

# ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN. ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

## A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

### I/ Đơn nhất nhiều biến.

#### 1. Khái niệm.

- Đơn thức nhiều biến là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến hoặc một tích giữa các số và các biến.

#### 2. Đơn thức thu gọn.

- Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.
- Trong đơn thức thu gọn có hai phần: phần hệ số và phần biến.
- Ta cũng coi một số là một đơn thức thu gọn chỉ có phần hệ số.
- Trong đơn thức thu gọn, mỗi biến chỉ được viết một lần.

#### 3. Đơn thức đồng dạng.

- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.
- Các số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng.

#### 4. Cộng trừ đơn thức đồng dạng.

- Để cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

### II/ Đa nhất nhiều biến.

#### 1. Định nghĩa.

- Đa thức nhiều biến (*hay đa thức*) là tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức được coi là một đa thức.
- Mỗi đơn thức trong tổng gọi là hạng tử của đa thức đó.

#### 2. Đa thức thu gọn.

- Thu gọn đa thức nhiều biến là làm cho trong đa thức đó không còn hai đơn thức nào đồng dạng.

#### 3. Giá trị của đa thức .

- Để tính giá trị của một đa thức tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay những giá trị cho trước đó vào biểu thức xác định đa thức rồi thực hiện các phép tính .

## B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Dạng 1: Nhận biết các đơn thức nhiều biến, đa thức nhiều biến.**

**Ví dụ 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- a)  $12x^2y$ ;      b)  $x(y + 1)$ ;      c)  $1 - 2x$ ;      d)  $18$ ;      e)  $\frac{5}{2x}$ .

*Bài giải*

$12x^2y$ ;  $18$  là đơn thức.

**Ví dụ 2.** Biểu thức nào dưới đây không phải là đơn thức?

- a)  $x^2 - y^2$ ;      b)  $x - y + xy$ ;      c)  $2x^2y$ ;      d)  $\frac{3}{4xy}$ ;      e)  $x(y + 1)$ .

*Bài giải*

$x^2 - y^2$ ;  $x - y + xy$ ;  $x(y + 1)$ ;  $\frac{3}{4xy}$  không phải là đơn thức.

**Ví dụ 3.** Cho biết phần hệ số, phần biến của mỗi đơn thức sau

- a)  $2x^2y$ ;      b)  $-\frac{1}{2}xy^3$ .

*Bài giải*

a)  $2x^2y$  : Hệ số là 2, phần biến là  $x^2y$ .

b)  $-\frac{1}{2}xy^3$  : Hệ số là  $-\frac{1}{2}$ , phần biến là  $xy^3$ .

**Ví dụ 4.** Biểu thức nào là đa thức trong các biểu thức sau?

- a)  $x^2y - 2 + 3xy^2$ ;      b)  $\frac{x}{y} - 2x^2$ ;      c)  $2018$ ;      d)  $x(x + y)$ .

*Bài giải*

$x^2y - 2 + 3xy^2$ ;  $2018$ ;  $x(x + y)$  là đa thức.

**Ví dụ 5.** Biểu thức nào không phải là đa thức trong các biểu thức sau?

- a)  $x - 2 + \frac{3}{x}$ ;      b)  $xy - 2x^2$ ;      c)  $x^2 - 4$ ;      d)  $\frac{x^2 + 1}{xy}$ .

*Bài giải*

$x - 2 + \frac{3}{x}$ ;  $\frac{x^2 + 1}{xy}$  không phải là đa thức.

**Dạng 2: Nhận biết các đơn thức đồng dạng**

**Ví dụ 1.** Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$\frac{3}{2}xy; -\frac{1}{3}x^2z; \frac{3}{4}xyz; \frac{5}{6}xy; 7xyz; \frac{5}{6}x^2z; -3xy.$$

Bài giải

Nhóm các đơn thức đồng dạng là :

Nhóm 1 :  $\frac{3}{2}xy; \frac{5}{6}xy; -3xy$ .      Nhóm 2:  $\frac{3}{4}xyz; 7xyz$ .      Nhóm 3:  $-\frac{1}{3}x^2z; \frac{5}{6}x^2z$

**Ví dụ 2.** Trong các đơn thức sau, đơn thức nào đồng dạng với đơn thức  $-3x^2yz$  ?

- a)  $-3xyz$ ;                      b)  $\frac{2}{3}x^2yz$ ;                      c)  $\frac{3}{2}yzx^2$ ;                      d)  $4x^2y$ .

Bài giải

$\frac{2}{3}x^2yz$  đồng dạng với đơn thức  $-3x^2yz$ .

Câu b đúng .

**Dạng 3: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng**

**Ví dụ 1.** Tính tổng, hiệu các biểu thức sau

- a)  $3xy^2 + \frac{1}{3}xy^2$ ;                      b)  $2x^2y^2 + 3x^2y^2 + x^2y^2$ ;  
 c)  $3x^2yz^2 - 4x^2yz^2$ ;                      d)  $2x^2y + \frac{2}{3}x^2y + \left(-\frac{1}{3}\right)x^2y$ .

Bài giải

- a)  $3xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 = \left(3 + \frac{1}{3}\right)xy^2 = \frac{10}{3}xy^2$                       b)  $2x^2y^2 + 3x^2y^2 + x^2y^2 = (2 + 3 + 1)x^2y^2 = 6x^2y^2$   
 c)  $3x^2yz^2 - 4x^2yz^2 = (3 - 4)x^2yz^2 = -x^2yz^2$                       d)  $2x^2y + \frac{2}{3}x^2y + \left(-\frac{1}{3}\right)x^2y = \left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)x^2y = \frac{7}{3}x^2y$

**Ví dụ 2.** Tính giá trị biểu thức  $P = 2011x^2y + 12x^2y - 2015x^2y$  tại  $x = -1$ ;  $y = 2$ .

Bài giải

$$P = 2011x^2y + 12x^2y - 2015x^2y = (2011 + 12 - 2015)x^2y = 8x^2y.$$

Thay  $x = -1$ ;  $y = 2$  vào  $8x^2y$  ta được :  $8x^2y = 8 \cdot (-1)^2 \cdot 2 = 8 \cdot 1 \cdot 2 = 16$

**Dạng 4: Tìm đơn thức thỏa mãn đẳng thức**

Dùng quy tắc chuyển vế giống như đối với với số.

- Nếu  $M + B = A$  thì  $M = A - B$ .
- Nếu  $M - B = A$  thì  $M = A + B$ .
- Nếu  $B - M = A$  thì  $M = B - A$ .

**Ví dụ 1.** Xác định đơn thức  $M$  để

a)  $2x^4y^3 + M = -3x^4y^3$ ;

b)  $2x^3y^3 - M = 4x^3y^3$ .

Bài giải

a)  $2x^4y^3 + M = -3x^4y^3$

b)  $2x^3y^3 - M = 4x^3y^3$ .

$$M = -3x^4y^3 - 2x^4y^3$$

$$M = 2x^3y^3 - 4x^3y^3$$

$$M = (-3 - 2)x^4y^3$$

$$M = (2 - 4)x^3y^3$$

$$M = -5x^4y^3$$

$$M = -2x^3y^3$$

**Dạng 5: Tính giá trị của đa thức**

- Thay giá trị của biến vào đa thức rồi thực hiện phép tính.

**Ví dụ 1.** Tính giá trị của đa thức sau:

a)  $4x^2y^2 + xy$  tại  $x = -2, y = \frac{1}{2}$ ;

b)  $-\frac{1}{2}x^2y^3 + x$  tại  $x = 3, y = -2$ .

Bài giải

a)  $4x^2y^2 + xy$  tại  $x = -2, y = \frac{1}{2}$ .

Thay  $x = -2, y = \frac{1}{2}$  vào  $4x^2y^2 + xy$  ta được :  $4 \cdot (-2)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-2) \cdot \frac{1}{2} = 16 \cdot \frac{1}{4} + (-1) = 4 - 1 = 3$ .

b)  $-\frac{1}{2}x^2y^3 + x$  tại  $x = 3, y = -2$ .

Thay  $x = 3, y = -2$  vào  $-\frac{1}{2}x^2y^3 + x$  ta được :

$$-\frac{1}{2} \cdot (3)^2 \cdot (-2)^3 + 3 = -\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot (-8) + 3 = \frac{72}{2} + 3 = \frac{78}{2} = 39$$

**Dạng 6: Thu gọn đa thức**

- Bước 1: Nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau;
- Bước 2: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong từng nhóm.

**Ví dụ 1.** Thu gọn các đa thức sau

a)  $A = -x^2y - 2xy + 2x^2y + 5xy + 2$ ;

b)  $B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$ ;

c)  $C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$ ; d)  $D = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$ .

Bài giải

a)

$$A = -x^2y - 2xy + 2x^2y + 5xy + 2 = \left[(-x^2y) + 2x^2y\right] + \left[(-2xy) + 5xy\right] + 2$$

$$= \left[(-1+2)x^2y\right] + \left[(-2+5)xy\right] + 2 = x^2y + 3xy + 2$$

b)

$$B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy = \left(\frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2\right) + \left[(-2xy) + xy\right]$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)xy^2\right] + \left[(-2+1)xy\right] = 2xy^2 - xy$$

c)

$$C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$$

$$= (x^2 + x^2) + (y^2 - y^2 + y^2) + (z^2 + z^2 - z^2)$$

$$= 2x^2 + y^2 + z^2$$

d)

$$D = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$$

$$= (xy^2z + 2xy^2z - 3xy^2z + xy^2z) - xyz$$

$$= xy^2z - xyz$$

**Ví dụ 2.** Thu gọn các đa thức sau :

a)  $A = 2x^2yz + xy - x^2yz + 4xy + 6;$

b)  $B = 4xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + \frac{3}{2}x^2y;$

c)  $C = x^2 - y^2 + z^2 - x^2 + y^2 - z^2 + x^2 + y^2 + z^2;$  d)  $D = 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz.$

e)  $E = 2x^2y^3 + 3x^4 - 7x^2 + 6x^4 - x^2y^3.$

*Bài giải*

a)

$$A = 2x^2yz + xy - x^2yz + 4xy + 6$$

$$= (2x^2yz - x^2yz) + (xy + 4xy) + 6$$

$$= x^2yz + 5xy + 6$$

b)

$$B = 4xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + \frac{3}{2}x^2y$$

$$= (4xy - xy) + \left(\frac{1}{2}x^2y + \frac{3}{2}x^2y\right)$$

$$= 3xy + 2x^2y$$

c)

$$C = x^2 - y^2 + z^2 - x^2 + y^2 - z^2 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$= (x^2 - x^2 + x^2) + (-y^2 + y^2 + y^2) + (z^2 - z^2 + z^2)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2$$

d)

e)

$$\begin{aligned} D &= 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz \\ &= (2x^2yz - 5x^2yz) + (4xy^2z + xy^2z) - xyz \\ &= -3x^2yz + 5xy^2z - xyz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2x^2y^3 + 3x^4 - 7x^2 + 6x^4 - x^2y^3 \\ &= (2x^2y^3 - x^2y^3) + (3x^4 + 6x^4) - 7x^2 \\ &= x^2y^3 + 9x^4 - 7x^2 \end{aligned}$$

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a)  $2 + xy$ ;  $3xy^2z$ ;  $3\frac{1}{2}$ ;  $\left(1 - \frac{3}{2}\right)x^2y^2$ ;  $\frac{10x}{3y}$ .      b)  $\frac{4}{3}x^2yz$ ; 2018;  $\frac{xy^2}{3}$ ;  $\frac{2xy}{z}$ ;  $x + y$ .

*Bài giải*

a) Đơn thức là :  $3xy^2z$ ;  $3\frac{1}{2}$ ;  $\left(1 - \frac{3}{2}\right)x^2y^2$ .

b) Đơn thức là :  $\frac{4}{3}x^2yz$ ; 2018.

**Bài 2.** Biểu thức nào là đa thức trong các biểu thức sau?

a)  $2x^2y + 3 + xy$ ;      b)  $\frac{2}{x + y}$ ;      c)  $x(x + 2y)$ ;      d)  $2 - \frac{x + 1}{x - 1}$ .

*Bài giải*

Đa thức là  $x(x + 2y)$ ;  $2x^2y + 3 + xy$ .

**Bài 3.** Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$-8x^2yz; 3xy^2z; \frac{1}{3}x^2yz; 5x^2y^2z; -\frac{2}{3}xy^2z; -\frac{5}{7}x^2y^2z.$$

*Bài giải*

Nhóm các đơn thức đồng dạng là :

Nhóm 1:  $-8x^2yz; \frac{1}{3}x^2yz$ .      Nhóm 2 :  $3xy^2z; -\frac{2}{3}xy^2z$ .      Nhóm 3 :  $5x^2y^2z; -\frac{5}{7}x^2y^2z$ .

**Bài 4.** Thu gọn mỗi đơn thức sau:

a)  $2x^2y \cdot 3xy^2$ ;      b)  $2xy \cdot \frac{4}{5}x^2y^3 \cdot 10xyz$ ;      c)  $-10y^2 \cdot (2xy)^3 \cdot (-x)^2$ .

d)  $2xy^2 \cdot \frac{4}{3}x^2y^3 \cdot 6x$ ;      e)  $\frac{4}{3}x^2y^2z^2 \cdot \frac{3}{4}xyz$ ;

f)  $-4a^2x \cdot (-2bxy)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2y^3\right)$  với  $a, b$  là hằng số.

Bài giải

a)  $2x^2y \cdot 3xy^2 = (2.3) \cdot (x^2x) \cdot (yy^2) = 6x^3y^3$

b)  $2xy \cdot \frac{4}{5}x^2y^3 \cdot 10xyz = \left(2 \cdot \frac{4}{5} \cdot 10\right) \cdot (xx^2x) \cdot (yy^3y) = 16x^4y^5$

c)  $-10y^2 \cdot (2xy)^3 \cdot (-x)^2 = -10y^2 \cdot 8x^3y^3 \cdot x^2 = [(-10) \cdot 8 \cdot 1] \cdot (x^3 \cdot x^2) \cdot (y^2 \cdot y^3) = -80x^5y^5$

d)  $2xy^2 \cdot \frac{4}{3}x^2y^3 \cdot 6x = \left(2 \cdot \frac{4}{3} \cdot 6\right) \cdot (x \cdot x^2 \cdot x) \cdot (y^2 \cdot y^3) = 16x^4y^5$

e)  $\frac{4}{3}x^2y^2z^2 \cdot \frac{3}{4}xyz = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot (x^2x) \cdot (y^2y) \cdot (z^2z) = x^3y^3z^3$

f)  $-4a^2x \cdot (-2bxy)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2y^3\right) = -4a^2x \cdot 4b^2x^2y^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2y^3\right) = \left[(-4)a^2 \cdot 4b^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \cdot (x \cdot x^2 \cdot x^2) \cdot (y^2 \cdot y^3)$  với  
 $= 4a^2b^2x^5y^5$

$a, b$  là hằng số.

**Bài 5.** Thu gọn các đa thức sau

a)  $A = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy;$

b)  $B = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z.$

c)  $C = 4x^2y^3 + x^4 - 2x^2 + 6x^4 - x^2y^3.$

d)  $D = \frac{3}{4}xy^2 - 2xy - \frac{1}{2}xy^2 + 3xy;$

e)  $E = 2x^2 - 3y^3 - z^4 - 4x^2 + 2y^3 + 3z^4;$

f)  $F = 3xy^2z + xy^2z - xyz + 2xy^2z - 3xyz.$

Bài giải

a)  $A = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy = \left(\frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2\right) + (-2xy + xy) = 2xy^2 - xy;$

b)  $B = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z = (xy^2z + 2xy^2z - 3xy^2z + xy^2z) - xyz = xy^2z - xyz.$

c)  $C = 4x^2y^3 + x^4 - 2x^2 + 6x^4 - x^2y^3 = (4x^2y^3 - x^2y^3) + (x^4 + 6x^4) - 2x^2 = 3x^2y^3 + 7x^4 - 2x^2.$

$$d) D = \frac{3}{4}xy^2 - 2xy - \frac{1}{2}xy^2 + 3xy = \left(\frac{3}{4}xy^2 - \frac{1}{2}xy^2\right) + (-2xy + 3xy) = \frac{1}{4}xy^2 + xy;$$

$$e) E = 2x^2 - 3y^3 - z^4 - 4x^2 + 2y^3 + 3z^4 = (2x^2 - 4x^2) + (-3y^3 + 2y^3) + (-z^4 + 3z^4) = -2x^2 - y^3 + 2z^4$$

$$f) F = 3xy^2z + xy^2z - xyz + 2xy^2z - 3xyz = (3xy^2z + xy^2z + 2xy^2z) + (-xyz - 3xyz) = 6xy^2z - 4xyz.$$

**Bài 6.** Tính giá trị mỗi đa thức sau :

a)  $A = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3$ ; tại  $x = 2$ ;  $y = \frac{1}{2}$

b)  $B = x^6 + 2x^2y^3 - x^5 + xy - xy^5 - x^6$ ; tại  $x = 0$ ;  $y = \frac{1}{4}$

c)  $C = 7x^2y - 4x^6 + 3y^2z + 4x^6$ ; tại  $x = 2$ ;  $y = 1$

Bài giải

a)  $A = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3$ ; tại  $x = 2$ ;  $y = \frac{1}{2}$

Thay  $x = 2$ ;  $y = \frac{1}{2}$  vào  $A = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3$  ta được :  $6.2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 7.2.\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 8.(2)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{35}{4}$

b)  $B = x^2 + 2x^2y^3 - x^3 + xy - xy^5$ ; tại  $x = \frac{1}{4}$ ;  $y = 0$ .

Thay  $x = \frac{1}{4}$ ;  $y = 0$  vào  $B = x^2 + 2x^2y^3 - x^3 + xy - xy^5$  ta được :

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{3}{64}$$

c)  $C = 7x^2y - 4x^6 + 3y^2z + 4x^6$ ; tại  $x = 2$ ;  $y = 1$ ;  $z = 4$

Thay  $x = 2$ ;  $y = 1$  vào  $C = 7x^2y - 4x^6 + 3y^2z + 4x^6$  ta được :  $7.2^2.1 - 4.2^6 + 3.1^2.4 + 4.2^6 = 40$

#### D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

**Bài 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a)  $4 - 3x$ ;      b)  $\frac{6}{5x}$ ;      c)  $2xy$ ;      d)  $\frac{9}{5}$ ;      e)  $3x(y - 2)$ .

**Bài 2.** Biểu thức nào dưới đây không phải là đơn thức?



a)  $-\frac{2}{3}x^2y$ ;      b)  $x(y-1)$ ;      c)  $x^2+y^2$ ;      d)  $\frac{3}{4xy}$ ;      e)  $x+y+xy$ .

**Bài 3.** Cho biết phần hệ số, phần biến của mỗi đơn thức sau

a)  $\frac{1}{3}xy^3$ ;      b)  $-\frac{3}{4}x^2y^2$ .

**Bài 4.** Thực hiện phép tính :

a)  $-\frac{1}{2}x^2y + 2x^2y$ ;      b)  $2x^3y - \frac{1}{4}x^3y$ .  
 c)  $\frac{2}{3}x^2y + 3x^2y + x^2y$ ;      d)  $-x^2y + \frac{1}{5}x^2y + 4x^2y - 2x^2y$ ;  
 e)  $\frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 + \frac{1}{6}xy^2$ ;      f)  $19x^3y + 15x^3y - 12x^3y$ .  
 g)  $3xy^2 + \frac{1}{4}xy^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)xy^2$ .

**Bài 5.** Thu gọn mỗi đơn thức sau:

a)  $x^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)$ ;      b)  $-\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3$ ;  
 c)  $\frac{3}{4} \cdot (x^3y^2)^2$ ;      d)  $\left(-\frac{1}{2}x\right)^2 (by)^2$  ( $b$  là hằng số).

**Bài 6.** Tính giá trị của đơn thức sau

a)  $2x^2y$  tại  $x = -1, y = \frac{1}{4}$ ;      b)  $-\frac{1}{2}x^3y^2$  tại  $x = -\frac{1}{2}, y = -4$ .

**Bài 7.** a/ Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$-8x^2yz; 3xy^2z; \frac{1}{3}x^2yz; 5x^2y^2z; -\frac{2}{3}xy^2z; -\frac{5}{7}x^2y^2z.$$

b/ Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$\frac{5}{4}x^2y; x^2y^2; -\frac{1}{2}x^2y; -2xy^2; x^2y; -\frac{2}{5}xy^2; 6x^2y^2.$$

**Bài 8.** Tính giá trị biểu thức

a)  $\frac{2}{3}x^2y + 3x^2y + x^2y$  tại  $x = 3, y = -\frac{1}{7}$ ;  
 b)  $\frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 + \frac{1}{6}xy^2$  tại  $x = \frac{3}{4}, y = -\frac{1}{2}$ ;

c)  $2x^3y^3 + 10x^3y^3 - 20x^3y^3$  tại  $x = 1, y = -1$ .

d)  $2018xy^2 + 16xy^2 - 2016xy^2$  tại  $x = -2; y = -\frac{1}{3}$ .

**Bài 9.** Tính giá trị của biểu thức  $M$  biết rằng

a)  $15x^2y^4 - M = 10x^2y^4 + 6x^2y^4$  tại  $x = -\frac{1}{2}, y = 2$ ;

b)  $40x^3y + M = 20x^3y + 15x^3y$  tại  $x = -2, y = \frac{1}{5}$ .

**Bài 10.** Xác định đơn thức  $M$  để

a)  $2x^4y^4 + 3M = 3x^4y^4 - 2x^4y^4$ ;

b)  $x^2 - 2M = 3x^2$ .

c)  $3x^2y^3 + M = -x^2y^3$ ;

d)  $7x^2y^2 - M = 3x^2y^2$ .

## CÁC PHÉP TÍNH VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

### A. KIẾN THỨC TRONG TÂM

#### 1/ Cộng hai đa thức nhiều biến.

Để cộng hai đa thức theo hàng ngang, ta có thể làm như sau:

- *Viết tổng hai đa thức theo hàng ngang ;*
- *Nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau;*
- *Thực hiện phép tính theo từng nhóm , ta được tổng cần tìm.*

#### 2/ Trừ hai đa thức nhiều biến.

Để trừ đa thức P cho đa thức Q theo hàng ngang, ta có thể làm như sau:

- *Viết hiệu  $P - Q$  theo hàng ngang, trong đó đa thức Q được đặt trong dấu ngoặc;*
- *Sau khi bỏ dấu ngoặc và đổi dấu một đơn thức của đa thức Q, nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau;*

Thực hiện phép tính trong từng nhóm, ta được hiệu cần tìm.

#### 3/ Nhân hai đa thức nhiều biến.

##### a/ Nhân hai đơn thức:

Tương tự như đối với đơn thức một biến, để nhân hai đơn thức nhiều biến ta có thể làm như sau:

- *Nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau;*
- *Thu gọn đơn thức nhận được ở tích .*

##### b/ Nhân đơn thức với đa thức:

Tương tự như trường hợp một biến, ta có quy tắc sau:

Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng đơn thức của đa thức rồi cộng các kết quả với nhau.

##### c/ Nhân hai đa thức:

Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi đơn thức của đa thức này với từng đơn thức của đa thức kia rồi cộng các kết quả với nhau.

#### 4/ Nhân hai đa thức nhiều biến.

##### a/ Phép chia hết một đơn thức cho một đơn thức

Đơn thức A chia hết cho đơn thức B ( $B \neq 0$ ) khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.

Quy tắc : Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B), ta có thể làm như sau :

- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B.
- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

**b/ Phép chia hết một đa thức cho một đơn thức**

Đa thức A chia hết cho đơn thức ( $B \neq 0$ ) khi mỗi đơn thức của A chia hết cho B.

Quy tắc : Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B), ta chia mỗi đơn thức của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.



**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.****Dạng 1: Tính tổng (hay hiệu) đa thức nhiều biến.****Ví dụ 1.** Tính tổng  $A + B$  và hiệu  $A - B$  của hai đa thức  $A, B$  trong các trường hợp sau:

a)  $A = x + 2y$  và  $B = x - 2y$ .

b)  $A = 2x^2y - x^3 - xy^2 + 1$  và  $B = x^3 + 2xy^2 - 2$ .

c)  $A = x^2 - 2yz + z^2$  và  $B = 3yz + 5x^2 - z^2$ .

d)  $A = \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3$  và  $B = \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3$ .

**Bài giải**

a)  $A + B = (x + 2y) + (x - 2y) = x + 2y + x - 2y = (x + x) + (2y - 2y) = 2x$

$$A - B = (x + 2y) - (x - 2y) = x + 2y - x + 2y = (x - x) + (2y + 2y) = 4y$$

b)

$$\begin{aligned}
 A + B &= (2x^2y - x^3 - xy^2 + 1) + (x^3 + 2xy^2 - 2) \\
 &= 2x^2y - x^3 - xy^2 + 1 + x^3 + 2xy^2 - 2 = 2x^2y + [(-xy^2) + 2xy^2] + [(-x^3) + x^3] + (1 - 2) \\
 &= 2x^2y + xy^2 - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A - B &= (2x^2y - x^3 - xy^2 + 1) - (x^3 + 2xy^2 - 2) \\
 &= 2x^2y - x^3 - xy^2 + 1 - x^3 - 2xy^2 + 2 = 2x^2y + [(-xy^2) - 2xy^2] + [(-x^3) - x^3] + (1 + 2) \\
 &= 2x^2y - 3xy^2 - 2x^3 + 3
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 A + B &= (x^2 - 2yz + z^2) + (3yz + 5x^2 - z^2) = x^2 - 2yz + z^2 + 3yz + 5x^2 - z^2 \\
 &= (x^2 + 5x^2) + [(-2yz) + 3yz] + (z^2 - z^2) = 6x^2 + yz
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A - B &= (x^2 - 2yz + z^2) - (3yz + 5x^2 - z^2) = x^2 - 2yz + z^2 - 3yz - 5x^2 + z^2 \\
 &= (x^2 - 5x^2) + [(-2yz) - 3yz] + (z^2 + z^2) = -4x^2 - 5yz + 2z^2
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 A + B &= \left( \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3 \right) + \left( \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3 \right) \\
 &= \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3 + \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3 \\
 &= \left[ \left( -\frac{5}{2}x^3y^2 \right) + \frac{7}{2}x^3y^2 \right] + (xy^3 + xy^3) + \left( \frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{2}x^2y \right) + x^3 \\
 &= x^3y^2 + 2xy^3 + x^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A - B &= \left( \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3 \right) - \left( \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3 \right) \\
 &= \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3 - \frac{7}{2}x^3y^2 + \frac{1}{2}x^2y - xy^3 \\
 &= \left[ \left( -\frac{5}{2}x^3y^2 \right) - \frac{7}{2}x^3y^2 \right] + (xy^3 - xy^3) + \left( \frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{2}x^2y \right) + x^3 \\
 &= -6x^3y^2 + x^2y + x^3
 \end{aligned}$$

**Ví dụ 2.** Thực hiện phép tính sau:

$$A = (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + 2xy + y^2).$$

$$B = \left( \frac{1}{2}xy - 3xy^2 \right) + (2xy^2 + 3xy) - \frac{1}{2}xy.$$

**Bài giải**

$$\begin{aligned}
 A &= (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + 2xy + y^2) = x^2 + y^2 - 2xy + x^2 + 2xy + y^2 \\
 &= (x^2 + x^2) + (y^2 + y^2) + [(-2xy) + 2xy] = 2x^2 + 2y^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \left( \frac{1}{2}xy - 3xy^2 \right) + (2xy^2 + 3xy) - \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}xy - 3xy^2 + 2xy^2 + 3xy - \frac{1}{2}xy \\
 &= \left( \frac{1}{2}xy + 3xy \right) + [(-3xy^2) + 2xy^2] - \frac{1}{2}xy = \frac{7}{2}xy - xy^2 - \frac{1}{2}xy
 \end{aligned}$$

**Ví dụ 3.**

Cho các đa thức  $M = 3x^3 - x^2y + 2xy + 3$ ;  $N = x^2y - 2xy - 2$  và  $P = 3x^3 - 2x^2y - xy + 3$ . Tính:

- a)  $M + N$ .                      b)  $M - P$ .                      c)  $M - 2P$ .                      d)  $M + N + P$ .

**Bài giải**

$$\begin{aligned}
 \text{a/ } M + N &= (3x^3 - x^2y + 2xy + 3) + (x^2y - 2xy - 2) = [(-x^2y) + (x^2y)] + (2xy - 2xy) + 3x^3 + (3 - 2) \\
 &= 3x^3 + 1
 \end{aligned}$$

b/

$$\begin{aligned}
 M - P &= (3x^3 - x^2y + 2xy + 3) - (3x^3 - 2x^2y - xy + 3) = 3x^3 - x^2y + 2xy + 3 - 3x^3 + 2x^2y + xy - 3 \\
 &= (3x^3 - 3x^3) + [(-x^2y) + 2x^2y] + (2xy + xy) + (3 - 3) = x^2y + 3xy \quad \text{c/}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M - 2P &= (3x^3 - x^2y + 2xy + 3) + 2(3x^3 - 2x^2y - xy + 3) \\
 &= 3x^3 - x^2y + 2xy + 3 + 6x^3 - 4x^2y - 2xy + 6 \\
 &= (3x^3 + 6x^3) + [(-x^2y) - 4x^2y] + (2xy - 2xy) + (3 + 6) = 9x^3 - 5x^2y + 9
 \end{aligned}$$

d/

$$\begin{aligned}
 M &= (3x^3 - x^2y + 2xy + 3) + (x^2y - 2xy - 2) + (3x^3 - 2x^2y - xy + 3) \\
 &= 3x^3 - x^2y + 2xy + 3 + x^2y - 2xy - 2 + 3x^3 - 2x^2y - xy + 3 \\
 &= (3x^3 + 3x^3) + [(-x^2y) + x^2y - 2x^2y] + (2xy - 2xy - xy) + (3 - 2 + 3) \\
 &= 6x^3 - 2x^2y - xy + 4
 \end{aligned}$$

### **Dạng 2: Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước**

**Ví dụ 4.** Tìm đa thức  $A$ ,  $B$  biết:

$$\text{a) } A + x^2 - y^2 = x^2 - 2y^2 + 3xy - 2. \quad \text{b) } B - (5x^2 - 2xyz) = 2x^2 + 2xyz + 1.$$

**Bài giải**

a/

$$\begin{aligned}
 A + x^2 - y^2 &= x^2 - 2y^2 + 3xy - 2 \\
 A &= (x^2 - 2y^2 + 3xy - 2) - (x^2 - y^2) = x^2 - 2y^2 + 3xy - 2 - x^2 + y^2 \\
 &= (x^2 - x^2) + [(-2y^2) - y^2] + 3xy - 2 = -3y^2 + 3xy - 2
 \end{aligned}$$

b/

$$\begin{aligned}
 B - (5x^2 - 2xyz) &= 2x^2 + 2xyz + 1 \\
 B &= (2x^2 + 2xyz + 1) + (5x^2 - 2xyz) \\
 &= 2x^2 + 2xyz + 1 + 5x^2 - 2xyz = (2x^2 + 5x^2) + (2xyz - 2xyz) + 1 = 7x^2 + 1
 \end{aligned}$$

**Ví dụ 5.** Cho các đa thức  $A = 4x^2 + 3y^2 - 5xy$ ;  $B = 3x^2 + 2y^2 + 2x^2y^2$ . Tìm đa thức  $C$  sao cho:

$$\text{a) } C = A + B. \quad \text{b) } C + A = B.$$

**Bài giải**

a/

$$\begin{aligned}
 C &= A + B = (4x^2 + 3y^2 - 5xy) + (3x^2 + 2y^2 + 2x^2y^2) \\
 &= 2x^2y^2 - 5xy + (4x^2 + 3x^2) + (3y^2 + 2y^2) = 2x^2y^2 - 5xy + 7x^2 + 5y^2
 \end{aligned}$$

b/

$$\begin{aligned} C &= B - A = (3x^2 + 2y^2 + 2x^2y^2) - (4x^2 + 3y^2 - 5xy) \\ &= 3x^2 + 2y^2 + 2x^2y^2 - 4x^2 - 3y^2 + 5xy = 2x^2y^2 + 5xy + (3x^2 - 4x^2) + (2y^2 - 3y^2) \\ &= 2x^2y^2 + 5xy - x^2 - y^2 \end{aligned}$$

**Dạng 3: Thực hiện phép tính nhân đơn thức với đa thức**

- Quy tắc:  $A(B + C) = AB + AC$  (với  $A, B, C$  là các đơn thức).

**Ví dụ 6.** Làm tính nhân

a)  $M = (2x^3y) \cdot (x^2 - 2y + 1)$       b)  $N = (2xy^3 - 4y - 8x) \cdot \left(\frac{1}{2}y\right)$       c)  $P = x^2y \cdot \left(xy^2 - x^2 - \frac{1}{2}y^3\right)$

Bài giải

a/

$$M = (2x^3y) \cdot (x^2 - 2y + 1) = 2x^3y \cdot x^2 + 2x^3y \cdot (-2y) + 2x^3y \cdot 1 = 2x^5y - 4x^3y^2 + 2x^3y$$

b/

$$N = (2xy^3 - 4y - 8x) \cdot \left(\frac{1}{2}y\right) = 2xy^3 \cdot \left(\frac{1}{2}y\right) + (-4y) \cdot \left(\frac{1}{2}y\right) + (-8x) \cdot \left(\frac{1}{2}y\right) = xy^4 - 2y^2 - 4xy$$

c/

$$P = x^2y \cdot \left(xy^2 - x^2 - \frac{1}{2}y^3\right) = x^2y \cdot (xy^2) + x^2y \cdot (-x^2) + x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}y^3\right) = x^3y^3 - x^4y - \frac{1}{2}x^2y^4$$

**Ví dụ 7.** Nhân đơn thức  $A$  với đa thức  $B$  biết rằng  $A = \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2$  và  $B = 4x^2 + 4xy^2 - 3$ .

Bài giải

$$\begin{aligned} A \cdot B &= \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2 \cdot (4x^2 + 4xy^2 - 3) = \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right) \cdot (4x^2 + 4xy^2 - 3) \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right) \cdot 4x^2 + \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right) \cdot 4xy^2 + \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right) \cdot (-3) = x^6y^2 + x^5y^4 - \frac{3}{4}x^4y^2 \end{aligned}$$

**Dạng 4: Thực hiện phép tính nhân đa thức với đa thức**

- Sử dụng quy tắc:  $(A + B)(C + D) = A \cdot C + A \cdot D + B \cdot C + B \cdot D$

**Ví dụ 8.** Thực hiện phép nhân

a)  $(x + y)(x^2y - x)$ ;      b)  $(x + 2y)(x^2 - 2y + 4z)$ ;      c)  $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$ .

Bài giải

a/  $(x + y)(x^2y - x) = x \cdot x^2y + x \cdot (-x) + y \cdot x^2y + y \cdot (-x) = x^3y - x^2 + x^2y^2 - xy$



$$\begin{aligned} \text{b/ } (x + 2y)(x^2 - 2y + 4z) &= xx^2 + x \cdot (-2y) + x \cdot 4z + 2y \cdot x^2 + 2y \cdot (-y) + 2y \cdot 4z \\ &= x^3 - 2xy + 4xz + 2x^2y - 2y^2 + 8yz \end{aligned}$$

**Ví dụ 9.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

a)  $M = \left(2x - \frac{1}{2}y\right)\left(2x + \frac{1}{2}y\right)$  tại  $x = \frac{-1}{2}$  và  $y = 4$

b)  $N = (2x - y^2)(4x^2 + 2xy^2 + y^4)$  tại  $x = \frac{1}{2}$  và  $y = 2$ .

Bài giải:

a/

$$\begin{aligned} M &= \left(2x - \frac{1}{2}y\right)\left(2x + \frac{1}{2}y\right) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot \frac{1}{2}y + \left(\frac{-1}{2}y\right) \cdot 2x + \left(\frac{-1}{2}y\right) \cdot \frac{1}{2}y \\ &= 4x^2 + xy - xy - \frac{1}{4}y^2 = 4x^2 - \frac{1}{4}y^2 \end{aligned}$$

Thay  $x = \frac{-1}{2}$  và  $y = 4$  vào  $4x^2 - \frac{1}{4}y^2$  ta được :  $4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \cdot (4)^2 = 1 - 4 = -3$

b/

$$\begin{aligned} N &= (2x - y^2)(4x^2 + 2xy^2 + y^4) \\ &= 2x \cdot 4x^2 + 2x \cdot 2xy^2 + 2x \cdot y^4 + (-y^2) \cdot 4x^2 + (-y^2) \cdot 2xy^2 + (-y^2) \cdot y^4 \\ &= 8x^3 + 4x^2y^2 + 2xy^4 - 4x^2y^2 - 2xy^4 - y^6 = 8x^3 - y^6 \end{aligned}$$

Thay  $x = \frac{1}{2}$  và  $y = 2$  vào  $8x^3 - y^6$  ta được :  $8x^3 - y^6 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - (2)^6 = 1 - 64 = -63$

**Dạng 5: Thực hiện phép tính chia đơn thức với đa thức**

**Ví dụ 10:** Làm phép tính chia:

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| a) $x^5 : x^3$ .                              | b) $18x^7 : 6x^4$ .           |
| c) $8x^6y^7z^2 : 4x^4y^7$ .                   | d) $65x^9y^5 : (-13x^4y^4)$ . |
| e) $\frac{27}{15}x^3yz^5 : \frac{9}{5}xz^2$ . |                               |

Bài giải:

- |   |  |
|---|--|
| a) $x^5 : x^3 = x^2$ .                                  | b) $18x^7 : 6x^4 = 3x^3$ .             |
| c) $8x^6y^7z^2 : 4x^4y^7 = 2x^2z^2$ .                   | d) $65x^9y^5 : (-13x^4y^4) = -5x^5y$ . |
| e) $\frac{27}{15}x^3yz^5 : \frac{9}{5}xz^2 = x^2yz^3$ . |  |

**Dạng 6: Thực hiện phép tính chia đa thức với đa thức**

**Ví dụ 11:** Làm phép tính chia:

a)  $(x^3 + 12x^2 - 5x) : x$       b)  $(3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : xy^2$       c)  $\left(5x^5y^4z + \frac{1}{2}x^4y^2z^3 - 2xy^3z^2\right) : \frac{1}{4}xy^2z$  Bài

giải:

a)  $(x^3 + 12x^2 - 5x) : x = x^2 + 12x - 5.$

b)  $(3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : xy^2 = 3x^3y - 9x + 15y$

c)  $\left(5x^5y^4z + \frac{1}{2}x^4y^2z^3 - 2xy^3z^2\right) : \frac{1}{4}xy^2z = 20x^4y^2 + 2x^3z^2 - 8yz$

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1:** Tính tổng các đa thức

a)  $A = x^2y + x^3 - xy^2 + 3$  và  $B = x^3 + xy^2 - xy - 6.$

b)  $C = \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{3}b\right) - (a + 2b);$  và  $D = \left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b\right) - (a - b).$

Bài giải:

a)

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2y + x^3 - xy^2 + 3) + (x^3 + xy^2 - xy - 6) \\ &= x^2y + x^3 - xy^2 + 3 + x^3 + xy^2 - xy - 6 = (x^3 + x^3) + [(-xy^2) + xy^2] + x^2y - xy + (3 - 6) \\ &= 2x^3 + x^2y - xy - 3 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} C + D &= \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{3}b\right) - (a + 2b) + \left[\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b\right) - (a - b)\right] \\ &= \frac{1}{3}a - \frac{1}{3}b - a - 2b + \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b - a + b \\ &= \left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a\right) + \left(\frac{-1}{3}b + \frac{1}{3}b\right) + (-a - a) + (-2b + b) \\ &= \frac{2}{3}a - 2a - b \end{aligned}$$

**Bài 2:** Cho hai đa thức:  $M = 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1$ ; và  $N = 5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y$ .

Tính  $M - N$ ;  $N - M$ .

Bài giải:

$$\begin{aligned} M - N &= (3xyz - 3x^2 + 5xy - 1) - (5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y) \\ &= 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1 - 5x^2 - xyz + 5xy - 3 + y \\ &= (3xyz - xyz) + (-3x^2 - 5x^2) + (5xy + 5xy) + y + (-1 - 3) \\ &= 2xyz - 8x^2 + 10xy + y - 4 \end{aligned}$$

$$N - M = -(M - N) = -(2xyz - 8x^2 + 10xy + y - 4) = -2xyz + 8x^2 - 10xy - y + 4$$

**Bài 3:** Cho các đa thức :  $A = 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2$ ;  $B = -8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2$

$$C = x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2$$

Hãy tính:

a)  $A - B - C$

b)  $B + A - C$

c)  $C - A - B$

Bài giải:

a) 
$$\begin{aligned} A - B - C &= (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) - (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) \\ &= 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2 + 8xy^3 - xy^2 + 4x^2y^2 - x^3 - 4x^3y + 6xy^3 + 4xy^2 - 5x^2y^2 \\ &= x^3y - xy^2 - 7x^2y^2 + 14xy^3 - x^3 \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} B + A - C &= (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) + (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) \\ &= -8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2 + 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2 - x^3 - 4x^3y + 6xy^3 + 4xy^2 - 5x^2y^2 \\ &= -2xy^3 + xy^2 - 15x^2y^2 + x^3y - x^3 \end{aligned}$$

c) 
$$\begin{aligned} C - A - B &= (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) - (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) \\ &= x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2 - 5x^3y + 4xy^2 + 6x^2y^2 + 8xy^3 - xy^2 + 4x^2y^2 \\ &= x^3 - x^3y + 2xy^3 - xy^2 + 15x^2y^2 \end{aligned}$$

**Bài 4:** Cho đa thức  $M = ax^2 + by^2 + cxy$  ( $x, y$  là biến). Tìm  $a, b, c$  biết:

Khi  $x = 0, y = 1$  thì  $M = -3$ . Khi  $x = -2, y = 0$  thì  $M = 8$ . Khi  $x = 1, y = -1$  thì  $M = 0$ .

Bài giải:

Khi  $x = 0; y = 1; M = -3$  thì:  $-3 = a.0^2 + b.1^2 + c.0.1 \Rightarrow b = -3$ .

Khi  $x = -2; y = 0; M = 8$  thì:  $8 = a.(-2)^2 + b.0^2 + c.(-2).0 \Leftrightarrow 4a = 8 \Leftrightarrow a = 2$ .

Khi  $x = 1; y = -1; M = 0$  thì:  $0 = 2.1^2 + (-3).(-1)^2 + c.1.(-1) \rightarrow c = -1$ .

Vậy  $M = 2x^2 - 3y^2 - xy$ .

**Bài 5:** Tìm đa thức M biết:

a)  $(6x^2 - 3xy^2) + M = x^2 + y^2 - 2xy^2;$

b)  $M - (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2.$

Bài giải:

a/

$$(6x^2 - 3xy^2) + M = x^2 + y^2 - 2xy^2$$

$$M = (x^2 + y^2 - 2xy^2) - (6x^2 - 3xy^2) = x^2 + y^2 - 2xy^2 - 6x^2 + 3xy^2$$

$$= (x^2 - 6x^2) + y^2 + (-2xy^2 + 3xy^2) = -5x^2 + y^2 + xy^2$$

b/

$$M - (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2$$

$$M = (5xy + x^2 - 7y^2) + (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2 + 2xy - 4y^2$$

$$= x^2 + (-7y^2 - 4y^2) + (5xy + 2xy) = x^2 - 11y^2 + 7xy$$

**Bài 6:** Thực hiện phép tính

a)  $2x^2y^2 \left( x^3y^2 - x^2y^3 - \frac{1}{2}y^5 \right)$     b)  $-\frac{1}{3}xy(3x^3y^2 - 6x^2 + y^2)$     c)  $\left( -2xy^2 + \frac{2}{3}y^2 + 4xy^2 \right) \cdot \frac{3}{2}xy.$     d)

$(x^2 + 2xy - 3)(-xy)$     e)  $\frac{1}{2}x^2y \left( 2x^3 - \frac{2}{5}xy^2 - 1 \right)$     f)  $(-xy^2)^2 \cdot (x^2 - 2x + 1).$

Bài giải:

a/

$$2x^2y^2 \left( x^3y^2 - x^2y^3 - \frac{1}{2}y^5 \right) = 2x^2y^2 \cdot x^3y^2 + 2x^2y^2 \cdot (-x^2y^3) + 2x^2y^2 \cdot \left( -\frac{1}{2}y^5 \right)$$

$$= 2x^5y^4 - 2x^4y^5 - x^2y^7$$

b/

$$-\frac{1}{3}xy(3x^3y^2 - 6x^2 + y^2) = \left( -\frac{1}{3}xy \right) \cdot (3x^3y^2) + \left( -\frac{1}{3}xy \right) \cdot (-6x^2) + \left( -\frac{1}{3}xy \right) \cdot y^2$$

$$= -x^4y^3 + 2x^3y - \frac{1}{3}xy^3$$

c/

$$\left( -2xy^2 + \frac{2}{3}y^2 + 4xy^2 \right) \cdot \frac{3}{2}xy = \left( \frac{3}{2}xy \right) \cdot (-2xy^2) + \left( \frac{3}{2}xy \right) \cdot \left( \frac{2}{3}y^2 \right) + \left( \frac{3}{2}xy \right) \cdot 4xy^2$$

$$= -3x^2y^3 + xy^3 + 6x^2y^3$$

d/

$$(x^2 + 2xy - 3)(-xy) = (-xy) \cdot x^2 + (-xy) \cdot 2xy + (-xy) \cdot (-3)$$

$$= -x^3y - 2x^2y^2 + 3xy$$

e/

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2y \left( 2x^3 - \frac{2}{5}xy^2 - 1 \right) &= \frac{1}{2}x^2y \cdot 2x^3 + \frac{1}{2}x^2y \cdot \left( -\frac{2}{5}xy^2 \right) + \frac{1}{2}x^2y \cdot (-1) \\ &= x^5y - \frac{1}{5}x^3y^3 - \frac{1}{2}x^2y \end{aligned}$$

f/

$$\begin{aligned} (-xy^2)^2 \cdot (x^2 - 2x + 1) &= x^2y^4 \cdot (x^2 - 2x + 1) = x^2y^4 \cdot x^2 + x^2y^4 \cdot (-2x) + x^2y^4 \cdot 1 \\ &= x^4y^4 - 2x^3y^4 + x^2y^4 \end{aligned}$$

**Bài 7:** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = x^2(x - y^2) - xy(1 - yx) - x^3$

b)  $B = x(x + 3y + 1) - 2y(x - 1) - (y + x + 1)x$

Bài giải:

a/

$$\begin{aligned} A &= x^2(x - y^2) - xy(1 - yx) - x^3 = x^2 \cdot x + x^2 \cdot (-y^2) + (-xy) \cdot 1 + (-xy) \cdot (-yx) \\ &= x^3 - x^2y^2 - xy + x^2y^2 = x^3 - xy \end{aligned}$$

b/

$$\begin{aligned} B &= x(x + 3y + 1) - 2y(x - 1) - (y + x + 1)x \\ &= x \cdot x + x \cdot 3y + x \cdot 1 + (-2y) \cdot x + (-2y) \cdot (-1) + (-x) \cdot y + (-x) \cdot x + (-x) \cdot 1 \\ &= x^2 + 3xy + x - 2xy + 2y - xy - x^2 - x \\ &= (x^2 - x^2) + (3xy - 2xy - xy) + (x - x) + 2y = 2y \end{aligned}$$

**Bài 8:** Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức

a)  $P = x(x^2 - y) + y(x - y^2)$  tại  $x = -\frac{1}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ ;

b)  $Q = x^2(y^3 - xy^2) + (-y + x + 1)x^2y^2$  tại  $x = -10$  và  $y = -10$ .

Bài giải:

a/

$$\begin{aligned} P &= x(x^2 - y) + y(x - y^2) = x \cdot x^2 + x \cdot (-y) + y \cdot x + y \cdot (y^2) \\ &= x^3 - xy + xy + y^3 = x^3 + y^3 \end{aligned}$$

Thay  $x = -\frac{1}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$  vào P ta được :

$$\left( -\frac{1}{2} \right)^3 + \left( -\frac{1}{2} \right)^3 = \left( -\frac{1}{8} \right) + \left( -\frac{1}{8} \right) = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

b/

$$\begin{aligned}
 Q &= x^2(y^3 - xy^2) + (-y + x + 1)x^2y^2 \\
 &= x^2.y^3 - x^2.xy^2 + x^2y^2.(-y) + x^2y^2.x + x^2y^2.1 \\
 &= x^2y^3 - x^3y^2 - x^2y^3 + x^3y^2 + x^2y^2 \\
 &= x^2y^2
 \end{aligned}$$

Thay  $x = -10$  và  $y = -10$  vào  $Q$  ta được :

$$(-10)^2 \cdot (-10)^2 = 100 \cdot 100 = 10000$$

**Bài 9:** Chứng tỏ rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$

a)  $P = x(3x + 2) - x(x^2 + 3x) + x^3 - 2x + 3;$

b)  $Q = x(2x - 3) + 6x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right) + 1.$

Bài giải:

a/

$$\begin{aligned}
 P &= x(3x + 2) - x(x^2 + 3x) + x^3 - 2x + 3 = x.3x + x.2 - x.x^2 - x.3x + x^3 - 2x + 3 \\
 &= 3x^2 + 2x - x^3 - 3x^2 + x^3 - 2x + 3 = 3
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

b/

$$\begin{aligned}
 Q &= x(2x - 3) + 6x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right) + 1 = x.2x + x.(-3) + 6x.\frac{1}{2} + 6x.\left(\frac{-1}{3}x\right) \\
 &= 2x^2 - 3x + 3x - 2x^2 = 0
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

**Bài 10:** Nhân các đa thức sau

a)  $(2xy + 3)(x - 2y);$       b)  $(xy + 2y)(x^2y - 2xy + 4);$       c)  $4\left(x^2 - \frac{1}{2}y\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}y\right).$

Bài giải:

a)

$$\begin{aligned}
 (2xy + 3)(x - 2y) &= 2xy.x + 2xy.(-2y) + 3.x + 3.(-2y) \\
 &= 2x^2y - 4xy^2 + 3x - 6y
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 (xy + 2y)(x^2y - 2xy + 4) &= xy \cdot x^2y + xy \cdot (-2xy) + xy \cdot 4 + 2y \cdot x^2y + 2y \cdot (-2xy) + 2y \cdot 4 \\
 &= x^3y^2 - 2x^2y^2 + 4xy + 2x^2y^2 - 4xy^2 + 8y \\
 &= x^3y^2 + 4xy - 4xy^2 + 8y
 \end{aligned}$$

**Bài 11:** Chứng minh rằng với mọi  $x, y$  ta luôn có

$$(xy + 1)(x^2y^2 - xy + 1) + (x^3 - 1)(1 - y^3) = x^3 + y^3.$$

**Bài giải:**

$$\begin{aligned}
 VT &= (xy + 1)(x^2y^2 - xy + 1) + (x^3 - 1)(1 - y^3) \\
 &= (xy \cdot x^2y^2 - xy \cdot xy + xy \cdot 1 + 1 \cdot x^2y^2 - 1 \cdot xy + 1 \cdot 1) + (x^3 \cdot 1 - x^3y^3 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot y^3) \\
 &= x^3y^3 - x^2y + xy + x^2y^2 - xy + 1 + x^3 - x^3y^3 - 1 + y^3 \\
 &= x^3 + y^3 = VP
 \end{aligned}$$

**Bài 12:** Cho biểu thức  $Q = (2n - 1)(2n + 3) - (4n - 5)(n + 1) + 3$ . Chứng minh  $Q$  luôn chia hết cho 5 với mọi số nguyên  $n$ .

**Bài giải:**

$$\begin{aligned}
 Q &= (2n - 1)(2n + 3) - (4n - 5)(n + 1) + 3 \\
 &= (4n^2 + 6n - 2n - 3) - (4n^2 + 4n - 5n - 5) + 3 \\
 &= 4n^2 + 6n - 2n - 3 - 4n^2 - 4n + 5n + 5 + 3 \\
 &= 5n + 5 = 5 \cdot 5, \forall n \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

**Bài 13:** Làm tính chia:

a)  $(x^8y^8 + 2x^5y^5 + 7x^3y^3) : (-x^2y^2);$

b)  $\left(2x^5y^3 - 5x^3y^5 + \frac{3}{4}x^3y^3\right) : \frac{2}{3}xy;$

c)  $(9x^2y^4z - 12x^3y^2z^4 - 4xy^3z^2) : xyz.$

**Bài giải:**

a)

$$\begin{aligned}
 &(x^8y^8 + 2x^5y^5 + 7x^3y^3) : (-x^2y^2) \\
 &= x^8y^8 : (-x^2y^2) + 2x^5y^5 : (-x^2y^2) + 7x^3y^3 : (-x^2y^2) \\
 &= -x^6y^6 - 2x^3y^3 - 7xy
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & \left( 2x^5y^3 - 5x^3y^5 + \frac{3}{4}x^3y^3 \right) : \frac{2}{3}xy \\ &= \left( 2x^5y^3 : \frac{2}{3}xy \right) + \left( -5x^3y^5 : \frac{2}{3}xy \right) + \left( \frac{3}{4}x^3y^3 : \frac{2}{3}xy \right) \\ &= 3x^4y^2 - \frac{15}{2}x^2y^4 + \frac{9}{8}x^2y^2 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & (9x^2y^4z - 12x^3y^2z^4 - 4xy^3z^2) : xyz \\ &= (9x^2y^4z : xyz) + (-12x^3y^2z^4 : xyz) + (-4xy^3z^2 : xyz) \\ &= 9xy^3 - 12x^2yz^3 - 4y^2z \end{aligned}$$

**Bài 14:** Tính giá trị biểu thức:

a)  $A = (15x^5y^3 - 10x^3y^2 + 20x^4y^4) : 5x^2y^2$  tại  $x = -1; y = 2$ .

b)  $B = \left[ (2x^2y)^2 + 3x^4y^3 - 6x^3y^2 \right] : (xy)^2$  tại  $x = y = -2$ .

c)  $C = (-2x^2y^2 + 4xy - 6xy^3) : \frac{2}{3}xy$  tại  $x = \frac{1}{2}; y = 4$ .

d)  $D = \left( \frac{1}{3}x^2y^5 - \frac{2}{3}x^5y^2 \right) : 2x^2y^2$  tại  $x = -3; y = 3$ .

e)  $E = (20x^5y^4 + 10x^3y^2 - 5x^2y^3) : 5x^2y$  tại  $x = 1; y = -1$ .

f)  $G = (7x^5y^4z^3 - 3x^4yz^2 + 2x^2y^2z) : x^2yz$  tại  $x = -1; y = 1; z = 2$ .

Bài giải:

a)

$$\begin{aligned} A &= (15x^5y^3 - 10x^3y^2 + 20x^4y^4) : 5x^2y^2 \\ &= (15x^5y^3 : 5x^2y^2) + (-10x^3y^2 : 5x^2y^2) + (20x^4y^4 : 5x^2y^2) \\ &= 3x^3y - 2x + 4x^2y^2(*) \end{aligned}$$

Thay  $x = -1; y = 2$  vào (\*) ta được :

$$3.(-1)^3.2 - 2.(-1) + 4.(-1)^2.2^2 = (-6) + 2 + 16 = 12$$

b)

$$\begin{aligned} B &= \left[ (2x^2y)^2 + 3x^4y^3 - 6x^3y^2 \right] : (xy)^2 \\ &= (4x^4y^2 + 3x^4y^3 - 6x^3y^2) : x^2y^2 \\ &= (4x^4y^2 : x^2y^2) + (3x^4y^3 : x^2y^2) + (-6x^3y^2 : x^2y^2) \\ &= 4x^2 + 3x^2y - 6x(*) \end{aligned}$$



Thay  $x = -2; y = -2$  vào (\*) ta được :

$$\begin{aligned} & 4.(-2)^2 + 3.(-2)^2.(-2) - 6.(-2) \\ & = 4.4 + 3.4.(-2) + 12 = 16 - 24 + 12 = 4 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} C &= (-2x^2y^2 + 4xy - 6xy^3) : \frac{2}{3}xy \\ &= \left(-2x^2y : \frac{2}{3}xy\right) + \left(4xy : \frac{2}{3}xy\right) + \left(-6xy^3 : \frac{2}{3}xy\right) \\ &= -3x + 6 - 9y^2 (*) \end{aligned}$$

Thay  $x = \frac{1}{2}; y = 4$ . vào (\*) ta được :

$$(-3) \cdot \frac{1}{2} + 6 - 9 \cdot (4)^2 = \frac{-3}{2} + 6 - 9 \cdot 16 = \frac{-279}{2}$$

d)

$$D = \left(\frac{1}{3}x^2y^5 - \frac{2}{3}x^5y^2\right) : 2x^2y^2 = \left(\frac{1}{3}x^2y^5 : 2x^2y^2\right) - \left(\frac{2}{3}x^5y^2 : 2x^2y^2\right) = \frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{3}x^3 (*)$$

Thay  $x = -3; y = 3$ . vào (\*) ta được :

$$\frac{1}{6} \cdot (3)^3 - \frac{1}{3} \cdot (-3)^3 = \frac{9}{2} + 9 = \frac{27}{2}$$

e)

$$\begin{aligned} E &= (20x^5y^4 + 10x^3y^2 - 5x^2y^3) : 5x^2y \\ &= (20x^5y^4 : 5x^2y) + (10x^3y^2 : 5x^2y) - (5x^2y^3 : 5x^2y) \\ &= 4x^3y^3 + 2xy - y^2 (*) \end{aligned}$$

Thay  $x = 1; y = -1$  vào (\*) ta được :

$$\begin{aligned} & 4.(1)^3.(-1)^3 + 2.1.(-1) - (-1)^2 \\ & = (-4) - 2 - 1 = -7 \end{aligned}$$

f)

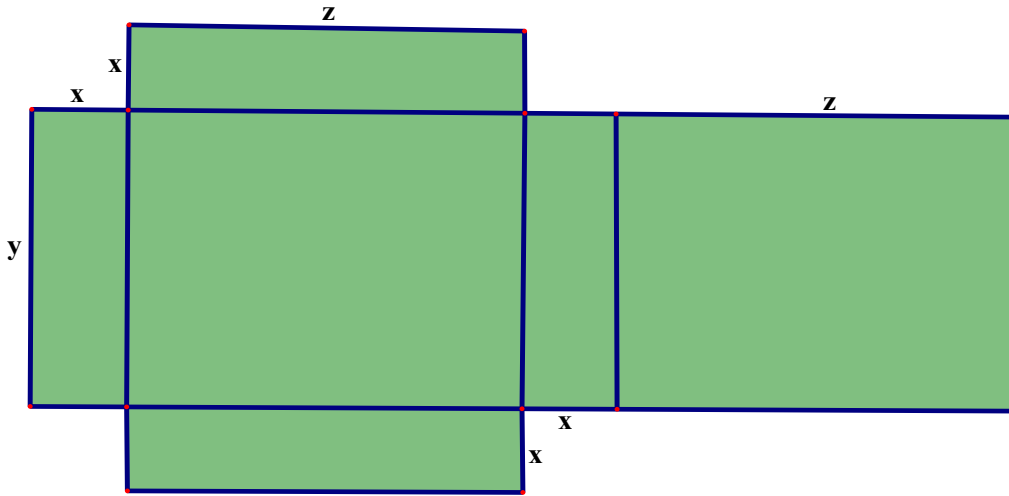
$$\begin{aligned} G &= (7x^5y^4z^3 - 3x^4yz^2 + 2x^2y^2z) : x^2yz = (7x^5y^4z^3 : x^2yz) - (3x^4yz^2 : x^2yz) + (2x^2y^2z : x^2yz) \\ &= 7x^3y^3z^2 - 3x^2z + 2y (*) \end{aligned}$$

Thay  $x = -1; y = 1; z = 2$  vào (\*) ta được :

$$7.(-1)^3 \cdot 1^3 \cdot 2^2 - 3.(-1)^2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = (-28) - 6 + 2 = -32$$

**Bài 15:**

Hình ảnh bên dưới mô tả cách có thể làm để có một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là  $x$ ;  $y$ ;  $z$ . (cm). Các kích thước và tỉ lệ của hộp phụ thuộc vào các giá trị của  $x$ ;  $y$ ;  $z$ . Tính diện tích của các mặt của hình hộp chữ nhật được thể hiện qua hình đó.



Lời giải

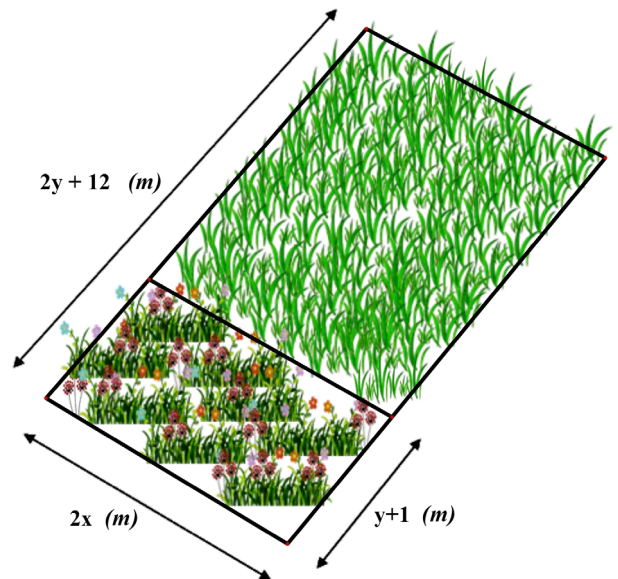
Diện tích của các mặt của hình hộp chữ nhật là :

$$xz + xz + xy + xy + yz + yz = 2xz + 2xy + 2yz \text{ (cm}^2\text{)}$$

**Bài 16:**

Bác Nam có một mảnh vườn hình chữ nhật. Bác chia mảnh vườn này ra làm hai khu đất hình chữ nhật: Khu thứ nhất dùng để trồng cỏ. Khu thứ hai dùng để trồng hoa. (Với các kích thước có trong hình vẽ).

- a/ Tính diện tích khu đất dùng để trồng hoa theo  $x, y$ .
- b/ Tính diện tích khu đất dùng để trồng cỏ theo  $x, y$ .
- c/ Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật của bác Nam với  $x = 4$  và  $y = 4$ .



Lời giải

a/ Diện tích khu đất dùng để trồng hoa là :

$$2x.(y+1) = 2xy + 2x \text{ (m}^2\text{)}$$

b/

Chiều dài khu đất dùng để trồng cỏ là :

$$(2y+12) - (y+1) = 2y+12 - y - 1 = (2y - y) + (12 - 1) = y + 11 \text{ (m)}$$

Diện tích khu đất dùng để trồng cỏ là :

$$2x.(y+11) = 2xy + 2x.11 = 2xy + 22x \text{ (m}^2\text{)}$$

c/ Học sinh có thể trình bày hai cách như sau :

Cách 1:

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật theo  $x, y$  là :

$$2x.(2y+12) = 2x.2y + 2x.12 = 4xy + 24x \quad (m^2)$$

Thay  $x = 4$  và  $y = 4$  vào  $4xy + 24x$  ta được :  $4.4.4 + 24.4 = 160 (m^2)$

Vậy với  $x = 4$  và  $y = 4$  thì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật đó là  $160 (m^2)$

Cách 2:

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật theo  $x, y$  là :

$$(2xy + 2x) + (2xy + 22x) = 4xy + 24x \quad (m^2)$$

Thay  $x = 4$  và  $y = 4$  vào  $4xy + 24x$  ta được :  $4.4.4 + 24.4 = 160 (m^2)$

Vậy với  $x = 4$  và  $y = 4$  thì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật đó là  $160 (m^2)$ .

**Bài 17:**

Khu vườn trồng mía của nhà bác Minh ban đầu có dạng một hình vuông biết chu vi hình vuông là **20 (m)** sau đó được mở rộng bên phải thêm  $y (m)$ , phía dưới thêm  $10x (m)$  nên mảnh vườn trở thành một hình chữ nhật (*hình vẽ bên*)

a/ Tính diện tích khu vườn bác Minh sau khi được mở rộng theo  $x, y$ .

b/ Tính diện tích khu vườn bác Minh sau khi được mở rộng khi

$x = 1 ; y = 2$

Lời giải

a/

Cạnh của mảnh vườn hình vuông ban đầu là  $20 : 4 = 5 (m)$

Chiều rộng của khu vườn sau khi được mở rộng là :  $y + 5 (m)$

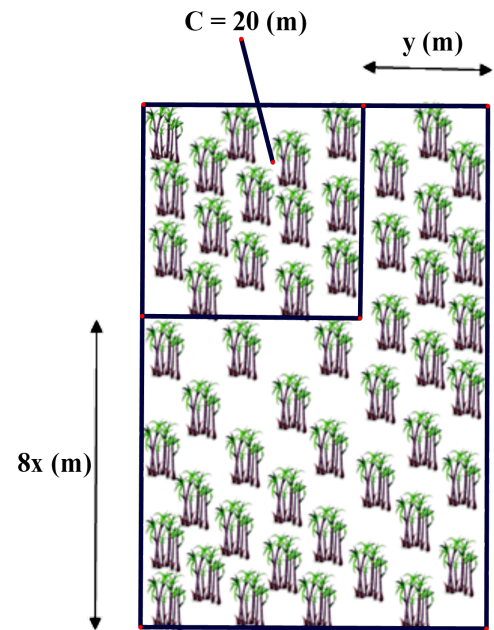
Chiều dài của khu vườn sau khi được mở rộng là :  $8x + 5 (m)$

Diện tích của khu vườn bác Minh sau khi được mở rộng là :

$$(y + 5).(8x + 5) = y.8x + y.5 + 5.8x + 5.5 = 8xy + 5y + 40x + 25 (m^2)$$

b/ Khi  $x = 1 ; y = 2$  thì diện tích khu vườn bác Minh sau khi được mở rộng là :

$$8.1.2 + 5.2 + 40.1 + 25 = 91 (m^2)$$



**Bài 18:**

Một cửa hàng buổi sáng bán được  $xy$  bao gạo thì cửa hàng đó thu được số tiền là  $x^6y^5 - x^5y^4$  nghìn đồng.

- a/ Tính số tiền mỗi bao gạo mà của cửa hàng đó đã bán theo  $x, y$ .
- b/ Tính số tiền mỗi bao gạo mà của cửa hàng đó đã bán khi  $x = 2; y = 2$ .



Lời giải

a/ Số tiền mỗi bao gạo mà của cửa hàng đó đã bán theo  $x, y$  là :

$$(x^6y^5 - x^5y^4) : xy = (x^6y^5 : xy) - (x^5y^4 : xy) = x^5y^4 - x^4y^3 \text{ (nghìn đồng).}$$

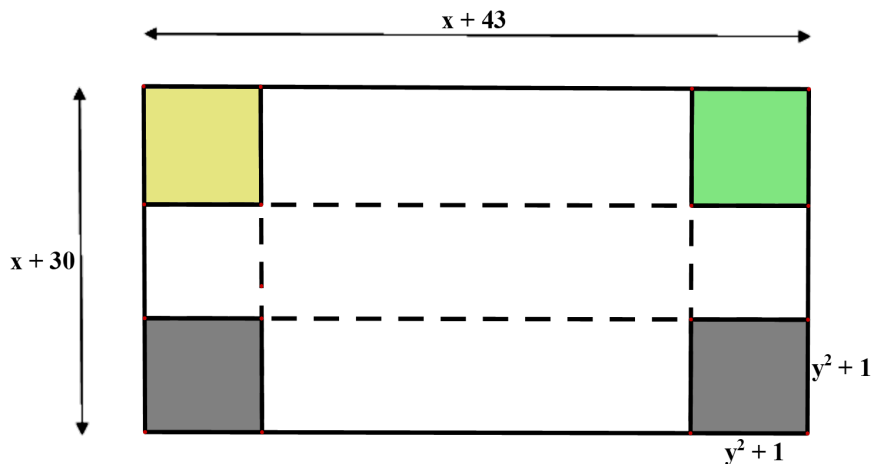
b/ Số tiền mỗi bao gạo mà của cửa hàng đó đã bán khi  $x = 2; y = 2$  là :

$$2^5 \cdot 2^4 - 2^4 \cdot 2^3 = 384 \text{ (nghìn đồng)}$$

**Bài 19:**

Một tấm bìa cứng hình chữ nhật có chiều dài là  $x + 43$  (cm) và chiều rộng là  $x + 30$  (cm). Người ta cắt ở mỗi góc của tấm bìa một hình vuông cạnh  $y^2 + 1$  (cm) (phần tô màu) và xếp phần còn lại thành một cái hộp không nắp.

- a/ Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật trên theo  $x; y$ .
- b/ Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật trên với  $x = 16; y = 4$ .



Lời giải

a/ Chiều cao của hình hộp chữ nhật bằng cạnh của hình vuông cắt đi và bằng  $y^2 + 1$  (cm).

Chiều dài của hình hộp chữ nhật là :  $(x + 43) - (y^2 + 1) \cdot 2 = x + 43 - 2y^2 - 2 = x - 2y^2 + 41$  (cm).

Chiều rộng của hình hộp chữ nhật là:  $(x + 30) - (y^2 + 1) \cdot 2 = x + 30 - 2y^2 - 2 = x - 2y^2 + 28$  (cm).

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật trên theo  $x, y$  là :

$$\begin{aligned} & 2 \left[ (x - 2y^2 + 41) + (x - 2y^2 + 28) \right] \cdot (y^2 + 1) = 2(2x - 4y^2 + 69) \cdot (y^2 + 1) \\ & = (4x - 8y^2 + 138) \cdot (y^2 + 1) = 4x \cdot y^2 - 8y^2 \cdot y^2 + 138y^2 + 4x - 8y^2 + 138 \\ & = 4xy^2 - 8y^4 + 130y^2 + 4x + 138 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

b/ Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật trên với  $x = 16$  ;  $y = 4$  là :

$$4.16.(4)^2 - 8.(4)^4 + 130.(4)^2 + 4.16 + 138 = 1258(\text{cm}^2)$$

#### **D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

**Bài 1.** Tính tổng của hai đa thức

a)  $A = 2x^2 + 3y^2$  và  $B = 3x^2 - 4y^2$  .

b)  $A = 2x^2 - 3xy + 5y^2$  và  $B = 3x^2 + xy - 2y^2$  .

**Bài 2.** Tính tổng và hiệu của hai đa thức  $M$  và  $N$  với:

a)  $M = x^2 + y^2 + 2xy$  và  $N = x^2 + y^2 - 2xy$  .

b)  $M = 2,3x + 3,2y - 10$  và  $N = -0,3x + 2,2y - 5$  .

---

**Bài 3:** Tính tổng  $A + B$  và hiệu  $A - B$  của hai đa thức  $A, B$  trong các trường hợp sau:

a)  $A = 2x + 3y$  và  $B = 2x - y$ .

b)  $A = x^2y + x^3 - xy^2 + 2$  và  $B = x^3 + xy^2 - x^2y - 7$ .

c)  $A = 2x^2 - yz - z^2 + 1$  và  $B = 4yz + 3x^2 + z^2 - 2$ .

d)  $A = x^2y + \frac{3}{2}xy^3 - \frac{11}{2}x^3y^2 + x^3$  và  $B = \frac{1}{2}xy^3 - x^2y + \frac{9}{2}x^3y^2$ .

**Bài 4:** Thực hiện phép tính sau:

a)  $A = (x^2 - xy + y^2) - (-x^2 + 7xy - 5y^2)$ .

b)  $B = (xy^2 - 3x^2y) - (-2xy^2 - 5x^2y) + (x^2y - 3xy^2)$ .

**Bài 5:** Cho các đa thức  $M = 2x^3 - 2x^2y + xy + 1$ ;  $N = 3x^2y + 2xy - 2$  và  $P = x^3 - x^2y - 3xy + 1$ . Tính:

a)  $M + N$ .                      b)  $M - P$ .                      c)  $M - 2P$ .                      d)  $M + N + P$ .

**Bài 6:** Cho các đa thức  $M = 2x^2 - y - 2$ ;  $N = 3x^2 + y + 1$  và  $P = 1 - 5x^2$ . Tính

a)  $M + N$ .                      b)  $M - P$ .                      c)  $M - 2P$ .                      d)  $M + N + P$ .

**Bài 7:** Tìm đa thức  $A, B$  biết

a)  $6x^2 - 3xy^2 + A = x^2 + y^2 - 2xy^2$ .                      b)  $B - (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2$ .

**Bài 8:** Tìm đa thức  $M$  biết:

a)  $M + (3x^2 - 2xy) = 4x^2 + 5xy - y^2$ .                      b)  $M - (x^2 - 5y^2) = 3x^2 - 7xy + 6y^2$ .

c)  $M + (2x^3 - x^2y + 1) = -x^3 + 3x^2y + 2$ .                      d)  $M - (x^2 - 6x + 9) = 0$ .

**Bài 9:** Cho các đa thức  $A = x^2 - 2y^2 + xy + 1$ ;  $B = x^2 + y^2 - x^2y^2 - 1$ . Tìm đa thức  $C$  sao cho:

$C = A + B$ .

$C + A = B$ .

**Bài 10:** Tính giá trị của các đa thức sau:

a)  $A = x^3 + 2xy - 2x^3 + 2y^3 + 2x^3 - y^3$  tại  $x = 2, y = -3$ .

b)  $B = xy + x^2y^2 - x^4y^4 + x^6y^6 - x^8y^8$  tại  $x = 1, y = -1$ .

c)  $C = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{10}y^{10}$  tại  $x = -1, y = 1$ .

**Bài 11:** Thực hiện phép tính

a)  $M = 2x^2(1 - 3x + 2x^2)$ ;                      b)  $N = (2x^2 - 3x + 4) \cdot \left(\frac{-1}{2}x\right)$ ;

c)  $P = \frac{1}{2}xy(-x^3 + 2xy - 4y^2)$ .                      d)  $\frac{1}{2}x^2y\left(2x^3 - \frac{2}{5}xy^2 - 1\right)$

**Bài 12:** Nhân đa thức  $A$  với đơn thức  $B$  biết rằng  $A = \frac{1}{4}x^3y + \frac{-1}{2}x^2 - y^3$  và  $B = (-2xy)^2$ .

**Bài 13:** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = 3x^2(6x^2 + 1) - 9x(2x^3 - x)$ ; ĐS:  $A = 12x^2$

b)  $B = x^2(x - 2y) + 2xy(x - y) + \frac{1}{3}y^2(6x - 3y)$ . ĐS:  $B = x^3 - y^3$

**Bài 14:** Tính giá trị của biểu thức

a)  $M = 2x^2(x^2 - 5) + x(-2x^3 + 4x) + (6 + x)x^2$  tại  $x = -4$ ; ĐS:  $M = -64$

b)  $N = x^3(y + 1) - xy(x^2 - 2x + 1) - x(x^2 + 2xy - 3y)$  tại  $x = 8$  và  $y = -5$ . ĐS:  $Q = -80$

**Bài 15:** Cho biểu thức  $P = x^2(1 - 2x^3) + 2x(x^4 - x + 2) + x(x - 4)$ . Chứng tỏ giá trị của  $P$  không phụ thuộc vào giá trị của  $x$ .

**Bài 16:** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến:

$$A = 2x(x + 7) - 3(x + 7) - 2x(x + 5) - x.$$

**Bài 17:** Cho biểu thức  $B = 10 - 5x(x - 1, 2) + 2x(2, 5x - 3)$ . Chứng minh rằng giá trị của biểu thức này luôn luôn không đổi.

**Bài 18:** Chứng tỏ rằng các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ :

a)  $x(5x - 3) - x^2(x - 1) + x(x^2 - 6x) - 10 + 3x$ ;

b)  $x(x^2 + x + 1) - x^2(x + 1) - x + 5$ .

c)  $(x - 2)(2x - 1) - (2x - 3)(x - 1) - 2$

**Bài 19:** Tính giá trị của biểu thức

a)  $P = 5x(x^2 - 3) + x^2(7 - 5x) - 7x^2$  tại  $x = -5$ ;

b)  $Q = x(x - y) + y(x - y)$  tại  $x = 1, 5$  và  $y = 10$ .

c)  $Q = (3y + x)(9y^2 - 3xy + x^2)$  tại  $x = 3$  và  $y = \frac{1}{3}$ .

**Bài 20:** Chứng minh đẳng thức  $(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) = x^4 - y^4$ .

**Bài 21:** Chứng minh đẳng thức  $(x + y)(x + y + z) - 2(x + 1)(y + 1) + 2 = x^2 + y^2$ .

**Bài 22:** Chứng minh đẳng thức  $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$

**Bài 23:** Chứng minh đẳng thức  $(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$

**Bài 24:** Cho  $ab = 1$ . Chứng minh đẳng thức  $a(b + 1) + b(a + 1) = (a + 1)(b + 1)$ .

**Bài 25:** Làm tính nhân: a)  $(2x + 7)(3x - 1)$ ; b)  $(5x - 2y)(x^2 - xy + 1)$ ;

c)  $(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ ; d)  $(5x^2 - 4x)(2x^2 + 9x - 3)$ .

**Bài 26:** Thực hiện phép tính:

a)  $(x - 7)(x - 5)$ ; b)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)(2x - 3)$ ; c)  $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)(4x - 1)$ .

d)  $(x - y)(y^2 + xy + x^2)$

**Bài 27:** Làm tính chia:

a)  $(3x^5 - 5x^6 - 7x^3) : 5x^2$ ; ĐS:  $\frac{3}{5}x^3 - x^4 - \frac{7}{5}x$

b)  $(5x^6y^7 + 4x^5y^6 + 3x^4y^5) : (-x^3y^2)$ ; ĐS:  $-5x^3y^5 - 4x^2y^4 - 3xy^3$

c)  $\left(\frac{5}{8}x^5y^8 - 5x^4y^2 + \frac{7}{9}x^7y^9\right) : \frac{5}{3}x^3y$ ; ĐS:  $\frac{3}{8}x^2y^7 - 3xy + \frac{7}{15}x^4y^8$

d)  $(x^3y^4z^2 - 2x^4y^2z^4 + 7x^5y^2z^3) : x^2y^2z^2$ . ĐS:  $xy^2 - 2x^2z^2 + 7x^3z$

**Bài 28:** Làm tính chia:

a)  $(3y^5 + 2y^7 - 4y^4) : 6y^3$ ; ĐS:  $\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}y^4 - \frac{2}{3}y$

b)  $(2x^2y^4 + 3x^5y^6 - 5x^7y^2) : (-xy)$ ; ĐS:  $-2xy^3 - 3x^4y^5 + 5x^6y$

c)  $\left(\frac{2}{5}x^4y^6 + 2x^2y^4 - \frac{1}{5}x^4y^2\right) : \frac{4}{5}x^2y^2$ ; ĐS:  $\frac{1}{2}x^2y^4 + \frac{5}{2}y^2 - \frac{1}{4}x^2$

d)  $(3x^3y^2z^2 + 5x^4y^5z^3 + 6x^6y^4z^7) : x^3yz^2$ . ĐS:  $3y + 5xy^4z + 6x^3y^3z^5$



## NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.

#### 1. Bình phương một tổng.

- *Quy tắc:* Bình phương của một tổng gồm hai số bằng tổng bình phương mỗi số với 2 lần tích hai số đó.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

*Ví dụ:*  $(x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = x^2 + 4x + 4.$

#### 2. Bình phương một hiệu.

- *Quy tắc:* Bình phương của một hiệu gồm hai số bằng hiệu của tổng bình phương mỗi số với 2 lần tích hai số đó.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

*Ví dụ:*  $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 9 = x^2 - 6x + 9.$

#### 3. Hiệu hai bình phương.

- *Quy tắc:* Hiệu hai bình phương bằng tích của tổng với hiệu của hai số đó.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (a - b)(a + b).$$

*Ví dụ:*  $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2).$

#### 4. Lập phương của một tổng.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

*Ví dụ:*  $(x + 1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$

#### 5. Lập phương của một hiệu.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

*Ví dụ:*  $(x - 2)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8.$

#### 6. Tổng hai lập phương.

- *Quy tắc:* Tổng của hai lập phương bằng tích của tổng hai số với bình phương thiếu của hiệu hai số đó.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

*Chú ý:* biểu thức  $a^2 - ab + b^2$  được gọi là bình phương thiếu của hiệu.

*Ví dụ:*  $x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4).$

#### 7. Hiệu hai lập phương.

- *Quy tắc:* Hiệu của hai lập phương bằng tích của hiệu hai số với bình phương thiếu của tổng hai số đó.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

*Chú ý:* biểu thức  $a^2 + ab + b^2$  được gọi là bình phương thiếu của tổng.

**Ví dụ:**  $x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9).$

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1: Thực hiện phép tính**

- Vận dụng linh hoạt các hằng đẳng thức ở phần trọng tâm kiến thức.

**Ví dụ 1.** Thực hiện phép tính

a)  $(x + 1)^2$ ;                      b)  $(2x - 1)^2$ ;                      c)  $(x - 3)(3 + x)$ ;                      d)  $(x^2 + 2)^2$ .

**Ví dụ 2.** Khai triển các biểu thức sau

a)  $(2x + 3y)^2$ ;                      b)  $(xy - 3)^2$ ;  
 c)  $(2xy - 1)(2xy + 1)$ ;                      d)  $2\left(\frac{1}{2}x^2 + y\right)(x^2 - 2y).$

**Ví dụ 3.** Khai triển các biểu thức sau

a)  $A = (x + y + z)^2$ ;                      ĐS:  $A = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$   
 b)  $B = (a - b - c)^2$ .                      ĐS:  $B = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

**Ví dụ 4.** Thực hiện phép tính:

a)  $(x + 3)^3$ ;                      b)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$ ;                      c)  $(x - 3y)^3$ ;                      d)  $\left(x + \frac{y^2}{3}\right)^3$ .

**Ví dụ 5.** Thực hiện phép tính

a)  $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ ;                      b)  $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ ;  
 c)  $\left(1 - \frac{x}{2}\right)\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right)$ ;                      d)  $\left(y - \frac{x}{y}\right)\left(y^2 + x + \frac{x^2}{y^2}\right).$

**Ví dụ 6.** Thực hiện phép tính

a)  $M = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ ;                      b)  $N = (1 - 3x)(1 + 3x + 9x^2)$ ;  
 c)  $P = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$ ;                      d)  $Q = (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2).$

**Dạng 2: Viết biểu thức dưới dạng tích**

- Sử dụng cách viết ngược lại của các hằng đẳng thức đã nêu ở phần trọng tâm kiến thức.
- Lưu ý:  $a \cdot a = a^2$ . Như vậy bình phương của một số cũng gọi là dạng tích của số đó.

**Ví dụ 7.** Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a)  $x^2 + 6x + 9$ ;

b)  $9x^2 - 6x + 1$ ;

c)  $x^2y^2 + xy + \frac{1}{4}$ ;

d)  $(x - y)^2 + 6(x - y) + 9$ .

**Ví dụ 8.** Điền các đơn thức vào chỗ “...” để hoàn thành các hằng đẳng thức sau

a)  $x^2 + 6x + \dots = (x + \dots)^2$ ;

b)  $4x^2 - 4x + \dots = (2x - \dots)^2$ ;

c)  $9x^2 - \dots + \dots = (3x - 2y)^2$ ;

d)  $(x - \dots) \left( \dots + \frac{y}{3} \right) = \dots - \frac{y^2}{9}$ .

**Ví dụ 9.** Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc hiệu:

a)  $-x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ ;

b)  $x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}$ ;

c)  $x^6 - 3x^4y + 3x^2y^2 - y^3$ ;

d)  $(x - y)^3 + (x - y)^2 + \frac{1}{3}(x - y) + \frac{1}{27}$ .

**Ví dụ 10.** Viết các biểu thức sau dưới dạng tích:

a)  $x^3 + 27$ ;

b)  $x^3 - \frac{1}{8}$ ;

c)  $8x^3 + y^3$ ;

d)  $8x^3 - 27y^3$ .

### Dạng 3: Tính giá trị của biểu thức

- Bước 1: Rút gọn biểu thức (nếu cần).
- Bước 2: Thay giá trị của biến vào biểu thức rồi thực hiện phép tính.

**Ví dụ 14.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $A = -x^3 + 6x^2 - 12x + 8$  tại  $x = -28$ ;

ĐS: 27000

b)  $B = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$  tại  $x = \frac{1}{2}$ ;

ĐS: 8

c)  $C = (x + 2y)^3 - 6(x + 2y)^2 + 12(x + 2y) - 8$  tại  $x = 20, y = 1$ .

ĐS: 8000

**Ví dụ 15.** Tính bằng cách hợp lí:

a) Tính  $11^3 - 1$ ;

ĐS: 1330

b) Tính giá trị biểu thức  $x^3 - y^3$  biết  $x - y = 6$  và  $x \cdot y = 9$ .

ĐS: 378

**Ví dụ 16.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $M = (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - (3 - 2x)(4x^2 + 6x + 9)$  tại  $x = 20$ ;      ĐS: 72000

b)  $N = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + 16y^3$  biết  $x + 2y = 0$ .      ĐS: 0

**Dạng 4: Tính nhanh**

- Áp dụng các hằng đẳng thức một cách linh hoạt cho các số tự nhiên.

**Ví dụ 17.** Tính nhanh

a)  $101^2$ ;                                      b)  $75^2 - 50 \cdot 75 + 25^2$ ;                      c)  $103 \cdot 97$ .

**Ví dụ 18.** Tính nhanh:

a)  $101^3$ ;                                      ĐS: 1030301                                      b)  $98^3 + 6 \cdot 98^2 + 12 \cdot 98 + 8$ ;      ĐS: 1000000

c)  $99^3$ ;                                      ĐS: 970299                                      d)  $13^3 - 9 \cdot 13^2 + 27 \cdot 13 - 27$ .      ĐS: 1000

**Ví dụ 19.** Tính giá trị của biểu thức  $P = 9x^2 - 12x + 4$  trong mỗi trường hợp sau

a)  $x = 34$ ;                                      ĐS:  $P = 10000$

b)  $x = \frac{2}{3}$ ;                                      ĐS:  $P = 0$

c)  $x = \frac{-8}{3}$ .                                      ĐS:  $P = 100$

**Dạng 5: Chứng minh đẳng thức. Rút gọn biểu thức**

- Áp dụng các hằng đẳng thức một cách linh hoạt để biến đổi vế này thành vế kia trong một đẳng thức.

**Ví dụ 20.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$ ;                                      b)  $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$ .

**Ví dụ 21.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $M = (x + 3y)^2 - (x - 3y)^2$ ;                                      ĐS:  $M = 12xy$

b)  $Q = (x - y)^2 - 4(x - y)(x + 2y) + 4(x + 2y)^2$ .      ĐS:  $Q = (-x - 5y)^2$

**Ví dụ 22.** Rút gọn biểu thức:

a)  $A = (x + 2)^3 + (x - 2)^3 - 2x(x^2 + 12)$ ;

b)  $B = (xy + 2)^3 - 6(xy + 2)^2 + 12(xy + 2) - 8$ .

**Ví dụ 23.** Rút gọn các biểu thức:

a)  $A = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (x^3 + 3)$ ;

b)  $B = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 8\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$ ;

c)  $C = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - (2y - 3x)(4y^2 + 6xy + 9x^2)$ .

**Dạng 6\*\*\*\*: Chứng minh bất đẳng thức; tìm GTLN hoặc GTNN của biểu thức**

- Bước 1: Đưa các biểu thức về dạng bình phương của một tổng hoặc một hiệu.
- Bước 2: Đánh giá dựa vào kết quả  $A^2 \geq 0$  và  $-A^2 \leq 0$ .
- Bước 3: Kết luận GTLN hoặc GTNN  
 $A \leq M$  thì biểu thức A có GTLN là M.  
 $A \geq m$  thì biểu thức A có GTNN là m.

**Ví dụ 24.** Chứng minh

a) Biểu thức  $4x^2 - 4x + 3$  luôn dương với mọi  $x$ .

b) Biểu thức  $y - y^2 - 1$  luôn âm với mọi  $y$ .

**Ví dụ 25.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a)  $M = x^2 - 4x + 5$ ;

ĐS:  $M_{min} = 1 \Leftrightarrow x = 2$

b)  $N = y^2 - y - 3$ ;

ĐS:  $N_{min} = \frac{-13}{4} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

c)  $P = x^2 + y^2 - 4x + y + 7$ .

ĐS:  $P_{min} = \frac{11}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

**Ví dụ 26.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = -x^2 - 6x + 1$ . ĐS:  $A_{max} = 10 \Leftrightarrow x = -3$

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Khai triển biểu thức sau

a)  $(x + 3)^2$ ;

b)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ ;

c)  $(3x - y)^2$ ;

d)  $\left(x - \frac{1}{2}x^2y\right)^2$ ;

e)  $(2xy^2 - 1)(1 + 2xy^2)$ ;

f)  $(x - y + 2)^2$ .

**Bài 8.** Thực hiện phép tính

b)  $(3x - 1)^2$ ;

c)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - x\right)$ ;

d)  $\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)^2$ .

**Bài 9.** Khai triển các biểu thức sau

a)  $(2x + y)^2$ ;

b)  $(2 - xy)^2$ ;

c)  $(3x - 2y)(3x + 2y)$ ;

d)  $2\left(x^2 + \frac{1}{2}y\right)(2x^2 - y)$ .

**Bài 2.** Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a)  $x^2 + 8x + 16$ ;

b)  $9x^2 - 24x + 16$ ;

c)  $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ ;

d)  $4x^2y^4 - 4xy^3 + y^2$ ;

e)  $(x - 2y)^2 - 4(x - 2y) + 4$ ;

f)  $(x + 3y)^2 - 12xy$ .

**Bài 1.** Tính:

a)  $(x - 2)^3$ ;

b)  $(2x - 3y)^3$ ;

c)  $\left(x + \frac{y}{x}\right)^3$ ;

d)  $(2x^2 + 3y)^3$ .

**Bài 2.** Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ ;

b)  $-\frac{x^3}{8} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ ;

c)  $x^6 - \frac{3}{2}x^4y + \frac{3}{4}x^2y^2 - \frac{1}{8}y^3$ .

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức:

a)  $A = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ;

b)  $B = 1 - \frac{3x}{2} + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^3}{8}$ ;

c)  $C = (2x + y)^3 - 6(2x + y)^2 \cdot x + 12(2x + y)x^2 - 8x^3$ .

**Bài 4.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $M = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$  tại  $x = 25,5$ ;

ĐS: 125000

b)  $N = 1 - x + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{27}$  tại  $x = -27$ ;

ĐS: 1000

c)  $Q = \frac{x^3}{y^3} + 6\frac{x^2}{y^2} + 12\frac{x}{y} + 8$  tại  $x = 36, y = 2$ .

ĐS: 8000

**Bài 5.** Tính nhanh:

a)  $51^3$ ;

ĐS: 132651

b)  $89^3 + 33 \cdot 89^2 + 3 \cdot 121 \cdot 89 + 11^3$ ;

ĐS: 1000000

c)  $23^3 - 9 \cdot 23^2 + 27 \cdot 23 - 27$ .

ĐS: 8000

**Bài 1.** Đơn giản biểu thức:

a)  $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$ ;

b)  $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$ ;

c)  $\left(1 - \frac{x}{2}\right)\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right)$ ;

d)  $\left(\frac{x}{3} - y\right)\left(\frac{x^2}{9} + \frac{xy}{3} + y^2\right)$ .

**Bài 3.** Tính nhanh

a)  $103^2$ ;

ĐS: 10609

b)  $96^2 + 8 \cdot 96 + 4^2$ ;

ĐS: 10000

c)  $99 \cdot 101$ .

ĐS: 9999

**Bài 4.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = (2x - 3)^2 - (2x + 3)^2$ ;

ĐS:  $A = -24x$

b)  $B = (x + 1)^2 - 2(2x - 1)(1 + x) + 4x^2 - 4x + 1$ .

ĐS:  $B = (-x + 2)^2$

**Bài 1.** Tính:

a)  $(4x + 7)^2$ ;                      b)  $\left(6x - \frac{1}{3}y\right)^2$ ;                      c)  $(3x^2 - 5xy^3)(3x^2 + 5xy^3)$ .

**Bài 2.** Viết các đa thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu.

a)  $x^2 - 6xy + 9y^2$ ;

b)  $4x^2 + 4x + 1$ .

**Bài 5.** Tính giá trị của biểu thức

a)  $N = x^2 - 10x + 25$  tại  $x = 55$ ;

ĐS:  $N = 2500$

b)  $P = \frac{x^4}{4} - x^2y + y^2$  tại  $x = 4; y = \frac{1}{2}$ .

ĐS:  $P = \frac{225}{9}$

**Bài 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a)  $A = x^2 - 4x + 6$ ;

ĐS:  $A_{\min} = 2 \Leftrightarrow x = 2$

b)  $B = y^2 - y + 1$ ;

ĐS:  $B_{\min} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - y + 5$ .

ĐS:  $C_{\min} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

**Bài 7.** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

a)  $A = -x^2 + 4x + 2$ ;

ĐS:  $A_{\max} = 6 \Leftrightarrow x = 2$

b)  $B = x - x^2 + 2$ .

ĐS:  $B_{\max} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

**Bài 10.** Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a)  $x^2 + 4x + 4$ ;

b)  $4x^2 - 4x + 1$ ;

c)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$ ;

d)  $4(x + y)^2 - 4(x + y) + 1$ .

**Bài 11.** Hoàn thiện các hằng đẳng thức sau

a)  $\dots - 10x + 25 = (x - \dots)^2$ ;

b)  $\dots - 4x^2 + x^4 = (\dots - x^2)^2$ ;

c)  $x^2 - \dots + 9y^2 = (x - \dots)^2$ ;

d)  $(2x + \dots)(\dots - y^2) = 4x^2 - y^4$ .

**Bài 12.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  $(a^2 - 1)^2 + 4a^2 = (a^2 + 1)^2$ .

b)  $(x - y)^2 + (x + y)^2 + 2(x^2 - y^2) = 4x^2$ .

**Bài 13.** Rút gọn các biểu thức

a)  $A = (2x + y)^2 - (2x - y)^2$ ;

ĐS:  $M = 8xy$

b)  $B = (x - 2y)^2 - 4(x - 2y)y + 4y^2$ .

ĐS:  $Q = x^2 - 8xy + 16y^2$

**Bài 14.** Khai triển các biểu thức sau

a)  $C = (x + y - z)^2$ ;

ĐS:  $C = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$

b)  $D = (a + 1 - b)^2$ .

ĐS:  $D = a^2 + 1 + b^2 + 2a - 2ab - 2b$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức:

a)  $(7x + 4)^2 - (7x + 4)(7x - 4)$ ;

b)  $(x + 2y)^2 - 6xy(x + 2y)$ .

**Bài 17.** Tính: a)  $\left(\frac{1}{2}x + 4\right)^2$ ;

b)  $(7x - 5y)^2$ ;

c)  $(6x^2 + y^2)(y^2 - 6x^2)$ ;

d)  $(x + 2y)^2$ ;

e)  $(x - 3y)(x + 3y)$ ; f)  $(5 - x)^2$ .

**Bài 15.** Tính nhanh

a)  $501^2$ ;

b)  $88^2 + 24 \cdot 88 + 12^2$ ;

c)  $52 \cdot 48$ .

**Bài 16.** Tính giá trị của biểu thức  $Q = 9x^2 + 6x + 1$  trong mỗi trường hợp sau

a)  $x = 33$ ;

ĐS:  $Q = 10000$

b)  $x = \frac{-1}{3}$ ;

ĐS:  $Q = 0$

c)  $x = \frac{-11}{3}$ .

ĐS:  $Q = 100$

**Bài 18.** Thực hiện phép tính

a)  $(x - 1)^2$ ;

b)  $(3 - y)^2$ ;

c)  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ .

**Bài 19.** Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hoặc một hiệu

a)  $x^2 - 10x + 25$ ;

b)  $49 + x^2 + 14x$ ;

c)  $x^2 + x + \frac{1}{4}$ .

**Bài 2.** Rút gọn biểu thức:

a)  $P = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) + (x + 1)(x^2 - x + 1)$ ;



b)  $Q = (x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x + y)(x^2 - xy + y^2) + 2y^3$ .

**Bài 3.** Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của  $x$

a)  $A = 6(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 6x^3 - 2$ ;

b)  $B = 2(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) - 54x^3$ .

**Bài 4.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $A = (x + y)^3 + x^3$  biết  $2x + y = 0$ ;

ĐS: 0

b)  $B = x^3 - y^3 - 3xy$  biết  $x - y = 1$ .

ĐS: 1

**Bài 5.** Viết các biểu thức sau dưới dạng tích:

a)  $x^3 + 1$ ;                      b)  $x^3 - \frac{1}{27}$ ;                      c)  $x^3 - 27y^3$ ;                      d)  $27x^3 + 8y^3$ .

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức:

a)  $A = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x^3 + 2$ ;

b)  $B = (x - 1)(x^2 + x + 1) - (x + 1)(x^2 - x + 1)$ ;

c)  $C = (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) + (y - 3x)(y^2 + 3xy + 9x^2)$ .

**Bài 8.**

a) Chứng minh  $A^3 + B^3 = (A + B)^3 - 3AB(A + B)$  và  $A^3 - B^3 = (A - B)^3 + 3AB(A - B)$

b) Áp dụng để tính  $101^3 - 1$ .

ĐS: 1030300

c) Tính giá trị biểu thức  $x^3 + y^3$  biết  $x + y = 2$  và  $x \cdot y = -3$ .

ĐS: 26

**Bài 9.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $P = (x + 4)(x^2 - 4x + 16) - (64 - x^3)$  tại  $x = 100$ ;

ĐS: 2000000

b)  $Q = (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) + 2y^3$  biết  $2x + y = 0$ .

ĐS: 0

**Bài 1.** Tính:

a)  $(2x^2 + 5y)^3$ ;

b)  $(3x^3 - 4xy)^3$ ;

c)  $\left(6x + \frac{1}{2}\right)\left(36x^2 - 3x + \frac{1}{4}\right)$ ;

d)  $(x - 5y^2)(x^2 + 5xy^2 + 25y^4)$ .

**Bài 8.** Tính: a)  $(5x + 1)^3$ ;

b)  $(x - 2y)^3$ ;

$$\text{c) } (4x + 5)(16x^2 - 20x + 25); \quad \text{d) } \left(6x - \frac{1}{3}\right)\left(36x^2 + 2x + \frac{1}{9}\right).$$

**Bài 2.** Viết các đa thức sau dưới dạng bình phương hay lập phương của một tổng hoặc hiệu.

$$\text{a) } 25x^2 - 5xy + \frac{1}{4}y^2; \quad \text{b) } 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3.$$

**Bài 3.** Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống

$$\text{a) } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - \square + \frac{1}{x^2};$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}x + \square\right)\left(\frac{1}{4}x^2 - \square + \frac{1}{9}y^2\right) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{27}y^3.$$

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức:  $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2) - (3x - y)^3 - 27x^2y$ .

**Bài 20.** Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } (x + y)^2 - (x - y)^2; \quad \text{b) } 2(x - y)(x + y) + (x + y)^2 + (x - y)^2.$$

**Bài.** Tính nhanh (không dùng MTBT)

$$\text{a) } 98^2; \quad \text{b) } 63^2 - 37^2; \quad \text{c) } 105^2; \quad \text{d) } 97^2 - 9.$$

**Bài 22.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với  $x = -19$ .

$$A = (3x + 2)^2 + (2x - 7)^2 - 2(3x + 2)(2x + 5).$$

**Bài 23.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với  $x = \frac{1}{5}$ .

$$B = (3x - 1)^2 - (x + 7)^2 - 2(2x - 5)(2x + 5).$$

**Bài 4.** Cho biểu thức  $A = 5(x + 3)(x - 3) + (2x + 3)^2 + (x - 6)^2$ . Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức  $A$  với  $x = -\frac{1}{5}$ .

**Bài 5.** Cho biết  $x + y = 15$  và  $xy = -100$ . Tính giá trị của biểu thức  $B = x^2 + y^2$ .

**Bài 6.** Tính nhanh giá trị của biểu thức

$$\text{a) } C = 39^2 + 78 \cdot 61 + 61^2; \quad \text{b) } D = 50^2 - 49 \cdot 51.$$

**Bài 7.** Chứng minh đẳng thức  $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$ .

**Bài 8.** Chứng minh đẳng thức

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - (x - y)^2 - (y - z)^2 - (z - x)^2 = (x + y + z)^2.$$

**Bài 17.** Chứng tỏ

a)  $x^2 - 6x + 10 > 0$  với mọi  $x$ ;                      b)  $4y - y^2 - 5 < 0$  với mọi  $y$ .

**Bài 18.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a)  $P = x^2 - 6x + 11$ ; ĐS:  $P_{\min} = 2 \Leftrightarrow x = 3$

b)  $Q = y^2 + y$ ; ĐS:  $Q_{\min} = \frac{-1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$

c)  $K = x^2 + y^2 - 6x + y + 10$ . ĐS:  $K_{\min} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

**Bài 19.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $B = 4x - x^2 + 5$ . ĐS:  $B_{\max} = 9 \Leftrightarrow x = 2$ .

**Bài 12.** Chứng minh giá trị của biểu thức  $P = x^2 - 2x + 3$  luôn luôn dương với mọi  $x$ .

**Bài 13.** Chứng minh giá trị của biểu thức  $Q = 6x - x^2 - 10$  luôn luôn âm với mọi giá trị của  $x$ .

**Bài 14.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + 10x + 28$ .

**Bài 15.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = 5x^2 - 10x$ .

**Bài 16.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x - x^2 - 1$ .

**Bài 24.** Chứng minh rằng  $(2n + 3)^2 - (2n - 1)^2$  chia hết cho 8 với  $n \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 25.** Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a)  $A = 4x^2 - 12x + 10$ ;                      b)  $B = 2x - x^2 - 2$ .

**Bài.** Cho  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ . Chứng minh rằng  $a = b = c$ .

**Bài 5.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$A = (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4) - 3(9x^3 - 2).$$

**Bài 6.** Giá trị của biểu thức sau có phụ thuộc vào giá trị của biến không?

$$B = (x + 1)^3 - (x - 1)(x^2 + x + 1) - 3x(x + 1).$$

**Bài 7.** Chứng minh đẳng thức:  $a^3 + b^3 = (a + b)[(a - b)^2 + ab]$ .

**Bài.** Rút gọn các biểu thức sau:  $(x + 2)^3 + (x - 2)^3 + x^3 - 3x(x + 2)(x - 2)$ .

**Bài.** Chứng minh đẳng thức  $(x + y)^3 - (x - y)^3 = 2y(3x^2 + y^2)$ .

**Bài.** Cho  $x - y = 1$ , tính giá trị của biểu thức  $M = 2(x^3 - y^3) - 3(x^2 + y^2)$ .

---

Phân  
thức đại

## PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC .

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.

#### 1. Phân tích đa thức thành nhân tử.

- Phân tích đa thức thành nhân tử là viết đa thức dưới dạng tích của những đa thức.

#### 2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức.

- Ngoài cách đặt nhân tử chung ta còn sử dụng bảy hằng đẳng thức đáng nhớ để phân tích đa thức thành nhân tử. Cụ thể :

$$(1) a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2; \quad (2) a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

$$(3) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b); \quad (4) a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3;$$

$$(5) a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3; \quad (6) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$(7) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

**Ví dụ:** Phân tích thành nhân tử các biểu thức

a)  $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2).$

b)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 - 2^3 = (x - 2)^3.$

c)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 9 = (x^3 - 6x + 12x - 8) - 1$   
 $= (x - 2)^3 - 1$   
 $= (x - 2 - 1)[(x - 2)^2 + (x - 2) + 1]$   
 $= (x - 3)(x^2 - 3x + 3).$

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp vận dụng trực tiếp hằng đẳng thức

- Bước 1: Biến đổi đa thức đã cho về đúng dạng hằng đẳng thức cần sử dụng.
- Bước 2: Phân tích thành nhân tử.

**Ví dụ 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 + 4x + 4.$       b)  $4x^2 - 4x + 1.$       c)  $2x - 1 - x^2.$       d)  $x^2 + x + \frac{1}{4}.$

**Ví dụ 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $3 - x^2$ .      b)  $3 - (x + 1)^2$ .      c)  $(x + 5)^2 - 4x^2$ .      d)  $(x + 1)^2 - (2x - 1)^2$ .

**Ví dụ 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - 6xy + 9y^2$  .      ĐS:  $(x - 3y)^2$

b)  $x^2 - 9y^2$  .      ĐS:  $(x - 3y)(x + 3y)$

c)  $x^2y^2 - 4xy + 4$  .      ĐS:  $(xy - 2)^2$

d)  $y^2 - (x^2 - 2x + 1)$  .      ĐS:  $(y - x + 1)(y + x - 1)$

**Ví dụ 4.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $8x^3 - 1$  .      ĐS:  $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

b)  $8(x + 2)^3 - 1$  .      ĐS:  $(2x + 3)(4x^2 + 18x + 21)$

c)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  .      ĐS:  $(x + 2)^3$

d)  $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$  .      ĐS:  $(2x - y)^3$

**Dạng 2:** Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp vận dụng hằng đẳng thức thông qua nhóm số hạng và đặt nhân tử chung.

- Nhóm các số hạng xuất hiện hằng đẳng thức thành một nhóm, các số hạng còn lại thành một nhóm
- Dùng hằng đẳng thức để viết nhóm các số hạng xuất hiện hằng đẳng thức thành tích
- Đặt nhân tử chung ở các nhóm ra ngoài để viết thành tích

**Ví dụ 5.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a/  $x^2 - 4x + 4 - y^2$       ĐS:  $(x - 2 - y)(x - 2 + y)$

b/  $x^2 + 2xy + y^2 - x - y$       ĐS:  $(x + y)(x + y - 1)$

c/  $x^2 - 2xy + y^2 - 9$       ĐS:  $(x - y + 3)(x - y - 3)$

**Dạng 3\*\*:** Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách áp dụng nhiều hằng đẳng thức

- Sử dụng các phép phân tách hoặc thêm bớt hợp lý để đưa biểu thức về dạng hằng đẳng thức cần sử dụng và phân tích thành nhân tử.
- Lưu ý: có thể áp dụng nhiều hằng đẳng thức trong một bài toán.

**Ví dụ 6.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a)  $x^2 + 2x + 1$  . ĐS:  $(x + 1)^2$
- b)  $x^2 + 2x - 3$  . ĐS:  $(x + 3)(x - 1)$
- c)  $x^2 - 2x - 2$  . ĐS:  $(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$
- d)  $4x^2 - 4xy - y^2$  . ĐS:  $(2x - y - \sqrt{2}y)(2x - y + \sqrt{2}y)$

**Ví dụ 7.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a)  $(x + 2)^3 + 1$  . ĐS:  $(x + 3)(x^2 + 3x + 3)$
- b)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 9$  . ĐS:  $(x + 3)(x^2 + 3x + 3)$
- c)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 7$  . ĐS:  $(x + 1)(x^2 + 5x + 7)$
- d)  $2x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  . ĐS:  $(2x + 2)(x^2 + 2x + 4)$

**Dạng 4: Chứng minh các bài toán chia hết**

Biểu thức A chia hết cho biểu thức B khi và chỉ khi có biểu thức Q khác 0 sao cho

$$A = Q \cdot B.$$

**Ví dụ 8.** Chứng minh:

- a)  $(2k - 1)^2 - 9$  chia hết cho 4. b)  $4 - (1 + 3k)^2$  chia hết cho 3.

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- 1)  $x^2 + 8x + 16$  . ĐS:  $(x + 4)^2$  2)  $9x^2 - 6x + 1$  . ĐS:  $(3x - 1)^2$
- 3)  $10x - 25 - x^2$  . ĐS:  $-(x - 5)^2$  4)  $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$  . ĐS:  $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2$
- 5)  $16 - x^2$  . ĐS:  $(4 - x)(4 + x)$
- 6)  $16 - (3x + 1)^2$  . ĐS:  $(3 - 3x)(5 + 3x)$
- 7)  $(2x + 5)^2 - 9x^2$  . ĐS:  $(5 - x)(5x + 5)$

8)  $(2x - 1)^2 - (3x - 1)^2$ . ĐS:  $-x(5x - 2)$

9)  $4x^2 - 4xy + y^2$ . ĐS:  $(2x - y)^2$

10)  $(x + 1)^2 - 9y^2$ . ĐS:  $(x + 3y + 1)(x - 3y + 1)$

11)  $x^4y^4 + 4x^2y^2 + 4$ . ĐS:  $(x^2y^2 + 2)^2$

12)  $y^2 - 4y + 4 - x^2$ . ĐS:  $(y - 2 + x)(y - 2 - x)$

13)  $1 - 27x^3$ . ĐS:  $(1 - 3x)(1 + 3x + 9x^2)$

14)  $(x - 3)^3 + 27$ . ĐS:  $x(x^2 - 9x + 27)$

15)  $27x^3 + 27x^2 + 9x + 1$ . ĐS:  $(3x + 1)^3$

16)  $\frac{x^6}{27} - \frac{x^4y}{3} + x^2y - y^3$ . ĐS:  $\left(\frac{x^2}{3} - y\right)^3$

17)  $(2x - 1)^3 + 8$ . ĐS:  $(2x + 1)(4x^2 - 8x + 7)$

18)  $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ . ĐS:  $(2x - 1)^3$

19)  $8x^3 - 12x^2 + 6x - 2$ . ĐS:  $(2x - 2)(4x^2 - 2x + 1)$

20)  $9x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ . ĐS:  $(3x - 1)(3x^2 - 3x + 1)$

21)  $x^2 + 6x + 9$ .      22)  $9x^2 - 6x + 1$ .      23)  $4x - 4 - x^2$ .      24)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$ .

25)  $x^2 - 9$ .      26)  $(x + 1)^2 - 9$ .      27)  $(4x - 1)^2 - 9x^2$ .      28)  $(x + 2)^2 - (3x - 1)^2$ .

**Bài 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1)  $x^2 - 4xy + 4y^2$ . ĐS:  $(x - 2)^2$

2)  $9x^2 - y^2$ . ĐS:  $(3x - y)(3x + y)$

3)  $9x^2y^2 - 6xy + 1$ . ĐS:  $(3xy - 1)^2$

4)  $x^2 - (y^2 - 4y + 4)$ . ĐS:  $(x + y - 2)(x - y + 2)$

5)  $x^3 - 8$ . ĐS:  $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

6)  $x^3 - (x + 3)^3$ . ĐS:  $-3(3x^2 + 9x + 9)$



- 7)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$  . ĐS:  $(x + 2)^3$
- 8)  $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$  . ĐS:  $(2x - y)^3$
- 9)  $4x^2 - 4x + 1$  . ĐS:  $(2x - 1)^2$
- 10)  $4x^2 - 4x - 3$  . ĐS:  $(2x - 3)(2x + 1)$
- 11)  $4x^2 + 4x - 1$  . ĐS:  $(2x + 1 - \sqrt{2})(2x + 1 + \sqrt{2})$
- 12)  $x^2 - 4xy - 5y^2$  . ĐS:  $(x - 5y)(x + y)$
- 13)  $(x - 1)^3 - 1$  . ĐS:  $(x - 2)(x^2 - x + 1)$
- 14)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$  . ĐS:  $(x - 2)(x^2 - x + 1)$
- 15)  $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$  . ĐS:  $(x + 1)(x^2 - 4x + 7)$
- 16)  $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  . ĐS:  $(2x - 1)(x^2 - x + 1)$

**Bài 3.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- |   |                                     |                                  |
|---|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $x^2 - 25$ ;                                   | 2) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ ;       | 3) $x^6 - y^4$ .                 |
| 4) $(2x - 5)^2 - 64$ ;                            | 5) $81 - (3x + 2)^2$ ;              | 6) $9(x - 5y)^2 - 16(x + y)^2$ . |
| 7) $x^3 - 8$ ;                                    | 8) $27x^3 + 125y^3$ ;               | 9) $x^6 + 216$ .                 |
| 10) $x^2 + 8x + 16$ ;                             | 11) $9x^2 - 12xy + 4y^2$ ;          | 12) $-25x^2y^2 + 10xy - 1$ .     |
| 13) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ;                      | 14) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ . |                                  |
| 15) $x^7 + 1$ ;                                   | 16) $x^{10} - 1$ .                  |                                  |
| 17) $x^2 - 9$ ;                                   | 18) $4x^2 - 25$ ;                   | 19) $x^4 - y^4$ .                |
| 20) $9x^2 + 6xy + y^2$ ;                          | 21) $6x - 9 - x^2$ ;                | 22) $x^2 + 4y^2 + 4xy$ .         |
| 23) $(x + y)^2 - (x - y)^2$ ;                     | 24) $(x + y + z)^2 - 4z^2$ ;        | 25) $(3x + 1)^2 - (x + 1)^2$ .   |
| 26) $x^3y^3 + 125$ ;                              | 27) $8x^3 - y^3 - 6xy(2x - y)$ ;    |                                  |
| 28) $(3x + 2)^2 - 2(x - 1)(3x + 2) + (x - 1)^2$ . |                                     |                                  |

**Bài 4.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a)  $2x^3y + 2xy^3 + 4x^2y^2 - 2xy$  ; b)  $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y$  ;

c)  $x^3 - x + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - y$ ;

d)  $x^2 - 2xy + y^2 - 4z^2$ ;

e)  $x^2 - x - y^2 - y$ ;

f)  $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$ ;

**Bài 5.** Tính giá trị của biểu thức

a)  $M = (2x - 1)^2 + 2(2x - 1)(3x + 1) + (3x + 1)^2$  với  $x = -\frac{1}{5}$ ;

b)  $N = (3x - 1)^2 - 2(9x^2 - 1) + (3x + 1)^2$  với  $x \in \mathbb{R}$ .

**Bài 6.** Tính giá trị của biểu thức

a)  $P = 27 - 27x + 9x^2 - x^3$  với  $x = -17$ ;

b)  $Q = x^3 + 3x^2 + 3x$  với  $x = 99$ .

**Bài 7.** Chứng minh:

a)  $(2k - 3)^2 - 5$  chia hết cho 4.

b)  $9 - (2 + 5k)^2$  chia hết cho 5.

**Bài 8.** Chứng minh:

a)  $(3k - 2)^2 - 4$  chia hết cho 3.

b)  $9 - (1 + 4k)^2$  chia hết cho 8.

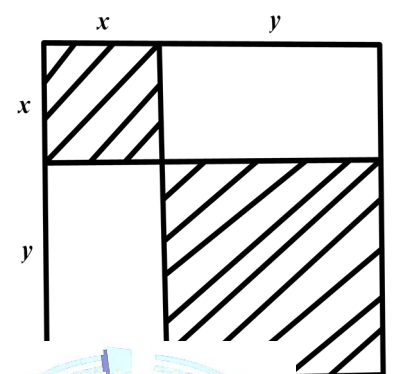
**Bài 9.** Chứng minh rằng  $2^{12} + 1$  chia hết cho 17.

**Bài 10.** Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.

**Bài 11.** Chứng minh rằng  $173^n - 73^n$  chia hết cho 100 với mọi  $n \in \mathbb{N}$ .

**Bài 12.** Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để biểu thức  $A = (n^2 + 10)^2 - 36n^2$  có giá trị là một số nguyên tố.

**Bài 13** Chia một hình vuông thành các hình vuông và hình chữ nhật (*hình vẽ*). Tính diện tích mỗi hình vuông và mỗi hình chữ nhật được chia theo  $x$  và  $y$  rồi tính tổng của chúng và phân tích kết quả vừa tìm được thành nhân tử.



**Bài 14** Một cánh cửa sổ có dạng như hình ảnh bên. Ô cửa sổ được cấu tạo bao gồm 1 hình vuông cạnh  $x$  (m) và một nửa hình tròn.

a/ Tính diện tích  $S$  của cánh cửa đó.

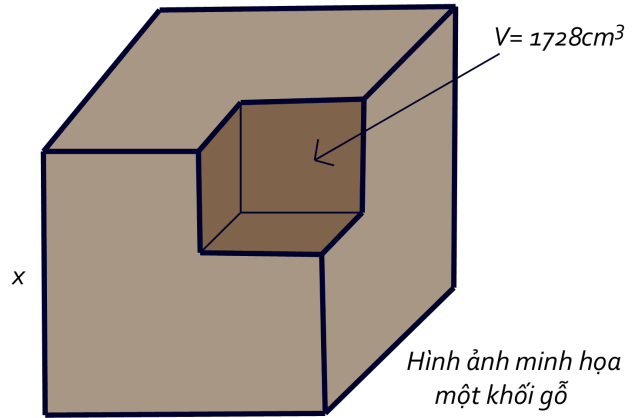
b/ Phân tích  $S$  thành nhân tử sau đó tính diện tích của cánh cửa với  $x = 1,2$  m.



**Bài 15** Một khối gỗ dạng hình lập phương có cạnh là  $x$  (cm). Người ta cắt bỏ đi một phần gỗ cũng có dạng hình lập phương có thể tích là  $1728$  (cm<sup>3</sup>).

a/ Tính thể tích  $V$  của phần gỗ còn lại rồi sau đó phân tích  $V$  thành nhân tử.

b/ Tính thể tích  $V$  của phần gỗ còn lại biết  $x = 26$  (cm).



**Bài 16** Bác Lan gửi tiết kiệm với số tiền

400 triệu đồng vào một ngân hàng, kì hạn 12 tháng và theo thể thức lãi kép. Nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Giả sử lãi suất cố định là  $x\%$  /năm,  $x > 0$ . Tính  $x$  biết rằng sau 2 năm gửi tiết kiệm, bác Hoa nhận được số tiền (bao nhiêu gồm cả gốc lẫn lãi) là 449,44 triệu đồng.



C.2,5.

D.1,75.

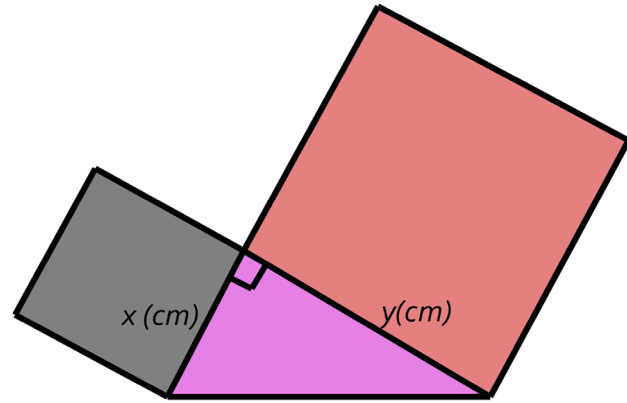
**Câu 12:** Trong giờ học Mỹ Thuật, bạn Hạnh dán lên trang vở hai hình vuông và một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là  $x$  (cm),  $y$  (cm) như hình bên. Tổng diện tích của hai hình vuông và tam giác vuông đó tại  $x = 3$  và  $y = 5$  là :

A.41,5cm<sup>2</sup>.

B. 40,5cm<sup>2</sup>.

C.44cm<sup>2</sup>.

D. 47,2cm<sup>2</sup>.



**Câu 13:** Bác Huỳnh muốn sơn bề mặt của hai khối gỗ có dạng hình hộp chữ nhật . Hình hộp chữ nhật thứ nhất có ba kích thước  $x$  (cm),  $2y$  (cm),  $z$  (cm). Hình hộp chữ nhật thứ hai có ba kích thước là  $2x$  (cm),  $2y$  (cm),  $3z$  (cm). Viết đa thức biểu thị tổng diện tích bề mặt của hai khối gỗ mà bác Huỳnh cần phải sơn :

A.  $12xy + 16yz + 14zx$  .

B.  $10xy + 5yz + 4zx$  .

C.  $2xy + 4yz + 10zx$  .

D.  $2xy + 10yz + 13zx$  .

**Câu 14:** Cho  $A = 3x^3y^2 + 2x^2y - xy$  và  $B = 4xy - 3x^2y + 2x^3y^2 + y^2$ . Kết quả của  $A - B$  là :

A.  $5x^3y^2 - x^2y - 3xy + y^2$  .

B.  $5x^3y^2 + 5x^2y + 3xy + y^2$  .

C.  $5x^3y^2 + 5x^2y - 3xy + y^2$  .

D.  $5x^3y^2 - x^2y + 3xy + y^2$  .

**Câu 15:** Cho  $A = 4x^4 + 2y^2x - 3z^3 + 5$  và  $B = -4z^3 + 8 + 3y^2x - 5x^4$ . Kết quả của  $A - B$  là :

A.  $9x^4 + y^2x + z^3 - 3$  .

B.  $-x^4 + 5y^2x + z^3 + 13$  .

C.  $9x^4 - y^2x + z^3 - 3$  .

D.  $9x^4 - y^2x + z^3 + 3$  .

**Câu 16:** Kết quả của tích  $3x^2y^3 \cdot 8x^4y^6$  là :

A.  $24x^6y^9$  .

B.  $24x^2y^3$  .

C.  $-5x^6y^9$  .

D.  $11x^6y^9$  .

**Câu 17:** Kết quả của tích  $(-5x^2)y^2 \cdot \frac{1}{5}xy$  là :

A.  $5x^3y^3$  .

B.  $-5x^3y^3$  .

C.  $-x^3y^3$  .

D.  $x^3y^2$  .

**Câu 18:** Kết quả của tích  $(-2xy)^3 \cdot \frac{1}{4}x^2$  là :

A.  $-2x^4y^5$  .

B.  $\frac{1}{2}x^5y^4$  .

C.  $2x^5y^4$  .

D.  $-2x^5y^4$  .

**Câu 19:** Kết quả thương của phép chia  $6x^4y^2 : \left(\frac{1}{2}x^2y\right)^2$  là :

A.12.

B. 24.

C.  $24x^2y$ .

D.  $12x^2y$ .

**Câu 20:** Kết quả thương của phép chia  $\frac{1}{9}x^2y^3 : (-3xy)^2$  là :

A.  $\frac{1}{81}y$  .

B.  $-\frac{1}{27}y$  .

C.  $\frac{1}{81}xy$  .

D.  $-\frac{1}{81}y$  .

**Câu 21:** Kết quả của tích  $6xy(2x^2 - 3y)$  là :

- A.  $12x^2y + 18xy^2$ .      B.  $12x^3y - 18xy^2$ .      C.  $12x^3y + 18xy^2$ .      D.  $12x^2y - 18xy^2$ .

**Câu 22:** Kết quả của tích  $(2x + y)(2x - y)$  là :

- A.  $4x - y$ .      B.  $4x + y$ .      C.  $4x^2 - y^2$ .      D.  $4x^2 + y^2$ .

**Câu 23:** Kết quả của tích  $(2x + y)(2x - y)$  là :

- A.  $4x - y$ .      B.  $4x + y$ .      C.  $4x^2 - y^2$ .      D.  $4x^2 + y^2$ .

**Câu 24:** Kết quả của tích  $(xy - 1)(xy + 5)$  là :

- A.  $x^2y^2 + 4xy - 5$ .      B.  $x^2y^2 + 4xy + 5$ .      C.  $xy^2 - 4xy - 5$ .      D.  $x^2y^2 - 4xy - 5$ .

**Câu 25:** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

| Cột A                        | Cột B                          |
|------------------------------|--------------------------------|
| a. $(x + y)(x^2 + xy + y^2)$ | 1. $x^3 - y^3$                 |
| b. $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ | 2. $x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3$ |
| c. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ | 3. $x^3 - y^3$                 |
|                              | 4. $(x + y)^3$                 |

**Câu 26:** Kết quả  $x^2 - (2y)^2$  là :

- A.  $x^2 - 2y$ .      B.  $x^2 + 2y$ .      C.  $(x - 2y)(x + 2y)$ .      D.  $(x + 2y)(x + 2y)$ .

**Câu 27:** Kết quả  $x^2 - 1$  là :

- A.  $(x - 1)(x + 1)$ .      B.  $(x + 1)(x + 1)$ .      C.  $x^2 + 2x + 1$ .      D.  $x^2 + 2x - 1$ .

**Câu 28:** Kết quả  $(x - 7)^2$  là :

- A.  $(7 - x^2)^2$ .      B.  $x^2 - 14x + 49$ .      C.  $x^2 - 2x + 49$ .      D.  $x^2 - 14x + 7$ .

**Câu 29:** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

| A                       | B                |
|-------------------------|------------------|
| a. $x^2 + 6xy + 9y^2$   | 1. $(3x + 1)^2$  |
| b. $(2x - 3y)(2x + 3y)$ | 2. $(x + 3y)^2$  |
| c. $9x^2 - 6x + 1$      | 3. $4x^2 - 9y^2$ |

|  |               |
|--|---------------|
|  | 4. $(x-9y)^2$ |
|--|---------------|

**Câu 30:** Kết quả  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  là :

- A.  $x^3 + 1$ .                      B.  $(x-1)^3$ .                      C.  $(x+1)^3$ .                      D.  $(x^3 + 1)^3$ .

**Câu 31:** Kết quả  $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}$  là :

- A.  $x^3 - \frac{1}{3}$ .                      B.  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$ .                      C.  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^3$ .                      D.  $x^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^3$ .

**Câu 32:** Kết quả  $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$  là :

- A.  $(2x^3 + y)^3$ .                      B.  $(2x + y^3)^3$ .                      C.  $(2x + y)^3$ .                      D.  $(2x - y)^3$ .

**Câu 33:** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

| A                        | B            |
|--------------------------|--------------|
| a. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ | 1. $(x+1)^3$ |
| b. $x^2 + 8x + 16$       | 2. $(x-1)^3$ |
| c. $3x^2 + 3x + 1 + x^3$ | 3. $(x+4)^2$ |
|                          | 4. $(x-1)^2$ |

**Câu 34** Khai triển  $(5x-1)^3$  được kết quả là

- A.  $(5x-1)(25x^2 - 5x + 1)$ .                      B.  $(5x-1)(25x^2 + 10x + 1)$ .  
 C.  $(5x-1)(25x^2 - 10x + 1)$ .                      D.  $(5x+1)(25x^2 - 10x + 1)$ .

**Câu 35:** Rút gọn biểu thức  $(a+b)^2 - (a-b)^2$  được kết quả là

- A.  $4ab$ .                      B.  $-4ab$ .                      C.  $0$ .                      D.  $2b^2$ .

**Câu 36**  $(x+3)(x^2 - 3x + 9) =$

- A.  $x^3 - 3^3$ .                      B.  $x^3 + 27$ .                      C.  $x - 9$ .                      D.  $(x+3)^3$ .

**Câu 37** Điền đơn thức vào chỗ trống:  $(3x + y)(\dots - 3xy + y^2) = 27x^3 + y^3$

- A.  $9x$ .                      B.  $6x^2$ .                      C.  $9xy$ .                      D.  $9x^2$ .

**Câu 38** Đẳng thức:  $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

- A. Đúng.                      B. Sai.

**Câu 39** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

|   |   |
|---|---|
| A | B |
|---|---|

|                            |                      |
|----------------------------|----------------------|
| 1. $(x+y)(x-y)$            | a. $x^3 + y^3$       |
| 2. $x^2 - 2xy + y^2$       | b. $x^2 + 2xy + y^2$ |
| 3. $(x+y)^2$               | c. $x^2 - y^2$       |
| 4. $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$ | d. $(x-y)^2$         |
|                            | e. $x^2 + y^2$       |

**Câu 40** Thương  $(3x^5 - 2x^3 + 4x^2) : 2x^2$  bằng

- A.  $3x^3 - 2x + 4$ .      B.  $\frac{3}{2}x^3 - x + 2$ .      C.  $\frac{3}{2}x^3 + x + 2$ .      D.  $\frac{3}{2}x^5 - x^3 + 2x^2$ .

**Câu 41** Thương  $(-12x^4y + 4x^3 - 8x^2y^2) : (-4x^4)$  bằng

- A.  $-3x^2y + x - 2y^2$ .      B.  $3x^4y + x^3 - 2x^2y^2$ .      C.  $-12x^2y + 4x - 2y^2$ .      D.  $3x^2y - x + 2y^2$ .

**Câu 42** Thương  $(3xy^2 - 2x^2y + x^3) : (-\frac{1}{2}x)$  bằng

- A.  $-\frac{3}{2}y^2 + xy - \frac{1}{2}x^2$ .      B.  $3y^2 + 2xy + x^2$ .      C.  $-6y^2 + 4xy - 2x^2$ .      D.  $6y^2 - 4xy + x^2$ .

**Câu 43** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

| A                                     | B  |
|---------------------------------------|--|
| a. $(x^3 - 2x^2y + xy^2) : 2x$        | 1. $-2xy + 4x^2 - 5$                             |
| b. $(15xy^2 + 19xy^3 + 16y^2) : 6y^2$ | 2. $\frac{5}{2}x + \frac{19}{6}xy + \frac{8}{3}$ |
| c. $(-4x^2y^2 + 8x^3y - 10xy) : 2xy$  | 3. $\frac{1}{2}x - xy + \frac{3}{2}y^2$          |
|                                       | 4. $xy + 4x^2 - 5$                               |

**Câu 44** Đa thức  $12x - 9 - 4x^2$  được phân tích thành

- A.  $(2x-3)(2x+3)$ .      B.  $-(2x-3)^2$ .      C.  $(3-2x)^2$ .      D.  $-(2x+3)^2$ .

**Câu 45** Phân tích đa thức  $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8x^3$  được kết quả là



**A.**  $(x-y)^3$ .

**B.**  $(2x-y)^3$ .

**C.**  $x^3-(2y)^3$ .

**D.**  $(x-2y)^3$ .

**Câu 46** Ghép mỗi ý ở **cột A** với mỗi ý ở **cột B** để được kết quả đúng.

| A                     | B   |
|-----------------------|---|
| a. $(x-y)(x+y)$       | 1. $-(x-5)^2$   |
| b. $10x-25-x^2$       | 2. $x^2-y^2$  |
| c. $8x^3-\frac{1}{8}$ | 3. $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(4x^2+x+\frac{1}{4}\right)$ |
|                       | 4. $(x-y)^2$  |

**II/ BÀI TẬP TƯ LUẬN :**

**📖 Bài 1.** Cho hai đa thức  $A = 2x^3y - 3x^2y + 5xy^3 - xy^2 + 2$  và  $B = 5x^2y - 3xy^3 + 6x^3y + 5 + 2xy^2$

a/ Tính giá trị của mỗi đa thức A, B tại  $x = 1; y = -1$ .

b/ Tính  $A+B; A-B$ .

**📖 Bài 2.** Thực hiện phép tính :

a/  $\frac{1}{2}xy^2 \cdot \left(6xy + \frac{3}{2}x^3y - 1\right)$

b/  $\left(2x - \frac{1}{2}y\right)\left(2x + \frac{1}{2}y\right)$

c/  $24x^5y^3z^6 : 6x^4y^2z^3$

d/  $(3x^6y^7z^6 + 2x^5y^3z^7 - 6x^5y^3z^8) : 42x^3y^3z^6$

**📖 Bài 3.** Viết mỗi biểu thức sau dưới dạng bình phương, lập phương của một tổng hoặc một hiệu.

a/  $x^4 + 4x^2 + 4$

b/  $9x^4 + 24x^2y^2 + 16y^4$

c/  $27x^3 - 27x^2 + 3x + 1$

d/  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

**Bài 4.** : Chứng minh giá trị của mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$\text{a/ } A = 2xy + \frac{1}{2}x \cdot (2x - 4y + 4) - x(x + 2)$$

$$\text{b/ } B = (2x - 1) \cdot (2x + 1) - (2x - 3)^2 - 12$$

$$\text{c/ } (x + 2)^2 - (x - 3)^2 - 10x$$

$$\text{d/ } (x - 1)^3 - (x + 2)(x^2 + x + 1) - x(x - 2)(x + 2)$$

**Bài 5.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

$$\text{a/ } a^2 + 6ab + 9b^2 - 1$$

$$\text{b/ } 4x^2 - 25 + (2x + 7)(5 - 2x)$$

$$\text{c/ } 5(x + 3y) - 15x(x + 3y)$$

$$\text{d/ } x(x + y)^2 - y(x + y)^2 + xy - x^2$$

$$\text{e/ } a^2 - 6a - b^2 + 9$$

$$\text{f/ } x^3 - y^3 - 3x^2 + 3x - 1$$