

Giải: Với $a\ge 0; a\ne 4$ ta có:

$$S=\left(\frac{a\sqrt{a}-8}{a+2\sqrt{a}+4}\right).\left(\frac{a+5\sqrt{a}+6}{a-4}\right)=\frac{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(a+2\sqrt{a}+4\right)}{a+2\sqrt{a}+4}.\frac{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(\sqrt{a}+2\right)}=\sqrt{a}+3$$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3=y^2+18\ (1) \\ y^3=x^2+18\ (2) \end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases} x^3=y^2+18 \\ y^3=x^2+18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-y^3+x^2-y^2=0 \\ x^3=y^2+18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)\left(x^2+xy+y^2+x+y\right)=0 \\ x^3=y^2+18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-y=0 \\ x^2+xy+y^2+x+y=0 \end{array}\right. \\ x^3=y^2+18 \end{cases}$$

TH1:

$$\begin{cases} x-y=0 \\ x^3=y^2+18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ x^3-x^2-18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ x^3-x^2-18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ (x-3)(x^2+2x+6)=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=3$$

TH2: $\begin{cases} x^2+xy+y^2+x+y=0 \\ x^3=y^2+18 \end{cases}$

Theo đề bài: $\begin{cases} x^3=y^2+18 \ (1) \\ y^3=x^2+18 \ (2) \end{cases}$

Do $y^2 \geq 0$; $x^2 \geq 0$ suy ra $x^3 \geq 18 > 0$ và $y^3 \geq 18 > 0$ $\Rightarrow$ $x > 0$ và $y > 0$

Suy ra phương trình: $x^2+xy+y^2+x+y>0$ nên hệ phương trình trong TH2 vô nghiệm.

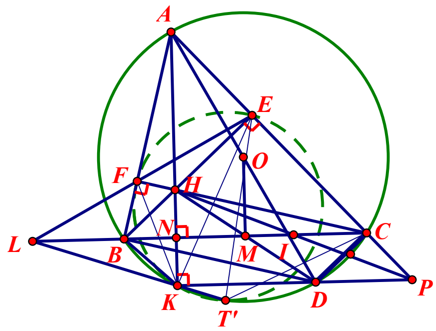
Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất: x = y = 3.

Câu 5 *(2,75 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại trực tâm H, AB<AC. Vẽ đường kính AD của (O). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AH với (O), K khác A. Gọi L, P lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF, AC và KD.

1.Chứng minh tứ giác EHKP nội tiếp đường tròn và tâm I của đường tròn này thuộc đường thẳng BC.

2.Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Chứng minh AH = 2OM.

3.Gọi T là giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK, T khác K. Chứng minh rằng ba điểm L, K, T thẳng hàng.



Giải:

1. Gọi N là giao điểm của AH và BC.

Ta có

$\widehat{BEC}=90^0$ (BE là đường cao)

$\widehat{AKD}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{HKP}=90^0$

Tứ giác EHKP có: $\widehat{HEP}+\widehat{HKP}=90^0+90^0=180^0$

Suy ra tứ giác EHKP nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 180^0).đường tròn nhận HP làm đường kính.(1)

*) Ta có: $\widehat{KBC}=\widehat{KAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$\widehat{HBC}=\widehat{KAC}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$)

Suy ra: $\widehat{KBC}=\widehat{HBC}$, suy ra BC là đường phân giác của góc HBK.

Tam giác BHK có BN vừa là đường cao (vì BN vuông góc với HK) vừa là đường phân giác nên tam giác BHK cân tại B.

Suy ra BN cũng là đường trung tuyến hay NH = NK.

Gọi I là giao điểm của HP và BC

Ta có: NI //KP (vì cùng vuông góc với AK) và NH = NK suy ra IH = IP hay I là trung điểm của HP (2)

Vậy tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác EHKP là trung điểm của HP và I thuộc BC

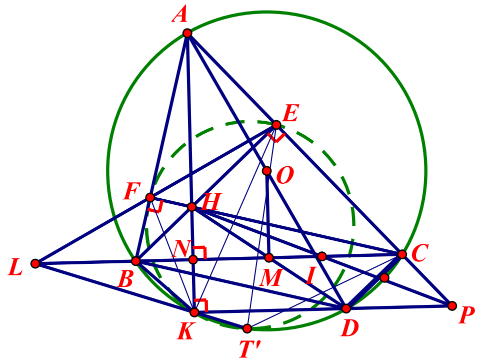
2. Chứng minh được: BD//CH (cùng vuông góc với AB);

BH//DC (cùng vuông góc với AC)

Suy ra tứ giác BHCD là hình bình hành, mà M là trung điểm của BC suy ra M cũng là trung điểm của HD.

Xét tam giác AHD có O là trung điểm của AD, M là trung điểm của DH nên OM là đường trung bình của tam giác DAH

Suy ra AH = 2OM.



3. Dùng cách chứng minh gián tiếp:

Gọi T' là giao điểm của LK và đường tròn (O) (T' khác K)

Ta cần chứng minh T' và T trùng nhau hay T' thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK.

Thật vậy:

Δ LBF $\backsim$ Δ LEC (vì góc CLE chung, $\widehat{LBF} = \widehat{LEC}$ (vì tứ giác BCEF nội tiếp))

Suy ra LB.LC=LE.LF (4)

Δ LBK $\backsim$ Δ LT'C (vì góc KLC chung, $\widehat{LKB} = \widehat{LCT'}$ (vì tứ giác BCT'K nội tiếp))

Suy ra LB.LC=LK.LT' (5)

Từ (4) và (5) suy ra: LE.LF= LK.LT' $\Rightarrow \dfrac{LE}{LK} = \dfrac{LT'}{LF}$

Suy ra Δ LET' $\backsim$ Δ LKF (g.c.g) (vì góc ELT' chung, và $\dfrac{LE}{LK} = \dfrac{LT'}{LF}$).

Do Δ LET' $\backsim$ Δ LKF nên $\widehat{LET'} = \widehat{LKF}$ suy ra tứ giác EFT'K nội tiếp

Hay T' thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK

Mà T' cũng thuộc (O) nên T' là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK và (O)

Suy ra T và T' trùng nhau. Suy ra T, K, L thẳng hàng.

***Câu 6** (0,5 điểm). Cho ba số thực a, b, c dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng:*

$$\left(a^2+b^2+c^2\right)^3 \ge 9(a+b+c)$$

Giải:

$\left(a^2+b^2+c^2\right)^3 \ge 9(a+b+c) \Leftrightarrow 3(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2\right)^3 \ge 27(a+b+c)^2 (*)$

Ta có: $3(a^2+b^2+c^2) \ge (a+b+c)^2$ (1) (bunhia – copxiki – dễ chứng minh)

Với a, b, c là các số dương theo bất đẳng thức cô –si:

$a^2+b^2+c^2 \ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 3$ (do abc=1)

$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2 \ge 9$ (2)

$a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc} = 3$ (do abc = 1) (3)

Từ (1) (2) và (3) suy ra: $3(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2\right)^3 \ge 27(a+b+c)^2$

Vậy: $\left(a^2+b^2+c^2\right)^3 \ge 9(a+b+c)$